

HUGO PEREIRA MAIA

**MODELAGEM DA DISSEMINAÇÃO DE RUMORES EM SOCIEDADES
IDEOLOGICAMENTE POLARIZADAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Silvio da Costa Ferreira Júnior

Coorientador: Marcelo Lobato Martins

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2022**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

Maia, Hugo Pereira, 1996-

M217m Modelagem da disseminação de rumores em sociedades
2022 ideologicamente polarizadas / Hugo Pereira Maia. – Viçosa,
MG, 2022.

1 dissertação eletrônica (71 f.): il. (algumas color.).

Orientador: Silvio da Costa Ferreira Junior.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Física, 2022.

Referências bibliográficas: f. 66-71.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2022.584>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Redes (Matemática). 2. Topologia. 3. Redes sociais -
Modelos matemáticos. 4. Espalhamento (Matemática).
5. Sociofísica. I. Ferreira Junior, Silvio da Costa, 1976-
II. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Física.
Programa de Pós-Graduação em Física. III. Título.

CDD 22. ed. 519.8

Bibliotecário(a) responsável: Euzébio Luiz Pinto CRB-6/3317

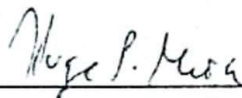
HUGO PEREIRA MAIA

**MODELAGEM DA DISSEMINAÇÃO DE RUMORES EM SOCIEDADES
IDEOLOGICAMENTE POLARIZADAS**

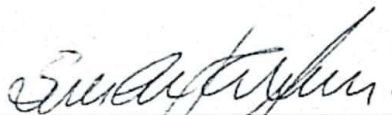
Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 29 de agosto de 2022.

Assentimento:



Hugo Pereira Maia
Autor



Silvio da Costa Ferreira Júnior
Orientador

Agradecimentos

Depois de uma longa graduação e um curto mestrado me sinto obrigado a agradecer todas e todos que fizeram parte dessa bela bagunça que chamo de vida acadêmica e pessoal também. Espero logo poder agradecer novamente quando concluir o doutorado!

Primeiro e mais importante meus agradecimentos vão aos meus pais, **Lígia e Ricardo**. Não consigo nem dizer minha imensa sorte de ter nascido com pessoas tão fantásticas para me criar, dar carinho e até esporro quando necessário. Peço perdão pela minha fase rebelde e espero sempre poder retribuir tudo que vocês fizeram, fazem e farão por mim. Vocês são incríveis, amo os dois demais e estou com saudades!

Faço questão de agradecer também meu **vô Zé** que, quando entrei na Física em Viçosa, me abraçou, falou que eu ia fazer sucesso e ainda me deu um fogão de presente. Apesar não estar mais aqui para ver como estou me saindo, será para sempre lembrado como alguém que me empurrou para frente.

Com certeza não deixo de agradecer aos professores **Silvio e Marcelo**, brilhantes físicos que me orientam intercaladamente desde 2017 e juntos desde 2020. Estudar sob a tutela desses dois é como andar entre lendas. As discussões sobre física, carreira acadêmica, política e até bobagens estão entre os momentos que eu mais aprecio e mais me fazem tornar um físico melhor. Espero poder continuar a aprender com eles por anos e anos a virem dentro do Grupo de Investigações de Sistemas Complexos (GISC).

Agora agradeço a todos que tive o prazer de compartilhar pedaços diversos da minha vida com (a ordem é de frequência de mensagens trocadas por whatsapp no espaço amostral do último ano). Começo com uma que nem é mais amiga, é minha irmã sensacional **Samantha**, que tem que parar de catar minhas porções de batata frita e que certamente ainda vamos viajar o mundo todo juntos! **Thainá**, com quem eu me desentendo frequentemente mas também não consigo pensar em amizade sem ela no meio. **Ivana**, que uma vez falou "pra que pressa sendo que o final de todos é sempre o mesmo?", e eu concordo com ela. Aquele anjo que se chama **Lara**, seu sorriso mais contagioso do mundo, e seu abraço que é mais acolhedor que cobertor em dia frio. **Guilherme** que, desde nossas primeiras palavras trocadas ("cês tão falando de Zelda?"), já sabia que ia ser um amigo e companheiro pela vida toda. **Sarah**, que quando a conheci não sabia que ia chacoalhar minha vida tanto assim. Quero vê-la mudar o mundo algum dia. **Emílio**, que é fora de série em vários sentidos, mas o que eu mais quero

é abrir uma banda com ele. Pedro '**Gustin**' Henrique que é aquele tipo de amigo que quando se tem, se aprecia demais. Ele também recomenda ótimos animes. **Karol**, além de desbocada, constantemente me surpreende com seu jeitinho que é só dela e de mais ninguém. **Juliano**, que é o melhor representante discente que a pós-graduação às vezes até nem merece. **Juliane e Jota**, companheiros do GISC que, ao que tudo indica, no meu aniversário deste ano estaremos aproveitando um congresso em São Paulo juntos. **Túlio e Carla** agradeço não pelas surras durante as aulas de Muay-Thai, mas pelos momentos entre essas surras que são demais. E por fim, às **minhas ex-namoradas** também (**Jamille** em especial). Acabou, mas eu me recuso a esquecer dos momentos bons e o crescimento pessoal que isso me trouxe.

Tenho que agradecer as agências de fomento Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (**FAPEMIG**), Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (**CNPq**) e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (**CAPES**) - Código de Financiamento 001 pelo financiamento direto ou indireto de todos os trabalhos desenvolvidos nessa dissertação.

"Living is easy with eyes closed, misunderstanding all you see."

— Paul McCartney and John Lennon, 1967

Abstract

MAIA, Hugo Pereira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, August, 2022. **Modeling Rumor Propagation in Ideologically Polarized Societies.** Adviser: Silvio da Costa Ferreira Junior. Co-adviser: Marcelo Lobato Martins

Though not exclusive to a modern society, rumor propagation and content spreading are becoming ever so present and worrisome, specially when the spread content is disinformative. Additionally, rumors like such are frequently affected by whatever alignment the population has with relation to it; sometimes spreading more efficiently in a specific community instead of another and even more so if they are composed of strongly opinionated and polarized individuals. Researchers of different areas study opinion dynamics in diverse populations to observe how (or if) consensus is reached. Another common focus of study is the wish to understand how rumors are spread through interconnected communities, analogous to an epidemic process. There are two key factors related to social interactions that are seldom considered in literature regarding this subject: networks of polarized structures, and the agent's opinion and how it affects the rumors. So we propose using opinion dynamics in adaptive networks, and subsequently studying how an ideological rumor spreads through it. By using adaptive networks, connections are allowed to alter themselves in a way that reflects their agent's state of polarization. What we call an ideological rumor is a coupling between the rumor's content and the opinion of the agents that are spreading it. The adaptive network's topology in great part are composed of communities represented by networks with high modularity. There is also a diverse series of properties that are affected by the underlying opinion dynamics, belonging to different possible states of consensus, polarization or fragmentation. An hysteresis phenomena is also described for the opinion dynamics. How the alignment between agent's opinion and rumor alters the spreading dynamics is a point of focus for this study, also taking interest in how the network's modular structure affects the rumor propagation. We investigate different types of coupling between rumor and opinion, discussing their main effects and how some of them can also thrive in a modular/polarized structure. Measures of permeation and percolation are proposed and studied for the analysis of how rumors originating from an extreme alignment can affect those of opposite alignment.

Keywords: Complex Networks. Opinion Dynamics. Spreading Processes. Sociophysics.

Resumo

MAIA, Hugo Pereira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, agosto de 2022. **Modelagem da Disseminação de Rumores em Sociedades Ideologicamente Polarizadas**. Orientador: Silvio da Costa Ferreira Junior. Coorientador: Marcelo Lobato Martins.

O espalhamento de rumores e conteúdos diversos estão cada vez mais presentes e preocupantes no mundo moderno, especialmente quando o conteúdo espalhado é desinformativo. Além disso, rumores frequentemente são afetados pelo alinhamento da população com relação ao conteúdo; podendo se espalhar melhor em algumas comunidades do que em outras e em especial se forem compostas por indivíduos de opiniões fortemente polarizadas. Pesquisadores de diversas áreas se aventuram a estudar dinâmicas de opinião em populações diversas para observar como (ou se) consenso é atingido. Outro foco de pesquisa é a busca para entender como rumores se propagam por comunidades interconectadas, analogamente a um processo epidêmico. Existem dois detalhes-chave para interações sociais que são pouco considerados na literatura do assunto: a topologia de redes polarizadas e os efeitos das opiniões dos agentes na propagação dos rumores. Nesta dissertação, propomos uma dinâmica de opinião em redes adaptativas, e subsequentes propagações de rumores ideológicos sobre elas. O uso de redes adaptativas permite que ligações sejam alteradas, afetando a topologia da rede de forma que reflita o estado de polarização de seus agentes. Já o que chamamos de rumores ideológicos é o acoplamento entre o conteúdo do rumor e a opinião dos agentes que o propagam. A topologia das redes adaptativas em grande parte formam comunidades representadas por redes altamente modulares. Elas também apresentam uma série de propriedades afetadas pela dinâmica de opinião, podendo estar em estados diferentes de consenso, polarização ou fragmentação. Um fenômeno de histerese para a dinâmica de opinião também é descrito. O impacto dos alinhamentos dos agentes de uma rede com relação ao rumor é ponto de foco deste estudo, tomando nota também de como a modularidade da rede afeta a propagação do rumor. Investigamos diversos tipos de acoplamento entre rumor e opinião, discutindo seus principais efeitos e como alguns deles podem amenizar as avanços de uma topologia modular. Medidas de percolação e permeabilidade são propostas e estudadas para a análise de como rumores que partem de um alinhamento extremo podem ter efeito em indivíduos de alinhamento oposto.

Palavras-Chave: Redes Complexas. Dinâmicas de Opinião. Processos de Espalhamento. Sociofísica.

Sumário

1	Introdução	10
2	Ciência de Redes	13
2.1	Introduzindo Redes	14
2.1.1	Um Pouco de História	14
2.1.2	Formulação de Redes	15
2.2	Propriedades Básicas de Redes	17
2.2.1	Efeito de Mundo Pequeno	17
2.2.2	Densidade e Medidas de Agrupamento em Redes	18
2.2.3	Regime Livre de Escala	20
2.2.4	Correlações de Grau	21
2.2.5	Comunidades e Módulos	22
3	Física Social	25
3.1	Dinâmicas de Opiniões	26
3.1.1	Modelo do Votante	27
3.1.2	Modelo de Sznajd	29
3.1.3	Modelo de Deffuant	30
3.2	Fenômenos de Espalhamento	31
3.2.1	Processos Epidêmicos	32
3.2.2	Propagação de Rumores	34
4	Dinâmicas de Polarização de Opiniões em Redes	36
4.1	Construção de Redes Polarizadas	36
4.1.1	Regras de Atualização de Opiniões	37
4.1.2	Regras para Mudanças de Ligações	38
4.2	Estados de Polarização e Formação de Comunidades	39
4.3	Diferenças nas Propriedades de Redes Polarizadas	40
4.4	Transição Polarização-Consenso	42
4.5	Comportamento de Histerese	46
5	Fenômenos de Espalhamento com Viés Ideológico	48
5.1	Modelo de Rumores Ideológicos	49

5.1.1	Acoplamento Linear	50
5.1.2	Acoplamento Unimodal	50
5.1.3	Acoplamento de Busca por Controvérsia (BC)	51
5.2	Efeito dos Acoplamentos	52
5.3	Capacidade de Espalhamento e Duração	53
5.4	Percolação e Permeabilidade por Bolhas Ideológicas	56
6	Discussões, Conclusões e Perspectivas Futuras	59
7	Algoritmos Usados	62
7.1	Parâmetros para a Criação de Redes Modulares	62
7.2	Algoritmo de Gillespie para Rumores Ideológicos	64
	Bibliografia	66

Capítulo 1

Introdução

Às vésperas da revolução de 1789, a população da França passava fome [1]. Numa época de colheitas ruins, péssima gestão agrícola, dívidas nacionais crescentes, aumento de impostos sobre os mais pobres, e grandes privilégios aristocráticos, o clima político da nação estava tenso e carregado. Fora de castelos e palácios, a falta de alimento básico para a população levava um imenso número de pessoas à fome e à miséria, e apesar de diversas discussões no parlamento francês pedindo uma maior participação do povo, o rei não cedia esse espaço.

O rei à época era Luís XVI; com sua esposa Maria Antonieta, viviam uma vida de luxo exorbitante em seu palácio em Versalhes. Aos olhos da população, Maria Antonieta tinha fama de ser mimada e fria, especialmente pelo costume de regularmente fazer festas e banquetes em tempos de crise, o que lhe fez ganhar o apelido de Madame Déficit. Foi nesse contexto de descontentamento da população com a carestia, a opressão e a falta de igualdade que surgiu a célebre frase "Se não têm pão, que comam brioche", atribuída a Marie Antonieta, ao ser questionada sobre a extrema fome do povo, utilizando-se de uma expressão que revelava deboche e falta de compaixão.

Contudo, não há evidências históricas de que Maria Antonieta tivesse dito tal frase. Toda a comunicação na época era feita a base de palavras ouvidas por alguém – ou apenas escritas por terceiros. O registro mais antigo da expressão se encontra no sexto livro de confissões de Rousseau, escrito em 1765, quando Marie tinha apenas 10 anos – bem antes, portanto, de se tornar rainha. O livro traz uma recordação de Rousseau, em que a frase "*Qu'ils mangent de la brioche*" é dita por uma princesa quando questionada sobre a dura realidade da vida de camponeses. É bastante improvável que Rousseau se referisse a Maria Antonieta. Mas, como

o livro veio a ser publicado somente em 1782, no calor dos acontecimentos que levaram à revolução francesa – e quando a má-fama da rainha encontrava-se no auge – a frase acabou sendo atribuída a ela [2].

O imenso descontentamento da população continua a crescer nos anos seguintes. O desgosto generalizado da população pela aristocracia e a monarquia faz com que cada vez mais pessoas se posicionem a favor de uma revolta, especialmente quando incitadas por jornais, notícias ou simples conversas. É bem possível que discussões em praça pública sobre a desigualdade entre o povo comum e a aristocracia tenham contribuído para difundir e generalizar os rumores sobre a famigerada frase debochada da rainha. O que se sabe, ao certo, é que a referência à expressão incitava facilmente o ódio e a polarização de opiniões entre as massas. Ao final, toda essa tensão e radicalização culmina no 14 de Julho de 1789, com a Tomada da Bastilha, a subsequente queda da monarquia, a execução de Luís XVI e de Maria Antonieta em 1793, e na consagração de um forte marco histórico na luta por liberdade, igualdade e fraternidade.

Séculos se passaram e, com avanços tecnológicos, a comunicação se tornou progressivamente mais fácil. Em questão de segundos uma mensagem pode ser enviada para cidades inteiras. Entretanto, qual a garantia de que rumores e notícias serão lidas difundidas pelos novos meios digitais serão levadas tão a sério quanto os rumores e notícias que culminaram com a organização de revoltas durante a revolução francesa? O que acontece é que a população francesa, no período pré-revolucionário parecia estar sob um mesmo alinhamento de opiniões, compartilhando noções similares a de seus concidadãos – tornando mais fácil a propagação de uma informação entre eles, especialmente se ela estivesse alinhada ao consenso geral de rejeição do estado de coisas vigente à época no país.

Polarização, fragmentação e radicalização de opiniões são objetos de estudo com ótimos fundamentos na literatura [3–6], e a modelagem acerca de como rumores se propagam em comunidades também é tema bem explorado [7, 8]. Ambos os assuntos frequentemente são pareados com ciência de redes para melhor descrever os sistemas sociais que elas representam, para os quais seus indivíduos e relações são representados por nós e ligações. O uso de redes complexas para estudos dessa natureza ganha sentido por lidar com ligações fortemente heterogêneas e de estrutura aleatória, em que seus agentes se conectam em uma imensa comunidade por onde uma dinâmica de opiniões ou a propagação de um rumor podem acontecer.

Uma característica importante para os fenômenos de polarização é o distanciamento de comunidades pertencentes à mesma rede. Dados empíricos mostram como em casos de forte

polarização política, a estrutura da rede se separa em comunidades com alinhamentos diferentes [9–13]. Com isso em mente, investigamos uma modelagem baseada no modelo de opiniões de Deffuant [4], capaz de replicar estruturas de comunidades polarizadas e isoladas apenas por possuírem alinhamentos diferentes. Nessa proposta, a tolerância (ou intolerância) com relação a opiniões diferentes é o principal ponto de estudo para a análise de polarização.

Constantemente aparecem novos casos de extrema controvérsia e discussões on-line, mais comumente causados por opiniões polarizadas sobre algum assunto político. Rumores, fofocas, notícias e as *fake-news* se espalham facilmente por tais redes devido à polarização já inerente. Estudos empíricos de casos recentes foram feitos, obtendo-se resultados alarmantes sobre o estado atual do mundo [14–20] e da extrema polarização e disseminação proposital de conteúdos maliciosos e desinformativos por redes sociais. Combinando modelos de dinâmicas de opinião com uma proposta para modelos de rumores, estudamos como os rumores, apenas por possuírem alinhamentos distintos, conseguem se espalhar e até prosperar em redes de contato modulares isoladas entre si.

Essa dissertação é organizada com dois problemas principais: o primeiro é a introdução do modelo proposto para criação de redes com estruturas polarizadas e a discussão de suas principais características (capítulo 4). Essa parte foi publicada no artigo "*Adaptive network approach for emergence of societal bubbles*" [21]. Feito isso, passamos para as discussões relacionadas ao modelo de rumores opinativos por redes sintéticas criadas usando o modelo de opinião proposto (capítulo 5). Ambos os modelos requerem uma base teórica que será discutida no capítulo 2 – para a introdução de pontos importantes sobre teoria de redes. No capítulo 3, será apresentada a discussão acerca dos modelos de opinião e de rumores alternativos e precursores aos que serão propostos aqui. O capítulo 6 recapitula e discute os principais resultados e apresenta as conclusões do trabalho. Incluímos também no capítulo 7 os algoritmos usados e outros aspectos importantes de sua abordagem.

Capítulo 2

Ciência de Redes

Imagine-se arremessando um dardo num atlas geográfico. Assumindo que não acerte uma região pintada de azul (aproximadamente 71% de chance), terá de enviar uma carta de pessoa por pessoa para alguém que more naquele local. Espera-se então que essa carta precisará passar por dezenas e talvez até centenas de mãos para chegar ao seu destino final.

Em 1967, Milgram fez um experimento similar a isso com o intuito de melhor entender sobre a probabilidade de que duas pessoas selecionadas ao acaso se conheçam e também a distância de ligações entre elas [22]. O experimento foi conduzido da seguinte forma: Milgram escolheu enviar pacotes para algumas pessoas moradoras de cidades estadunidenses específicas. Dentro desses pacotes havia instruções explicando o conceito do experimento junto a informações sobre um morador de outra cidade e uma carta para enviar a ele. Caso o primeiro destinatário concordasse em participar do estudo, era perguntado se ele conhecia o destinatário-alvo, e se não conhecesse, era pedido que enviasse para algum amigo que tivesse mais chances de conhecê-lo. Assim, o processo se repetia, computando-se o número de intermediários até que a carta chegasse ao destinatário final.

Centenas de cartas foram enviadas, e para a surpresa dos organizadores do estudo, as cartas que chegaram ao recipiente alvo assim fizeram em uma média de apenas 5 ou 6 passos. Esse conceito se tornou conhecido como os seis graus de separação entre pessoas morando em cidades diferentes.

Em 2001, Watts teve a ideia de recriar o experimento de Milgram usando e-mails ao invés de cartas físicas [23]. Com cerca de 48 mil primeiros recipientes e 19 recipientes alvos ao redor de 157 países, na média as correntes de e-mails chegavam com novamente cerca de apenas 6

passos. Outros pesquisadores fizeram o mesmo experimento para diferentes situações [24–28], todos ilustrando valores surpreendentemente pequenos para esses passos.

Esse é apenas um de muitos exemplos de fenômenos de redes presentes no mundo moderno. Conhecido também como "efeito mundo pequeno", esse fenômeno é uma prova de que ligações sociais são tão densas e interconectadas que é capaz de se chegar a qualquer outra pessoa do planeta com apenas um número pequeno de ligações. Além desse exemplo, é possível compreender e estudar incontáveis outros fenômenos usando-se o que chamamos de Teoria de Redes, como se verá em seguida.

2.1 Introduzindo Redes

2.1.1 Um Pouco de História

Um dos fundamentos mais importantes da ciência de redes está em um ramo da matemática chamado de teoria de grafos. Um grafo é uma abstração matemática composta por um conjunto de vértices (ou nós) conectados por arestas (ou ligações). Porém, quando aplicado a um sistema em que os vértices e arestas são seus constituintes e interações, passa-se a tratar da ciência de redes, sejam essas redes sociais, redes de computadores, redes metabólicas e incontáveis outros tipos.

Antes de descrever mais detidamente a formulação de grafos ou redes, é interessante ressaltar o que aconteceu no século XVIII em Königsberg, na Alemanha (hoje Kaliningrad, Rússia). Segundo relatos, havia sete pontes que conectavam quatro regiões da cidade separadas por rios, e uma discussão comum entre os moradores era sobre uma possível rota que cruzasse todas as setes pontes apenas uma vez.

A solução para essa questão veio em 1735 com Leonard Euler, que notavelmente usou representações em grafos para explicar por que tal caminho não era possível. A justificativa é a seguinte: para cruzar cada ponte somente uma vez, era preciso que os nós com número ímpar de ligações fossem necessariamente o começo ou o final do caminho, caso contrário era possível chegar em um nó sem ter como sair dele sem repetir ligações. Disso concluiu-se uma exigência: era preciso que existissem no máximo dois nós com um número ímpar de ligações. Entretanto, em Königsberg havia quatro nós com um número ímpar de ligações. Assim, o caminho imaginado, que cruzasse apenas uma vez cada uma das sete pontes, simplesmente não existia.

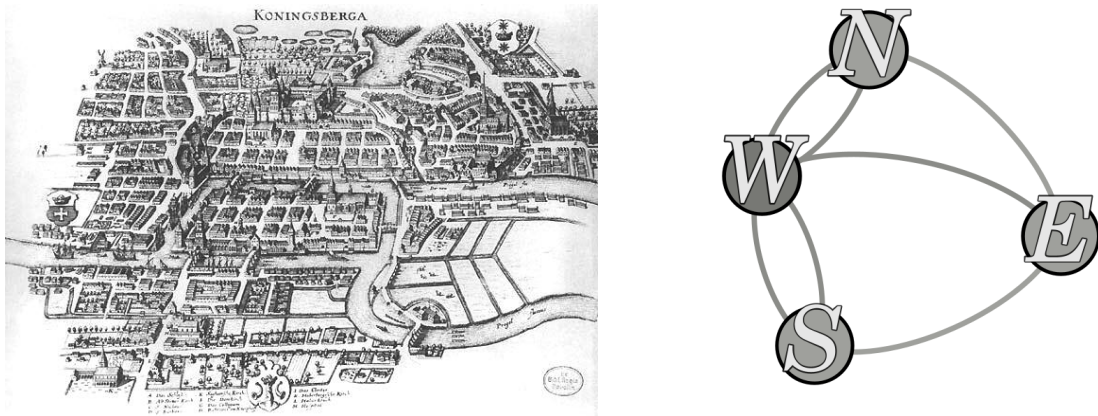


Figura 2.1: Mapa de Königsberg em 1651 mostrando suas sete pontes e ao lado uma representação em grafos. As pontes são ilustradas como arestas entre os vértices, que são as regiões separadas por rios.

Com o passar do tempo o número de pontes em Königsberg foi mudando, as pontes mais ao leste entre N, W e W, S foram destruídas por bombardeios durante a segunda guerra mundial, e quatro novas pontes foram construídas entre N, S , N, E , S, E e S, E novamente. Assim, atualmente um caminho que se cruze apenas uma vez as nove pontes é possível, já que somente S e W possuem um número ímpar de ligações.

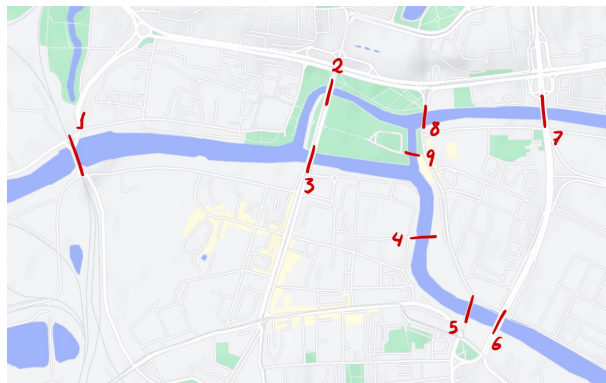


Figura 2.2: Mapa de Königsberg (atual Kalingrad) com suas atuais nove pontes, algumas delas modernas rodovias, e um possível caminho que passa somente uma vez por elas todas. Imagem obtida do Google Maps [29].

2.1.2 Formulação de Redes

Quando se trata da ciência das redes, uma referência teórica muito presente são os estudos das chamadas redes complexas, que lidam com um número imenso de vértices e arestas. A estrutura da rede *www*, de webpages, por exemplo, é composta por mais que 300 mil nós,

formando 1,5 milhão de ligações. Se contadas manualmente, ao ritmo pouco realista de uma ligação por segundo, demoraria um pouco mais de 17 dias para mapear toda a rede.

Para descrever uma rede estática basta saber suas ligações; então um método eficaz de fazer isso é pela representação de suas conexões por uma matriz de adjacência A_{ij} . Para uma rede de N nós, essa matriz será de tamanho $N \times N$. Nela, as linhas i e colunas j representam nós da rede, e o elemento A_{ij} da matriz indica como é a relação entre tais nós. Além disso, o grau k_i de um nó i é definido como o número de ligações que ele faz, e o conjunto de nós ligados a i é o que chamamos de sua vizinhança v_i .

Dependendo do sistema, é necessário o esclarecimento de duas características: a primeira característica é se as ligações são direcionadas. Se uma ligação A_{ij} necessariamente implica em A_{ji} , a rede é não direcionada, tal como linhas de transmissão na vida real. Por outro lado, se A_{ij} não implica em A_{ji} , a rede é direcionada tal como redes de citações, em que alguém pode ser citado ou citar alguém e não necessariamente os dois ao mesmo tempo.

A segunda característica é se as ligações possuem pesos. Amizades são um exemplo de redes com peso, pessoas interagem muito mais com seus amigos do que com seus conhecidos, então cada ligação possui um peso w_{ij} . Para os propósitos desta dissertação, as redes usadas serão não direcionadas e sem peso, então a matriz de adjacência se resume a: $A_{ij} = 1$ se os nós i e j estão conectados e $A_{ij} = 0$ caso contrário.

Descritas assim, extraem-se informações de cada nó da rede, como o grau $k_i = \sum_{j=1}^N A_{ij}$ e a vizinhança v_i , sendo os termos não nulos da linha (ou coluna) i da matriz A_{ij} (A_{ij}). Ademais, o número total de ligações L é contabilizado como $L = \frac{1}{2} \sum_{i,j} A_{ij}$, o fator $1/2$ vindo do fato de que para redes não direcionadas, a soma inclui as ligações A_{ij} tanto quanto A_{ji} - apesar de as duas serem a mesma.

O grau médio de uma rede é facilmente contado como $\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2L}{N}$, mas um fator que é de extrema importância no estudo de redes é a análise da distribuição de grau p_k dos nós de uma rede. Interpretado como a probabilidade que um nó selecionado ao acaso tenha grau k , expressamos $p_k = \frac{N_k}{N}$, mas adiante que é particularmente útil descrever uma distribuição de grau no formalismo contínuo via uma função analítica para $p(k)$. De qualquer forma existem as seguintes relações:

$$1 = \sum_{k=1}^{\infty} p_k \approx \int_{k_{min}}^{k_{max}} p(k) dk \quad e \quad \langle k \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} k p_k \approx \int_{k_{min}}^{k_{max}} k p(k) dk$$

Muito pode ser dito sobre uma rede ao analisar sua distribuição de grau. Redes com distri-

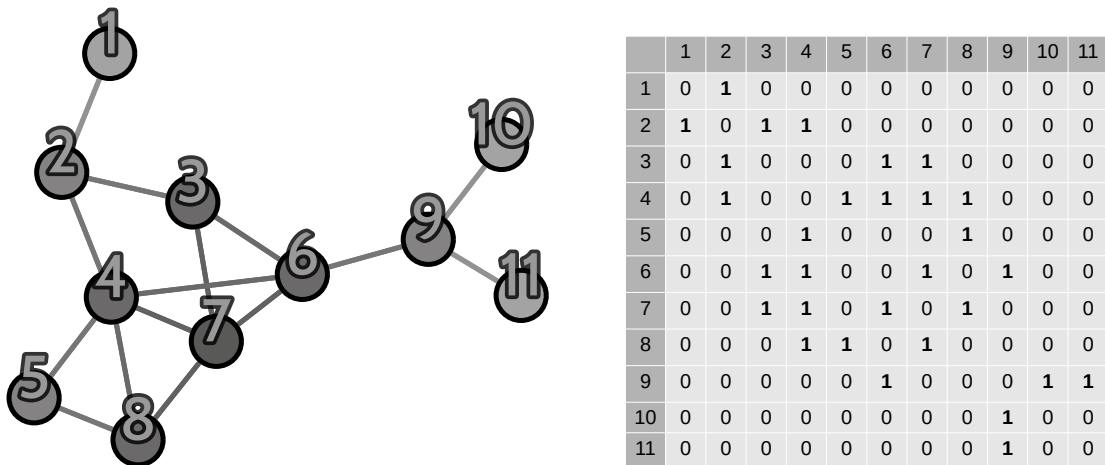


Figura 2.3: Exemplo de uma rede simples e a matriz de adjacência que a representa.

buições com mais incidência de graus relativamente baixos provavelmente são mal conectadas e muitos passos são necessários para chegar de um nó a outro, mas por outro lado, redes com muitos nós de grau alto tendem a ser bem conectadas, necessitando apenas de alguns passos para acessar qualquer nó da rede.

2.2 Propriedades Básicas de Redes

Nesta seção, algumas propriedades de redes relevantes para o estudo de processos dinâmicos são apresentadas.

2.2.1 Efeito de Mundo Pequeno

Para redes, a distância D entre dois nós não é necessariamente o espaço físico que os separa no sistema real. Numa rede social, por exemplo, duas pessoas que moram em lados opostos do mundo podem ser amigas e logo necessitam apenas de um salto para chegar ao outro. Definimos também o menor caminho entre dois nós simplesmente como a trajetória de menor número de saltos que um pode tomar para chegar ao outro.

A topologia (estrutura) da rede é o que define os menores caminhos entre qualquer par de nós e a menor distância entre eles, D_{ij} . Assume-se que exista ao menos um possível caminho entre i e j , caso contrário a rede não seria uma única componente e a distância entre o par ij seria infinita. A grandeza mais simples para essa discussão é a menor distância média total da rede $\langle D \rangle$, que pode ser calculada por:

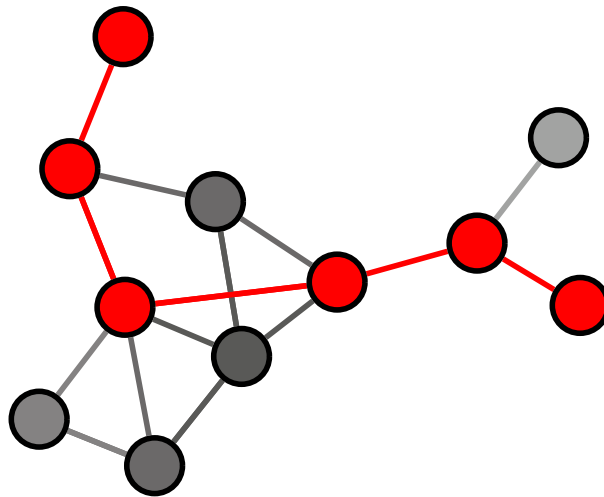


Figura 2.4: Exemplo de uma rede simples e um possível caminho entre dois de seus nós. Neste caso eles possuem uma distância $D = 5$. É comum existir mais de um menor caminho médio entre os nós das redes, como é o caso do caminho destacado acima.

$$\langle D \rangle = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} D_{ij}$$

É justamente com essa medida de menor distância média que podemos discutir quantitativamente o efeito mundo pequeno introduzido no começo deste capítulo, que diz que apesar do número de pessoas no planeta ser absurdamente grande, é possível encontrar distâncias entre indivíduos que são comparativamente minúsculas.

Redes unidimensionais, por exemplo, por serem apenas uma cadeia de nós em série, apresentam uma relação linear entre o menor caminho médio e o tamanho da rede, isto é, $\langle D \rangle \sim N$, enquanto redes bidimensionais ou quadradas, o menor caminho médio segue a relação $\langle D \rangle \sim N^{1/2}$ simplesmente por terem mais opções de caminhos entre nós. Isso nos leva a definir a dimensão d de uma rede via a relação de menor caminho médio com o tamanho da rede, isto é, $\langle D \rangle \sim N^{1/d}$.

2.2.2 Densidade e Medidas de Agrupamento em Redes

Se fossemos contar o número máximo de ligações numa rede, chegaríamos ao número $L_{max} = \frac{N(N-1)}{2}$. Neste caso teríamos um grafo completo, também chamado de clique, em que todos indivíduos estão ligados, possuem grau $k = N - 1$ e uma distância média $\langle D \rangle = 1$ (essa estrutura teria também uma dimensão $d = \infty$).

Redes reais não chegam nada perto de cliques, possuindo um número de ligações $L \ll$

L_{max} . Quando é assim, tais redes são definidas como redes esparsas, que por possuírem um $\langle k \rangle = \frac{2L}{N} \ll N$, tornam nula a grande maioria dos termos da matriz de adjacência A_{ij} . Sendo assim, na prática e especialmente para redes grandes e esparsas, a matriz de adjacência é custosa por alocar espaços da ordem de N^2 cuja maioria são termos $A_{ij} = 0$.

Uma alternativa para a representação de redes é o uso de listas de adjacência, que armazenam ordenadamente a vizinhança de cada nó, isto é, guardando em seu primeiro índice o primeiro vizinho do primeiro nó e até o k_1 -ésimo índice contendo o último vizinho do primeiro nó. Depois, até o índice $k_1 + k_2$ armazena-se os vizinhos do segundo nó, e assim progressivamente até o termo $2L$ para o último vizinho do último nó. Fazendo assim, o espaço alocado é somente para termos não nulos sem perda de generalidade.

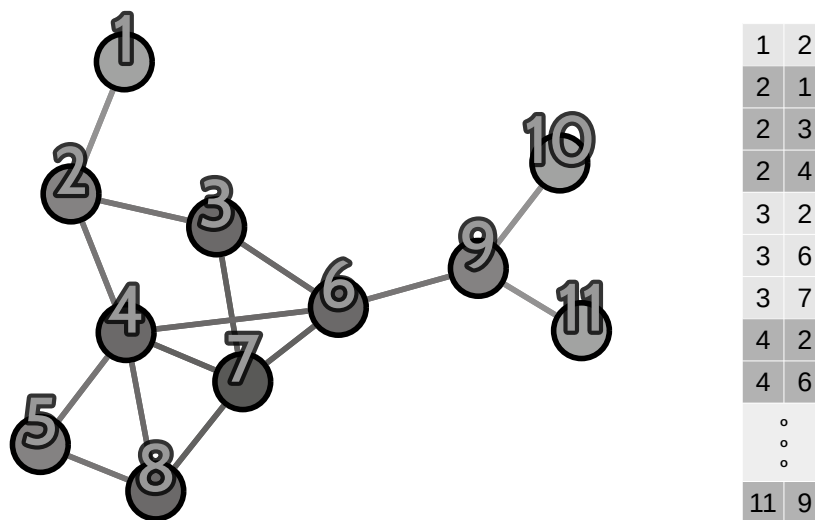


Figura 2.5: O mesmo exemplo de uma rede simples da figura 2.3, mas agora comparada à lista de adjacência representada pela coluna da direita e os nós para os quais pertencem as ligações na coluna da esquerda.

Outra medida importante em redes é o coeficiente de agrupamento, que mede o agrupamento dos nós por contar de quantos trios ele faz parte. Disso definimos o coeficiente de agrupamento C_i de um nó i com base no número de ligações l_i entre seus vizinhos e no número de possíveis trios que ele poderia ter, $\frac{k_i(k_i-1)}{2}$. Os coeficientes C_i dos vértices são uma razão entre 0 e 1 dadas por:

$$C_i = \frac{2l_i}{k_i(k_i - 1)}$$

Naturalmente, pode-se medir o coeficiente de agrupamento da rede por completo fazendo uma média do coeficiente de todos os vértices, $\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$. Esse valor médio indica quão

agrupada é a rede, isto é, quanto maior o número de trios, mais o coeficiente de agrupamento se aproxima de 1.

2.2.3 Regime Livre de Escala

Existem infinitas possibilidades para distribuições de grau. Descrevendo-as como funções analíticas, curiosamente uma das formas mais comum para redes sociais reais são distribuições com decaimento em lei de potência $p(k) \sim k^{-\gamma}$. Esse decaimento frequentemente possui uma propriedade chamada de cauda pesada, em que os possíveis valores de k se estendem até as regiões de graus bastante altos. Isso faz com que exista na mesma rede, um grande número de nós de baixo grau junto a poucos nós de imenso grau cuja contribuição não pode ser desprezada.

Essa região de alto k é denominada cauda da distribuição, e indivíduos de alto grau são intitulados *hubs*. A presença de nós nessa região é suficiente para impactar significativamente tanto propriedades quanto dinâmicas na rede mesmo apesar de serem bem menores em números.

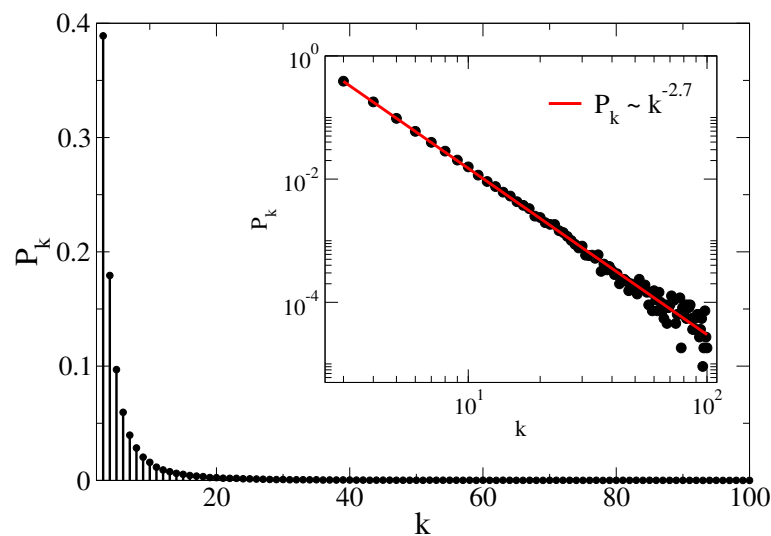


Figura 2.6: Exemplo de uma distribuição de grau com $\gamma = 2.7$ tipicamente usada em redes sintéticas, neste caso com 10^4 nós. Ilustração em escalas lineares e logarítmicas, perceba que na escala logarítmica fica evidente a presença de raros indivíduos com grau altíssimo.

Redes com caudas pesadas e distribuições comparáveis à lei de potência são comumente chamadas de redes livre de escala. Esse nome é devido ao segundo momento do grau $\langle k^2 \rangle$, que passa a divergir quando γ for menor que o valor crítico $\gamma_c = 3.0$, enquanto $\langle k \rangle$ permanece finito. Essa divergência no segundo momento de k implica na divergência da variância $\sigma_k = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2$, indicando desvios gigantescos da média. Dessa forma, ao escolher um nó aleatório da rede espera-se valores próximos da média mas pode se encontrar nós de grau absurdamente diferente dela, sendo assim, $\langle k \rangle$ não serve de escala para a rede.

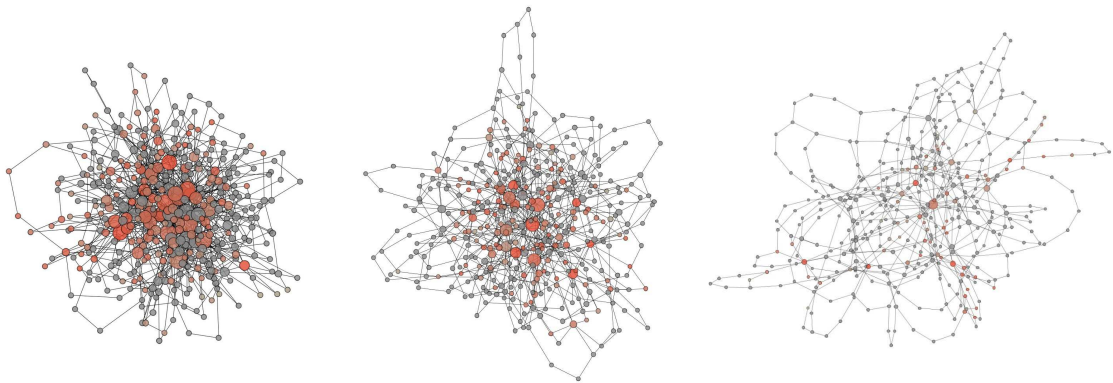


Figura 2.7: Exemplo de redes geradas com distribuições de grau em lei de potência de expoentes diferentes. Da esquerda para a direita, $\gamma = 2.1, 2.7$ e 3.5 . Redes de γ menor possuem *hubs* mais frequentes além de densidade e grau médio maior. Da esquerda para a direita, $\langle k \rangle = 4.50, 3.30$ e 2.63 , todas com $N = 400$.

Diferenças aparecem com a mudança de γ na figura 2.7, tanto a distância média quanto a densidade da rede que foram introduzidas nas seções anteriores mudam bastante com alterações em γ . Como exemplo, no caso de $\gamma = 2.1$ a rede é bem condensada ao redor dos *hubs*, enquanto para $\gamma = 3.5$, a rede é esparsa e com fraca presença de *hubs*.

O efeito mundo pequeno, em especial, pode ser afetado pelo peso da cauda e a propriedade livre de escala. Isso ocorre pois *hubs*, devido ao seu alto grau, podem servir como atalhos para nós diversos alcançarem regiões isoladas da rede. Redes com distribuição de grau em lei de potência tendem a seguir uma relação de escalonamento entre o menor caminho médio e tamanho da rede de $\langle D \rangle \sim \ln N$ ou ainda menor para valores de $\gamma \leq 3$. A mudança drástica causada por esse efeito se torna mais clara quando comparada ao escalonamento de redes N-dimensionais $\langle D \rangle \sim N^{1/d}$ que é drasticamente maior que para redes em lei de potência.

2.2.4 Correlações de Grau

Um exemplo comumente dado quando se trata de correlação de grau é o da rede de celebridades. Por que parece que atores famosos sempre se casam entre si? Esse tipo de fenômeno chama-se associatividade de grau, e ocorre em qualquer tipo de rede quando seus nós de maior grau tendem a se conectar prioritariamente com outros nós de grau alto. Isso ocorre também com redes de colaborações científicas, ligações celulares etc. Por outro lado, também é possível que uma rede possua correlação de grau desassociativa, isto é, nós de graus pequenos tendem a se conectar com nós de graus grandes e vice-versa. Exemplos de redes assim são as redes de e-mail e redes metabólicas de células. Existe também a possibilidade de que a rede não possua

correlação de grau nenhum e os nós de qualquer grau não possuem preferências quanto a que grau conectar.

A medida mais prática para esse tipo de inquérito é o grau médio dos vizinhos. Cada nó tem sua vizinhança; computa-se $K_{nn,i} = \frac{1}{k_i} \sum_{j \in v_i} k_j$ como o grau médio dos vizinhos de i , mas para a análise de correlação de grau, vemos o grau médio dos vizinhos em função do grau, isto é,

$$K_{nn}(k) = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^N K_{nn,i} \delta_{k_i=k}$$

O que esta medida indica é justamente o grau médio com o qual os nós de cada grau tendem a se conectar. Como exemplo, se for o caso de graus altos se conectarem com graus pequenos (caso desassociativo), quanto maior o k , menor será $K_{nn}(k)$, e se a rede não possuir correlação de grau alguma, há iguais chances de uma ligação partindo de um nó de grau qualquer atingir um nó de grau grande ou baixo, apresentando um $K_{nn}(k)$ constante.

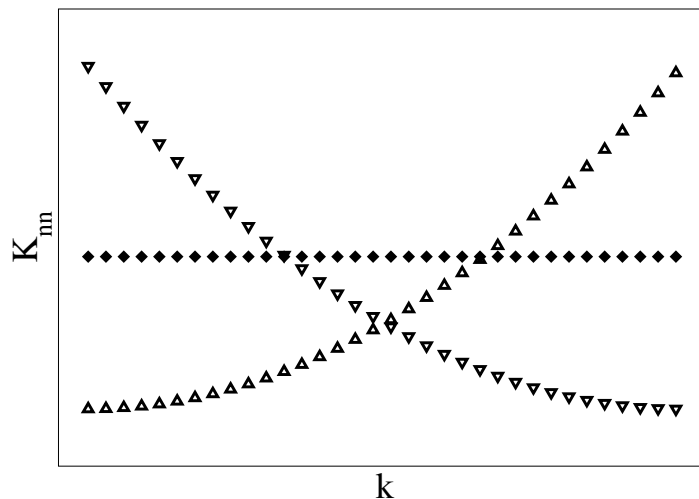


Figura 2.8: Representação esquemática dos tipos de correlações dos graus médios dos vizinhos em função de k . Triângulos apontando para cima/baixo são representações de correlações associativas/desassociativas; já os losangos constantes são situações em que não há correlação.

2.2.5 Comunidades e Módulos

Para introduzir o conceito de comunidades e módulos, vale mencionar o caso da população belga e suas etnias. A região de Flandres, ao norte da Bélgica, compõe cerca de 60% da população e é constituída pelos flamengos, que usam o holandês como idioma oficial; já a região de Valônia, no sul, é composta por valões que usam do francês e compõem cerca de 40% da população total do país. A região da capital Bruxelas é oficialmente bilíngue e comporta ambos os grupos linguísticos. O motivo dessa drástica bipartição foi traçado ao século XIX:

para pertencer à alta classe governante da Bélgica era obrigatório que se falasse francês, o que tornou a parcela da população que falava holandês uma espécie de segunda classe. Com o passar dos anos, movimentos sociais flamengos combateram essa discriminação, resultando no estabelecimento de um Estado belga multiétnico e com liberdade igualitária quanto ao uso de idiomas.

Esse contexto histórico foi importante para pesquisadores entenderem por que redes belgas de comunicação telefônica são tão fortemente divididas – quase igualmente em duas partes – entre os que falam holandês, de um lado, e os que falam francês, de outro. Isso nos leva à definição de comunidades ou módulos: se uma região específica da rede tem seus nós densamente conectados entre si mas fracamente conectados para fora, ela se qualifica como uma comunidade ou um módulo da rede, tal como os idiomas separam a rede de comunicação telefônica belga em duas comunidades distintas.

De forma geral, podemos dividir os N nós das redes em M comunidades g_1, g_2, \dots, g_M . A escolha dessa partição pode ser feita de forma arbitrária, mas há um parâmetro Q chamado modularidade e contido entre 0 e 1 que indica se as comunidades escolhidas seguem a definição acima, isto é, se a comunidade g_i separa um conjunto de nós densamente conectados entre si de outros conjuntos e outras comunidades. A expressão para a modularidade é:

$$Q = \frac{1}{N\langle k \rangle} \sum_{ij} \left(A_{ij} - \frac{k_i k_j}{N\langle k \rangle} \right) \delta_{g_i g_j}.$$

Disso a questão da melhor partição de nós em comunidades é aquela que irá maximizar Q . Diversos algoritmos foram propostos na literatura, mas o mais comumente usado é o Algoritmo de Louvain [30]. Iniciando-se com cada nó em sua própria comunidade, o algoritmo de Louvain consiste em progressivamente selecionar um nó i e o adicionar à comunidade de seu vizinho j que resulte no maior aumento na modularidade (se resultar em uma diminuição na modularidade, i permanece em sua própria comunidade). Quando mais nenhum aumento na modularidade é possível, é formada uma nova rede cujas comunidades estabelecidas anteriormente serão nós, e suas ligações internas são contabilizadas como pesos antes de se repetir o processo.

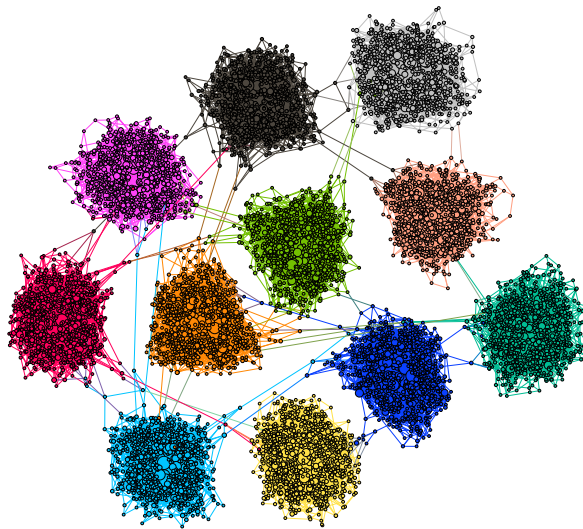


Figura 2.9: Exemplo de uma rede sintética bastante modular, isto é, que possui diversas regiões fortemente conectadas internamente, mas que, entre si, possuem fracas conexões. Rede gerada por conectar fracamente subredes densas. Cores representam comunidades detectadas segundo o algoritmo de Louvain.

Na prática, comunidades podem existir por diversos motivos que não somente barreiras de idioma. Os casos de maior interesse para esta dissertação são comunidades isoladas por diferenças de opinião e polarização ideológica, a serem discutidos mais adiante.

Capítulo 3

Física Social

Na virada do século XIX, a França havia passado por diversas mudanças sociais principalmente referentes às suas políticas, modelos econômicos e aspectos culturais. Como mencionado no capítulo 1, essas mudanças são historicamente conhecidas como a Revolução Francesa e sua luta contra antigos ideais tradicionais da hierarquia de monarcas, aristocratas e da Igreja Católica.

Durante essa mesma época, surge a escola filosófica do pensamento positivista [31]. Proposto por Auguste Comte e John Stuart Mill, o positivismo defende que o conhecimento científico é a única forma de conhecimento verdadeiro. Essa proposta introduzia valores humanos opostos a valores metafísicos, de forma que teorias só se tornam válidas quando comprovadas através de métodos científicos ao invés de crenças [32].

Foi neste contexto de revoluções, mudanças sociais e valorização do pensamento científico que Comte, em 1822, propôs unificar estudos que se referem ao homem como uma nova ciência social ou sociologia. Comte, junto a Karl Marx, em seguida desenvolvem sistemas científicos capazes de dar respostas claras a questões sociais da época sem usar de vínculos artificiais [33].

Essa proposta de unificação incluía pensamentos desde a Grécia antiga com Platão em cerca de 400 a.C e a fundação da Filosofia Política, até pensamentos atuais como Montesquieu e a Teoria de Separação dos Poderes em meados do século XVIII. Desde então, a Ciência Social recebeu diversas contribuições como as críticas ao capitalismo e a desigualdade de classes publicado por Marx em "O Capital" [34], o estabelecimento de um método verdadeiramente científico por Émile Durkheim em "As Regras do Método Sociológico" [35], o estudo da relação entre a conduta econômica capitalista e fundamentos religiosos por Max Weber em "A Ética

Protestante e o Espírito do Capitalismo" [36], e mais recentemente, as diversas contribuições de Simone de Beauvoir para a teoria feminista em "O Segundo Sexo" [37].

Curiosamente, em primeira instância, Comte propôs o uso do nome Física Social para se referir à ciência dos estudos da sociedade. O termo Sociologia, do latim *socius*, para comum e do grego *lógos* para ciência, isto é, ciência que estuda o comum da vida de pessoas, veio depois. A referência à Física ou *physis*, do grego, para conhecimento da natureza, não é um termo inusitado, pois o estudo do comum da vida como parte da natureza pela via de pensamentos fundamentalmente científicos não diverge em nenhum aspecto fundamental da Física propriamente dita.

Passados alguns séculos, a Física como conhecemos hoje compreende diferentes ramos e distintos focos, dentre os quais a Astrofísica, Física da Matéria Condensada, Física de Partículas Elementares e Física Estatística para citar alguns. A complexidade do mundo moderno proporciona a existência da Física interdisciplinar - em conjunto com outros tipos de ciências, como a Físico-química e a Física Biológica, que trabalham para explicar fenômenos naturais de um ponto de vista físico, em articulação junto com as perspectivas química e biológica, e a atual Sociofísica ou Física Social, cujo interesse primário é o estudo de fenômenos sociais observados sob a ótica física.

A discussão da validade ou utilidade de físicos se aventurarem fora da sua área comum para a área de Sociologia ficará, com sorte, um pouco mais clara após as discussões a serem empreendidas nesta dissertação. A quem se interesse, veja [3] para uma revisão de estudos relacionados a dinâmicas sociais embasados pela física estatística.

3.1 Dinâmicas de Opiniões

Diversidade de opiniões, embora uma parte intrínseca e inevitável de comunidades, se mostra potencialmente problemática em certas circunstâncias nas quais preponderam a falta de consenso e a convergência em torno de polos de radicalismo. Para um exemplo recente, diferenças de opinião política em processos eleitorais pelo mundo têm resultado em polarizações, discórdias e até mesmo violência em alguns casos extremos. Visto que um dos principais objetivos da democracia é estabelecer regras para mediar os conflitos de interesse, de modo que eles se resolvam de forma pacífica e nos limites da lei, respeitando a vontade da maioria e os direitos das minorias, o risco da polarização ideológica extrema é dificultar o estabelecimento de consenso dentro das comunidades e favorecer a violência e o desrespeito às regras de convivência

democrática [38, 39].

No nível mais básico de interações sociais é assumido que, ao interagir, dois ou mais indivíduos se influenciam – tendendo a desenvolver opiniões, crenças e atitudes mais similares. Contudo, essa suposição aparenta ter uma inconsistência, já discutida por Axelrod em 1997 [40]: por que, então, todas as diferenças de opinião não somem com o tempo, já que interações sociais tendem a reduzir discordâncias entre indivíduos? Essa pergunta é pertinente especialmente com a facilitação de interações sociais e disseminação de opiniões via a internet e redes sociais.

Diversos trabalhos na literatura se debruçam sobre o tema das dinâmicas de opinião, como se forma, polariza ou converge. Aqui ressaltamos três dos principais modelos de formação de opinião: o *Voter Model* traduzido como modelo do votante [41], o modelo de Sznajd [6, 42, 43] nomeado pela física polonesa Katarzyna Sznajd-Weron, e seu pai Józef Sznajd que o propuseram (ambos modelos possuem fortes associações ao famoso modelo de Ising bastante usado na Física Estatística) e, finalmente, o *Bounded Confidence Model*, isto é, modelo de confiança limitada cuja versão mais popular e de maior interesse para este estudo, é o modelo de Deffuant [4], proposto pelo pesquisador francês Guillaume Deffuant.

3.1.1 Modelo do Votante

O modelo do votante originalmente havia sido proposto para o estudo sobre a competição entre duas espécies A e B que ocupam sítios de uma rede [5]. Contudo, se associado a um processo de votação que oferece aos votantes duas opções como a escolha entre um voto contra ou a favor de algo, o modelo mapeia uma variável discreta $s = \pm 1$ como as duas opções referentes aos agentes de uma rede de contatos, seja essa uma rede regular ou uma rede complexa.

A dinâmica de opiniões tem como base para mudanças de estados de seus agentes a imitação de um indivíduo em relação a outro, ignorando completamente o estado global do sistema. Essa dinâmica é feita em pares; a cada passo de tempo, um votante i é escolhido ao acaso e copia a opinião de um de seus vizinhos j , isto é, $s_i = s_j$. Para um sistema dinâmico, um estado absorvente é definido como aquele em que se o sistema acessá-lo, não tem como sair. Seguindo essas regras, existe somente um estado absorvente para as configurações dos indivíduos, que ocorre quando todos estão com a exata mesma opinião pois não há opiniões diferentes para copiar (na realidade são dois estados absorventes, um para todos com $s = 1$ e outro para $s = -1$). Disso surge o inquérito sobre esse estado de consenso completo ser de alguma forma alcançável.

Tal modelo pode ser estudado via simulações de Monte-Carlo para situações diferentes.

Uma das formas mais simples é com o uso de redes quadradas regulares em que cada indivíduo possui quatro ligações. Distribuindo-se as opiniões aleatoriamente para todos os indivíduos, descobre-se que, com o passar do tempo, domínios de opiniões iguais vão se formando pela rede; mas, para tempos assintoticamente infinitos, eventualmente esses domínios sempre se tornam um só.

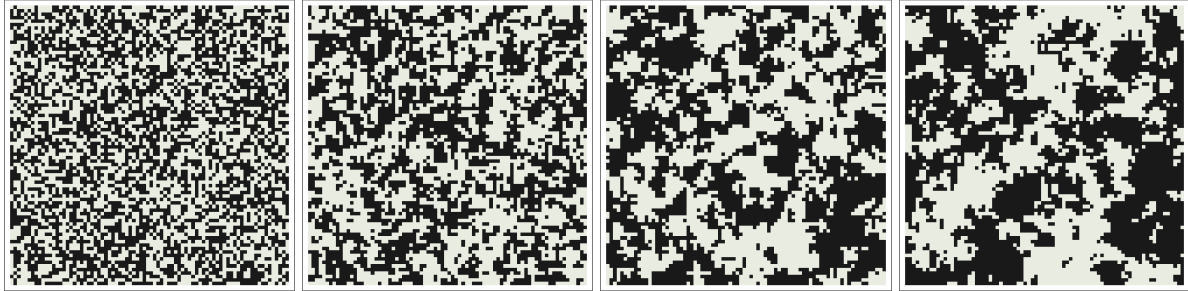


Figura 3.1: Exemplo de uma típica simulação de Monte-Carlo para o modelo do votante em uma rede regular 2D. O número de passos de tempo aumenta (não-linearmente) nas figuras da esquerda para a direita. Figuras obtidas de [44].

O modelo também foi estudado por cálculos analíticos [45] para interações de dimensões arbitrárias, mostrando que a relação de concentração de interfaces ativas $C_{+1,-1}$ para o limite de tamanhos infinitos, decai com tempos muito grandes de acordo com as seguintes leis de escala,

$$C_{+1,-1}(t) \sim \begin{cases} t^{-1+D/2} & D < 2, \\ (\ln t)^{-1} & D = 2, \\ a - bt^{-D/2} & D > 2. \end{cases}$$

Logo, diferentemente de quando lidamos com sistemas finitos, em sistemas infinitos para dimensões menores ou iguais a 2, apenas um único domínio é formado para tempos assintoticamente infinitos, enquanto para dimensões maiores, uma concentração de interfaces constante, isto é, domínios de opiniões diferentes, se torna possível.

Apesar de simples, o modelo do votante nos permite estudar o fenômeno de formação de opinião social de forma profunda, introduzindo os estados de consenso (apenas um domínio de opinião) e polarização (mais de um domínio coexistindo com opiniões distintas), gerando discussões relevantes para o tema de Física Social.

Tanto outras versões, quanto estudos mais aprofundados do modelo foram propostos na literatura, como o estudo de sua classe de universalidade [46], e a proposta para modelos do votante com ruídos e modelos com opiniões ocultas [47, 48].

3.1.2 Modelo de Sznajd

A primeira característica do modelo de Sznajd é que ele também mapeia os alinhamentos de indivíduos em valores discretos $s = \pm 1$ que representam suas opiniões. Ele também é conhecido pelo nome *United we stand, divided we fall model* (juntos venceremos, divididos cairemos), e esse segundo nome encapsula a filosofia do modelo de que a influência social é feita pela interação de conjuntos ao invés de imitações de pares.

As opiniões do modelo de Sznajd mudam segundo duas regras: se dois indivíduos conectados têm a mesma opinião, a vizinhança de ambos passa a ter essa opinião também, mas por outro lado, se dois indivíduos conectados possuem opiniões opostas, a vizinhança deles se divide entre as duas opiniões. Em termos algorítmicos e para o caso unidimensional,

- se $s_i = s_{i+1}$, então $s_{i-1} \rightarrow s_i$ e $s_{i+2} \rightarrow s_{i+1}$
- se $s_i \neq s_{i+1}$, então $s_{i-1} \rightarrow s_{i+1}$ e $s_{i+2} \rightarrow s_i$

Os casos de maiores dimensões seguem o mesmo princípio de que quando há discórdia, as vizinhanças tendem a escolher opinião inversa a de seus vizinhos mais próximos. Alternativamente pode ser adotada uma versão mais versátil do modelo em que no caso de discórdia as vizinhanças mantêm sua opinião. Para ligações heterogêneas essa é a versão comumente usada.

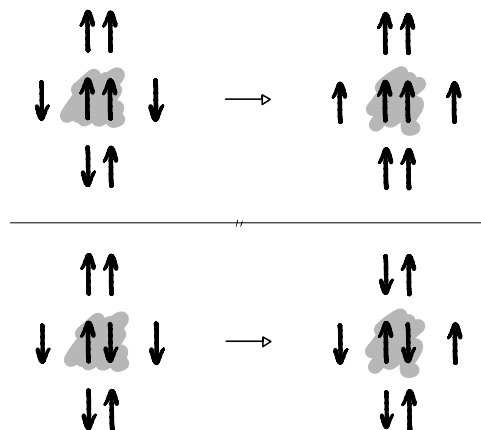


Figura 3.2: Exemplo de interações do modelo de Sznajd em duas dimensões. Acima o caso de concordância e abaixo o caso de discórdia.

Opiniões são aleatoriamente distribuídas por todos os nós da rede e atualizadas numa ordem também aleatória e sequencial. Seguindo essas regras, o modelo resulta em um de três possíveis casos de estado absorvente: consenso completo com $\sum_i s_i = +N$, o oposto consenso completo

com $\sum_i s_i = -N$, ou impasse $\sum_i s_i = 0$. Os casos de consenso ocorrem quando todos os vizinhos tem a mesma opinião, já o impasse ocorre quando as opiniões se intercalam perfeitamente num estado de perpétua discórdia.

Existem diversas semelhanças entre o modelo de Sznajd e o do votante, especialmente em 1D pois sua dinâmica de propagação de opiniões se torna igual, porém com cada indivíduo sendo influenciado por seu segundo vizinho ao invés do primeiro [49]. De qualquer forma, ambos esses modelos introduzem o importante aspecto de polarização ou consenso em processos de formação de opinião.

3.1.3 Modelo de Deffuant

Diferentemente dos modelos anteriores, o modelo de Deffuant quantifica as opiniões dos indivíduo como uma variável contínua, então um indivíduo i num tempo t possui opinião $o_i(t) \in [0, 1]$. Como em outros modelos de confiança limitada, o modelo de Deffuant também impõe que as influências só aconteçam caso dois indivíduos tenham opiniões satisfatoriamente similares. A motivação disso é que se dois indivíduos discordam muito sobre algum tema em específico, é justo assumir que eles não terão confiança na opinião um no outro para se deixar influenciar.

De forma quantitativa, o modelo impõe um parâmetro de tolerância máxima ε que será comparado com a diferença de opinião entre os indivíduos conectados, $\Delta o_{ij}(t) = o_i(t) - o_j(t)$. Quando há interação de um indivíduo i com um de seus vizinhos j , a opinião de i evolui segundo a seguinte equação:

$$o_i(t+1) = \begin{cases} o_i(t) + \mu(o_j(t) - o_i(t)) & \text{se } \Delta o_{ij}(t) \leq \varepsilon, \\ o_i(t) & \text{se } \Delta o_{ij}(t) > \varepsilon \end{cases}$$

Dessa forma, existe uma tendência a que os indivíduos aproximam suas opiniões até uma taxa $\mu \in (0, 1)$ apenas se estiverem dentro do alcance ε . Esse modelo de Deffuant é capaz de, ao variar apenas o parâmetro de tolerância, replicar estados de polarização e estados de consenso em uma comunidade de indivíduos de opiniões heterogêneas.

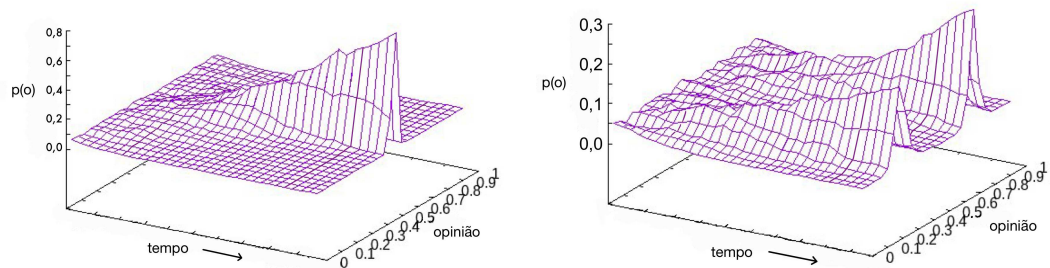


Figura 3.3: Exemplo de uma típica evolução de distribuição de opiniões usando o modelo de Deffuant com $\mu = 0.8$ e em uma rede complexa estática. Na esquerda, o parâmetro ε escolhido foi relativamente grande ($\varepsilon = 0.6$), resultando em consenso, mas na direita seu valor foi menor ($\varepsilon = 0.25$), resultando em polarização em duas opiniões centrais.

O modelo de Deffuant é bastante estudado na literatura, como um aprofundamento proposto por Hegselmann e Krause [50]. Além disso, ele é um modelo versátil e útil para outras aplicações como a inclusão de mídias [51] e em redes de interações em ordens superiores [52].

Devido à utilidade do parâmetro de controle ε e ao fato das opiniões serem contínuas, nesta dissertação o modelo-base que será usado é o de Deffuant com algumas alterações que serão discutidas mais à frente.

3.2 Fenômenos de Espalhamento

Notícia ou fofoca, rumor ou fake news; independentemente da natureza do assunto, qualquer um desses quatro é frequentemente transmitido por contatos sociais. Os avanços tecnológicos rápidos possibilitam que um rumor seja divulgado para centenas de pessoas em questões de segundos. Então, por bem ou por mal, a disseminação de rumores não somente faz parte da convivência em sociedade, mas também se torna cada vez mais impactante.

Recentemente, redes sociais têm se tornado plataforma para a proliferação de conteúdos com o intuito de conseguir votos durante eleições de candidatos pelo mundo todo, como nos EUA [14, 15], Reino Unido [16], França [10, 17], Alemanha [18] e Brasil [19, 20] nos anos de 2016 e 2018. Além de eleições, casos de comoções tomaram grandes proporções on-line, como a revolução egípcia em 2011 [13], o movimento 15M na Espanha também em 2011 [53], e no Brasil em 2016 com os protestos contra a ex-presidente Dilma Rousseff [9].

Uma forma de estudar propagação de rumores é usando teorias e métodos originalmente aplicados ao estudo de epidemias. Então, nessa seção serão introduzidos conceitos importantes de processos epidêmicos e um de seus principais modelos. A seguir, esses conceitos serão

aplicados em um modelo similar porém próprio para propagação de rumores.

3.2.1 Processos Epidêmicos

Uma epidemia é classificada segundo o CDC (*Centers for Disease Control and Prevention*) como um aumento inesperado no número de casos de uma doença em alguma região específica. Apesar da doença não precisar ser necessariamente contagiosa para se classificada como epidemia, estamos interessados em estudar casos em que uma doença é espalhada via contatos entre pessoas. Alguns exemplos são a peste de Atenas em 430 a.C [54], a gripe espanhola em 1918 [55] e também a atual pandemia do Coronavírus em 2019 com quase 600 milhões de casos mundiais (e ainda crescendo), causou a morte de mais 6 milhões de pessoas [56].

Modelos compartimentais de processos epidêmicos dividem os agentes de uma população em diferentes compartimentos que representam seus possíveis estados. Um desses modelos é o SIR, que possui três compartimentos: S para suscetível, I para infectado e R para removido ou recuperado. Além disso, definem-se taxas de transição de um compartimento para outro como dois possíveis eventos, infecção e cura, isto é,



Com uma taxa λ , a doença é espalhada de indivíduos infectados para os suscetíveis. Essa transição requer um contato entre os dois, que em uma rede pode ser representado por ambos serem vizinhos. Já a uma taxa μ , indivíduos infectados adquirem imunidade à doença e se tornam removidos ou recuperados. Essa transição acontece independentemente da vizinhança do indivíduo. Uma das formas mais simples de descrever esses processos é pelas taxas:

$$\frac{d}{dt}S(t) = -\lambda \frac{SI}{N} \quad , \quad \frac{d}{dt}I(t) = \lambda \frac{SI}{N} - \mu I \quad e \quad \frac{d}{dt}R(t) = \mu I.$$

Essa é uma descrição simples de campo médio que não assume ligações como as de uma rede, feito assim é como considerar que todos indivíduos estão conectados. Mantendo $N = S(t) + I(t) + R(t)$, essa análise é feita apenas para exemplificar o que ocorre num processo de espalhamento, em que inicialmente a população é composta somente por suscetíveis e um infectado. Com o passar do tempo, infectados espalham a doença, reduzindo a quantidade de suscetíveis enquanto ao mesmo tempo se curam e aumentam o número de recuperados. O processo se encerra quando o sistema atinge um estado absorvente de nenhum infectado.

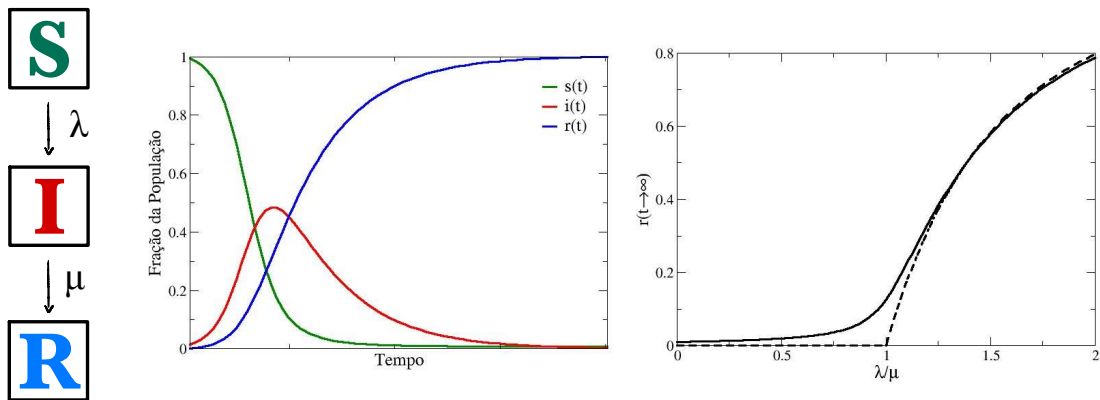


Figura 3.4: Do lado esquerdo, um diagrama de transição entre os compartimentos de suscetíveis, infectados e recuperados. No meio, uma típica curva da evolução das populações em cada compartimento durante um processo epidêmico utilizando o modelo SIR. Ao lado direito, a densidade final de recuperados $r = R/N$ em função da razão λ/μ (curva contínua - sistema finito pequeno; curva pontilhada - sistema muito grande considerado como infinito para ressaltar a transição de fase).

A solução numérica das equações diferenciais acopladas expressas acima resulta na curva desenhada na figura 3.4. Para o modelo SIR existem infinitos estados absorventes, sendo esses com qualquer número de suscetíveis e recuperados, mas necessariamente $I(t) = 0$, afinal, são os infectados que espalham a epidemia. Note que $I(t) = 0$ é um plano de pontos fixo para as equações acima, corroborando com sua classificação como estado absorvente. Para taxas de infecção λ grandes, a densidade de recuperados finais $r(t \rightarrow \infty)$ sendo $r = R/N$ são maiores. Uma transição de fase ocorre em $\lambda_c = \mu$, quando a epidemia passa a ser capaz de se transmitir para parcelas finitas do sistema.

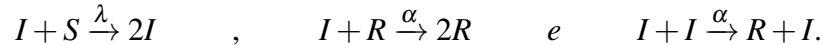
Existem diversos outros modelos compartimentais com taxas, compartimentos, possíveis transições e resultados diferentes. Os modelos SIS (Suscetível-Infetado-Suscetível), SIRS (Suscetível-Infetado-Recuperado-Suscetível) e SEIR (Suscetível-Exposto-Infetado-Suscetível) são apenas alguns dos mais comuns [57].

Os modelos epidemiológicos servem como inspiração para o modelo de rumores que será usado nesta dissertação. Para uma revisão de processos epidêmicos em redes complexas, veja [57] onde o assunto é desenvolvido mais a fundo. A partir de agora o foco será introduzir fenômenos de espalhamento de rumores e notícias.

3.2.2 Propagação de Rumores

Em 1964 Daley e Kendall propõem uma modelagem para propagação de rumores baseada na epidemiologia matemática já bem conhecida [7]. Segundo eles, comparando com um processo epidêmico, os susceptíveis, infectados e removidos (SIR) podem ser interpretados como ignorantes, propagadores e contidos, que não sabem do rumor, estão espalhando o rumor e cansaram de espalhar o rumor, respectivamente. Contudo, Daley e Kendall apontam uma diferença grande entre esses dois processos: a imunidade ou cura na epidemia ocorre automaticamente pela resposta do sistema dos indivíduos infectados, mas para um processo de rumor, ela ocorreria apenas quando propagadores entram em contato com alguém que já sabe do rumor (um propagador ou um contido) e por isso ficam com a impressão de que o rumor é notícia velha e perdem o interesse em espalhá-lo.

Maki e Thompson, seguindo a proposta original de Daley e Kendall, propõem modificações nas regras de transição para modelos de rumores que serão usadas nesta dissertação [8]. Para Maki e Thompson, as possíveis transições entre os compartimentos são:



Na proposta original de Daley, a terceira transição acima seria $I + I \xrightarrow{\alpha} R + R$, e ambos os propagadores juntos cansariam da notícia. Optamos pela interpretação de Maki-Thompson em que apenas o propagador-fonte causa da notícia enquanto o propagador-alvo permanece igual; fazer com que o alvo se tornasse contido e o fonte se mantivesse propagador não altera o modelo de forma significativa. Disso, uma versão de modelo de campo médio para as taxas de transição são:

$$\frac{d}{dt}S(t) = -\lambda \frac{SI}{N} \quad , \quad \frac{d}{dt}I(t) = \lambda \frac{SI}{N} - \alpha \frac{I(I+R)}{N} \quad e \quad \frac{d}{dt}R(t) = \alpha \frac{I(I+R)}{N}.$$

Novamente essa é uma descrição básica que assume que todos indivíduos estão ligados. Similar ao modelo SIR, o processo de espalhamento segue as mesmas linhas gerais de aumento de propagadores (infectados) e depois decaimento deles quando o número de ignorantes (susceptíveis) se tornam escassos conforme ilustrado na figura 3.5. Estados absorventes e pontos fixos também são os mesmos do modelo SIR.

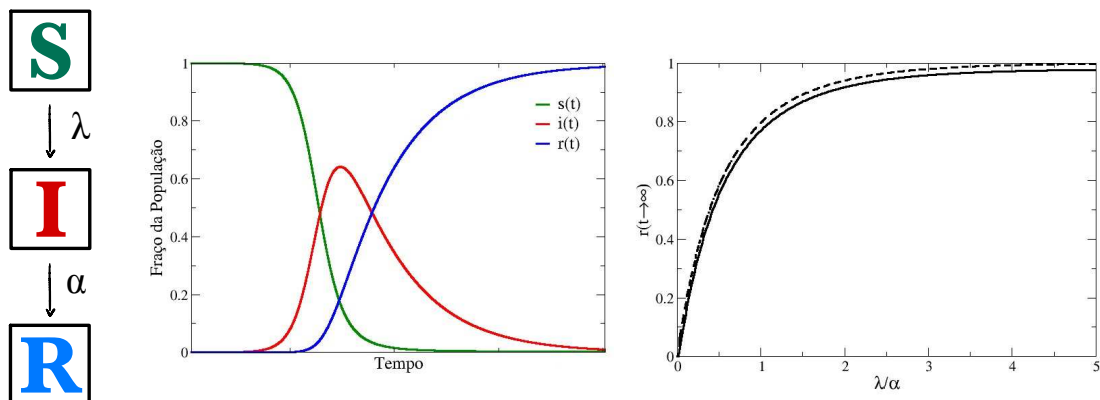


Figura 3.5: Do lado esquerdo, um diagrama de transição entre os compartimentos de ignorantes, propagadores e contidos, usando as letras S , I e R dos análogos aos modelos epidemiológicos. No meio, uma típica curva das populações dos compartimentos em função do tempo para o modelo de rumor. Ao lado direito, a densidade final de contidos $r = R/N$ em função da razão λ/α (curva contínua - sistema finito pequeno; curva pontilhada - sistema muito grande considerado como infinito para ressaltar a transição de fase).

Diferentemente do modelo SIR, o número de propagadores e contidos influenciam a taxa de aumento de contidos; isso faz com que a fração de contidos demore mais para aumentar em comparação com a fração de removidos do modelo SIR. Além disso, já que contidos são primeiramente formados por pares de propagadores ao invés de cura automática do modelo SIR, para qualquer λ e α há uma porção não nula da população que se tornará contida no final. Em outras palavras, a transição ocorre em $\lambda_c = 0$.

Existem variações no modelo de rumores, como a proposta de transmissão heterogênea em [58] que considera que propagadores de maior grau (os influencers) têm mais capacidade de convencer seus vizinhos do que os de menor grau. Outra variação é a inclusão de uma possibilidade de esquecimento do rumor $R \xrightarrow{\delta} S$ proposto em [59] que torna análogo ao modelo SIRS de epidemias; neste mesmo trabalho é discutida a existência de uma transição em $\lambda_c > 0$, contrário ao comumente esperado em teorias de campo médio.

Capítulo 4

Dinâmicas de Polarização de Opiniões em Redes

Modelagens de dinâmicas de opinião usualmente têm foco na análise da evolução de opiniões em redes de estruturas fixas. Contudo, não é difícil achar exemplos de casos reais em que não somente opiniões, mas também ligações se alteram com o passar do tempo; indivíduos frequentemente mudam seus contatos dependendo dos estados assumidos por aqueles com quem interagem.

Nesta seção, será introduzida a modelagem que propõe uma dinâmica de redes adaptativas que podem sofrer alterações em suas estruturas dependendo das opiniões individuais de seus agentes. Esse modelo busca replicar polarizações tanto de opinião quanto na topologia da rede. Os resultados deste capítulo são parte do artigo "*Adaptive network approach for emergence of societal bubbles*" publicado na *Physica A* em 2021 [21].

4.1 Construção de Redes Polarizadas

As redes usadas no processo de polarização são criadas usando um modelo conhecido chamado "*Uncorrelated Configuration Model*" (UCM) [60]. Sua vantagem é poder montar redes aleatórias seguindo uma distribuição de grau pré-definida e sem nenhuma correlação de grau. As redes usadas serão exclusivamente em leis de potência $p(k) \sim k^{-\gamma}$ com um valor fixo de $\gamma = 2.7$.

Neste modelo, primeiro sorteiam-se aleatoriamente os graus dos nós seguindo uma distribuição específica; é importante que o número total de graus seja par, pois todas arestas precisam

ser conectadas. Depois, sem permitir conexões duplas ou autoconexões, os nós são conectados entre si aleatoriamente para evitar correlação de grau até completar a rede. Ressalte-se que nem sempre é possível realizar todas as ligações com os graus definidos, pois para alguns tipos de distribuições, existe a possibilidade de gerar redes com mais graus do que nós; e já que dupla e autoconexões não são permitidas, tais distribuições são impossíveis de serem completas. Para evitar tais cenários, impomos um corte para o grau máximo a ser sorteado, $k_{max} = \sqrt{N}$.

A dinâmica que decorrerá sobre a rede consiste em duas alterações ao modelo de Deffuant. Primeiro que na presente interpretação, a cada passo de tempo os indivíduos são influenciados pelo seu grupo social no geral ao invés de individualmente por um de seus vizinhos. Além disso, foi adicionado uma nova regra que permite o rompimento e redirecionamento de ligações entre os indivíduos.

O modelo criado possui duas etapas: o processo de atualização de opiniões, em que cada indivíduo sofre as influências de seu grupo, e o processo de atualização da rede, em que sua topologia pode ser alterada dependendo de como as ligações são quebradas e refeitas. Tomamos como inspiração redes sociais reais, em que ligações são quebradas frequentemente por causa de diferenças de opiniões. Além disso, em casos reais é mais fácil um indivíduo se conectar a outros não muito longe de si, em outras palavras, pessoas tendem a conhecer ou se conectar a amigos de seus amigos.

4.1.1 Regras de Atualização de Opiniões

Antes de se iniciar a dinâmica, um valor contínuo de opinião $o_i \in [0, 1]$ é atribuído aleatoriamente e uniformemente a cada um dos N indivíduos da rede pré-estabelecida usando o modelo UCM. A dinâmica das opiniões segue as seguintes regras alteradas do modelo de Deffuant [4]:

- Em cada instante de tempo, indivíduos comparam suas opiniões $o_i(t)$ com relação à opinião média $\langle o \rangle_i(t) = \frac{1}{k_i(t)} \sum_{j \in v_i(t)} o_j(t)$ de sua vizinhança $v_i(t)$, composta por todos os indivíduos j conectados a i no instante de tempo t , obtendo então a diferença $\Delta o_i(t) = \langle o \rangle_i(t) - o_i(t)$.
- No próximo passo de tempo, as novas opiniões serão atualizadas simultaneamente segundo:

$$o_i(t+1) = \begin{cases} o_i(t) + \mu \Delta o_i(t) & \text{se } \Delta o_i(t) \leq \varepsilon \\ o_i(t) & \text{se } \Delta o_i(t) > \varepsilon, \end{cases}$$

Deste modo, a tendência é que a opinião dos indivíduos se aproxime daquela de seus grupos a uma taxa $\mu \in [0, 1]$ caso estejam dentro de uma faixa de tolerância ε .

4.1.2 Regras para Mudanças de Ligações

Atualizadas todas as opiniões, as ligações entre os nós i e seus k_i vizinhos podem ser rompidas ou redirecionadas de acordo com as seguintes regras:

- Uma ligação entre os vizinhos i e j é mantida se $\Delta o_{ij}(t) = |o_i(t) - o_j(t)| < \varepsilon$, caso contrário, essa ligação será rompida com probabilidade

$$p = 1 - e^{-\kappa \Delta o_{ij}}$$

- Ao romper uma ligação, um indivíduo i pode criar uma ligação com outro indivíduo k desde que suas opiniões difiram por menos do que ε . A probabilidade de estabelecer essa ligação depende da distância d_{ik} entre eles e é dada por:

$$q = \begin{cases} e^{-d_{ik}/d_o}, & \text{se } d_{ik} < d_{max} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Uma ligação rompida e não redirecionada em um dado passo de tempo pode ser reposta em algum instante seguinte de acordo com a regra acima.

Aqui, κ e d_o são parâmetros interpretados respectivamente como tendência ao rompimento de ligações e alcance característico ou distância característica de religações. As escolhas das probabilidades p e q foram feitas de forma que uma quebra de ligação seja mais provável quando a diferença de opiniões for alta, e que ao tentar reestabelecer uma ligação, um indivíduo tenha mais facilidade em se conectar com vizinhos próximos ao seu grupo, isto é, com aqueles a uma distância d relativamente pequena quando comparada a d_o .

Caso não seja especificado, foram usados valores fixos de $\kappa = 3.5$ e $d_o = 4$. A distância máxima de reconexão foi configurada a um valor $d_{max} = \ln N$ e é usada como um corte superior, pois à distância $d_{ij} \gg d_o$ a probabilidade de reconexão é essencialmente nula.

Contudo, existe a possibilidade de fragmentação da rede em pedaços isolados sem caminhos entre eles. Por isso, testou-se uma nova regra que permite fazer a reconexão de ligações com qualquer indivíduo da rede. Com uma probabilidade f , independente da distância, indivíduos

totalmente isolados se ligam caso $\Delta o_{ij} < \varepsilon$. Com uma probabilidade g , também independente da distância, dois indivíduos isolados se ligam mesmo que $\Delta o_{ij} > \varepsilon$. Essas regras condizem com casos reais em que ainda há interações entre indivíduos de opiniões muito diferentes, e permitem que qualquer quebra de ligação seja reversível. Essas probabilidades só virão a ser usadas nos resultados da seção 4.5.

4.2 Estados de Polarização e Formação de Comunidades

A dinâmica do sistema é em parte definida por regras dependentes do parâmetro ε que ditam a evolução temporal das opiniões dos indivíduos numa rede. O efeito causado pela variação do nível de intolerância na simulação fica claro ao se observar como evolui a distribuição de opiniões $p(o)$ para diferentes valores de ε . A dinâmica das opiniões no tempo é ilustrada na figura 4.1.

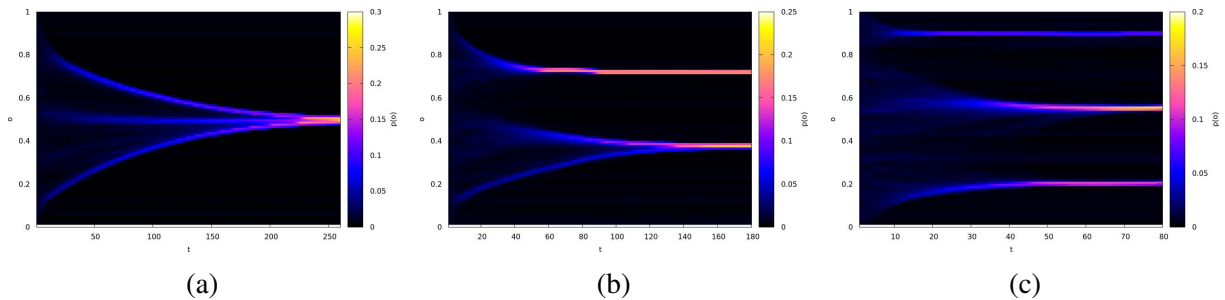


Figura 4.1: Distribuição das opiniões de cada indivíduo em diferentes instantes de tempo t . Aqui foi usada a mesma configuração inicial em uma rede de $N = 1000$ nós, porém com diferentes valores de tolerância (a) $\varepsilon = 0.120$, (b) $\varepsilon = 0.115$ e (c) $\varepsilon = 0.075$.

Para valores altos de tolerância os indivíduos são capazes de chegar a um consenso, mas reduzir os valores de ε faz com que eles se polarizem progressivamente em mais opiniões separadas até o limite $\varepsilon \rightarrow 0$ de tolerância nula, em que a distribuição não muda do estado inicial de distribuição uniforme. Em intervalos de tempo suficientemente grandes, a convergência das opiniões de grupos tende ao mesmo preciso valor, e a distribuição se torna um ou vários picos acentuados, praticamente funções delta de Dirac, nos valores médios das opiniões isoladas $p(o) \sim \sum_n \delta(o - \langle o \rangle_n)$.

Similar ao que ocorre com o modelo de Deffuant original, o parâmetro ε , quando variado, pode levar a estados de polarização ou consenso na distribuição de opiniões, mas já que ligações são alteradas segundo o nível de polarização das opiniões da rede, a variação de ε também é capaz de gerar polarização na estrutura das redes. Alguns casos de redes estacionárias em

regimes diferentes de polarização são ilustrados na figura 4.2.

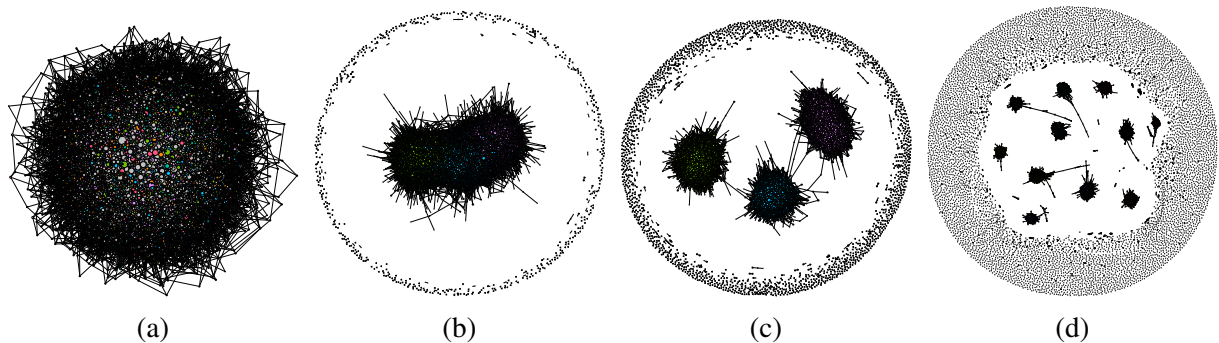


Figura 4.2: Topologias típicas de redes mostrando (a) uma componente única em regime de consenso completo, (b) uma componente grande e grupos pequenos isolados no regime de consenso majoritário, (c) módulos fracamente conectados por pontes em regime de polarização, e (d) múltiplos módulos desconectados em um regime de fragmentação extrema. As redes usadas possuem $N = 12800$ nós e níveis de tolerância (a) $\varepsilon = 0.5$, (b) $\varepsilon = 0.145$, (c) $\varepsilon = 0.085$, e (d) $\varepsilon = 0.025$. As cores representam comunidades detectadas pelo o algoritmo de Louvain [30].

O consenso ocorre para tolerâncias altas e quando há um pico fortemente proeminente na distribuição de opinião, mas para valores reduzidos de ε , o efeito dessa homofilia seletiva se torna mais acentuado com a aparição de comunidades densas, mas fracamente conectadas entre si. Os regimes fora do consenso completo sempre mostram casos de indivíduos que se rompem completamente da rede por não encontrar outros com opinião suficientemente similar para se manter conectado. No caso limítrofe de $\varepsilon \rightarrow 0$, a rede é completamente pulverizada em aproximadamente N ilhas isoladas, cada uma composta por apenas um indivíduo.

4.3 Diferenças nas Propriedades de Redes Polarizadas

Como ilustrado na figura 4.2, a estrutura das redes muda de forma gritante quando variada apenas a tolerância ε entre diferentes estados de polarização. Se a estrutura sozinha já se mostra diferente, propriedades típicas de redes também apresentarão comportamentos que mudam dependendo do grau de polarização. Algumas das principais propriedades são mostradas nas figuras 4.3 e 4.4.

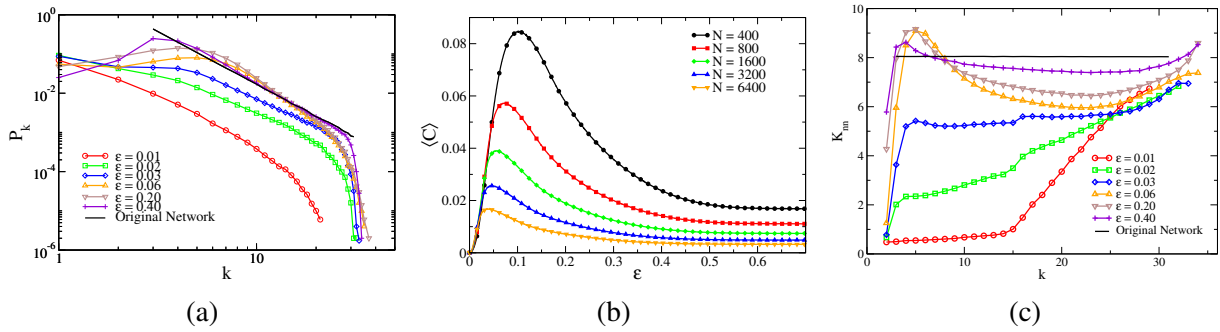


Figura 4.3: (a) Distribuição típica de grau para redes de valores distintos de ϵ e tamanho $N = 1000$ fixo. (b) Coeficiente de agrupamento em função de ϵ para redes de tamanhos diferentes e (c) Grau médio dos vizinhos para valores distintos de ϵ e tamanho $N = 1000$ fixo.

Por meio da quebra e troca de ligações, um número significativo de indivíduos da rede tem seu grau reduzido, mas também é normal encontrar alguns que tenham seu grau aumentado e às vezes para um número maior que o corte previamente definido pelas redes UCM $k_{\max} = N^{1/2}$ [60]. Por consequência, a distribuição de grau varia de seu formato original, especialmente nas regiões de maior e menor grau e exceto em casos de extrema fragmentação, nos quais a distribuição se torna bastante diferente e essencialmente exponencial.

A tendência homofílica dos indivíduos – que os leva a se relacionar com outros de opiniões similares e distâncias próximas – fica evidente ao observar que há um grande aumento no coeficiente de agrupamento médio $\langle C \rangle$ nas regiões de baixa tolerância ϵ . Por outro lado, para valores altos de ϵ , o coeficiente de agrupamento retorna ao valor esperado para o modelo UCM, e já para $\epsilon \rightarrow 0$, o coeficiente se torna nulo já que não há trios na rede que se encontra essencialmente pulverizada.

Apesar das redes iniciais não possuírem correlação de grau alguma, a dinâmica de polarização altera isso de forma curiosa e não trivial. Redes bastante intolerantes, como na figura 4.2(d), com valores pequenos de ϵ possuem uma topologia composta por dois tipos de estruturas: os núcleos das ilhas, que são bem conectados em torno de indivíduos com grau alto, e a periferia dessas ilhas, que tal como as ilhas pequenas e isoladas, são compostas majoritariamente por indivíduos de grau muito baixo. Essas estruturas se apresentam em K_{nn} como dois regimes distintos de dependência com o grau: um com K_{nn} baixo e quase constante para $k \lesssim 15$, e outro de K_{nn} associativo ocorrendo para $k \gtrsim 15$. Por outro lado, quando se trata de redes razoavelmente tolerantes 4.2(b,c), e para valores medianos de ϵ , um comportamento não monotônico aparece, em que tanto indivíduos de grau baixo quanto indivíduos de grau alto em média tem vizinhos de grau alto. Esse fenômeno é decorrente do fato de que a dinâmica de opinião segue fortemente o

alinhamento dos *hubs*. Eles, além de terem conexões entre si, estão ligados a vários indivíduos de grau pequeno que sofrem sua influência.

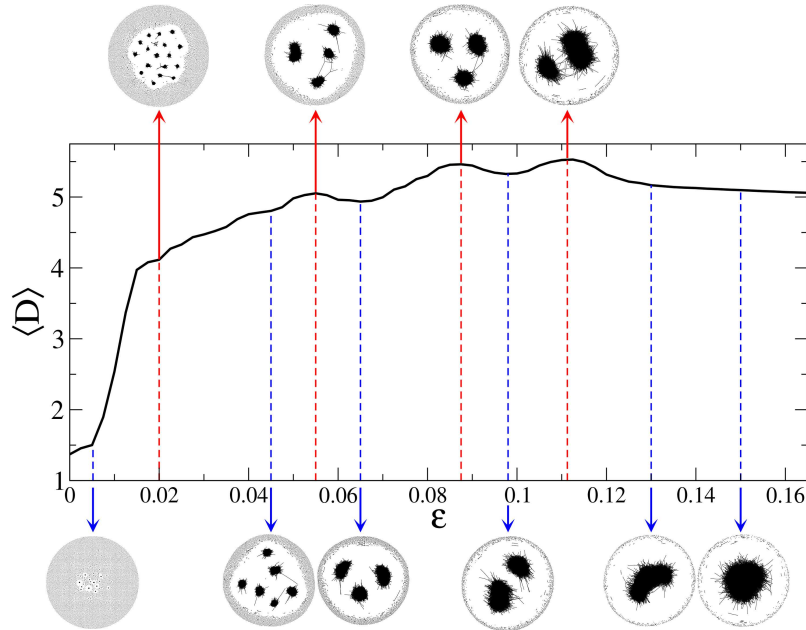


Figura 4.4: Menor caminho médio entre os indivíduos da componente gigante em função de ϵ . O tamanho da rede foi fixado em $N = 12800$ vértices e diversas amostras foram feitas. As imagens das redes acima e abaixo da curva são típicas configurações condizentes com as regiões de máximos e mínimos.

Mudanças na topologia da rede podem ser detectadas através do menor caminho médio $\langle D \rangle$ da maior componente conectada. Essa média apresenta máximos locais que ocorrem quando uma comunidade grande está próxima de se separar em dois módulos ainda grandes mas de opiniões distintas. Os mínimos locais, por sua vez, ocorrem quando o maior fragmento se torna internamente fortemente conectado pois seus indivíduos possuem opiniões muito similares.

Esse processo de máximos e mínimos continua para cada vez que a componente gigante se quebra, até o ponto em que a rede é pulverizada e as distâncias médias se tornam praticamente $\langle D \rangle \rightarrow 1$ pelos raros vizinhos que não se rompem mesmo com valores mínimos de ϵ .

4.4 Transição Polarização-Consenso

Definimos uma medida do nível de consenso m como

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |o_i(t) - \langle o \rangle(t)|,$$

onde $\langle o \rangle(t) = \frac{1}{N} \sum_i o_i(t)$ corresponde à opinião média da rede por completo, no instante de

tempo t . De certa forma, m pode ser considerado um parâmetro de ordem pois se comporta diferentemente para cada regime de polarização. Associamos a esse parâmetro uma variância computada por um ensemble de amostras analisadas quando $t \rightarrow \infty$, dada por

$$\chi_m = \langle m^2 \rangle_{\text{en}} - \langle m \rangle_{\text{en}}^2$$

Essa medida da flutuação coletiva de opiniões pode ser usada para estimar o ponto de transição ε_c entre dois regimes diferentes de polarização. Isso é análogo à susceptibilidade que trabalha com flutuações no espaço-tempo de um sistema. Diferentemente de flutuações espaço-temporais, a flutuação em ensembles indica o valor ε_c pois perto do ponto de transição, as simulações podem resultar tanto em consenso quanto em polarização com valores muito diferentes de m . Sendo assim, a dispersão entre as amostras será maior nos pontos ε_c de transição, gerando um pico em χ_m .

Usando escalonamento de tamanho finito para valores de N assintoticamente grandes, observa-se uma relação da forma

$$\varepsilon_c(N) = \varepsilon_c(\infty) + \text{const.} \times N^{-1/2},$$

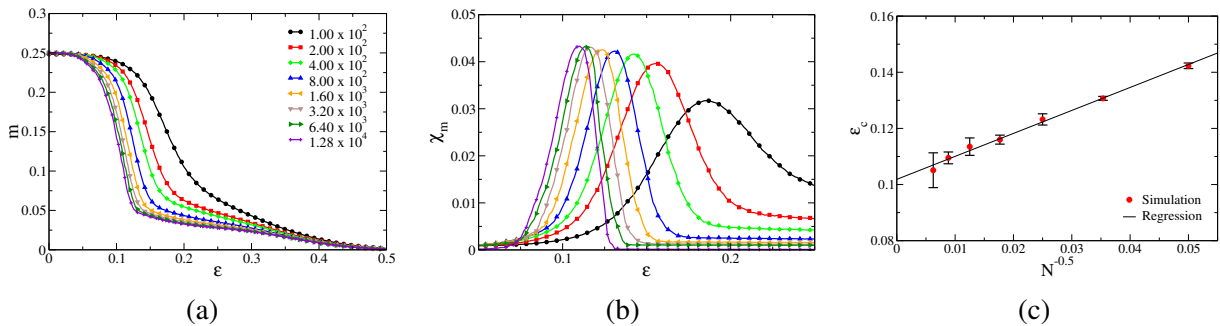


Figura 4.5: (a) Parâmetro de ordem m no estado estacionário em função da tolerância ε e (b) a variância das opiniões χ_m em função de ε para os mesmos tamanhos de redes N indicados na legenda. (c) Escalonamento de tamanho finito para o valor crítico da tolerância ε_c .

A transição indicada por $\varepsilon_c \approx 0.10$ se dá entre os regimes em consenso Fig. 4.2(a,b) e os polarizados Fig. 4.2(c,d). A adição de variações topológicas da rede faz com que o valor ε_c seja significativamente menor que aqueles encontrados por [61] e [62] de $\varepsilon_c = 0.40$ e 0.50 respectivamente e para redes também livres de escala, porém estáticas.

A transição entre consenso e polarização é governada majoritariamente pelo valor de tolerância ε , mas também pela distância característica de religação d_o . Um alto valor para d_o faz

com que a religação entre indivíduos de grupos distantes seja mais provável, sendo assim facilitando a influência de opiniões distintas e dificultando a polarização. A relação entre esses dois parâmetros e seu impacto no valor de ε_c obtido pelo processo descrito acima são ilustrados na figura 4.6.

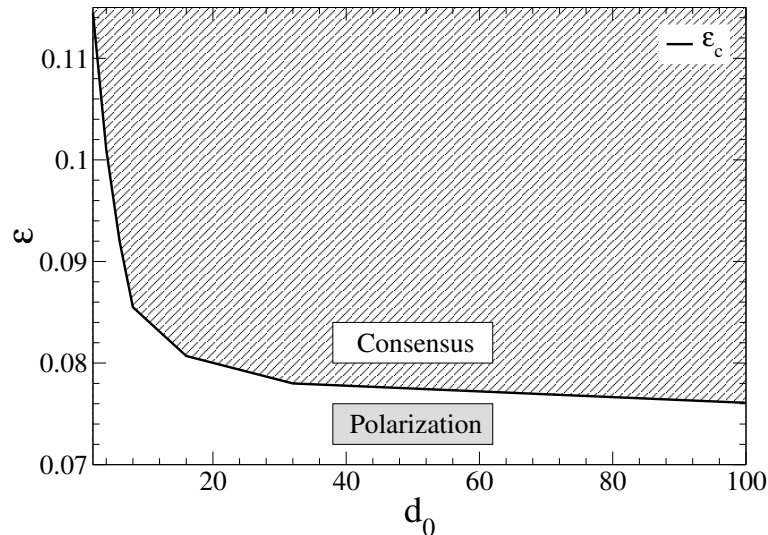


Figura 4.6: Diagrama de fases no espaço de parâmetros (ε, d_0) para a transição entre os estados polarizados ou em consenso. A linha corresponde aos valores obtidos via o escalonamento de tamanho finito ilustrado na Fig. 4.5(c).

Além de saber o número de opiniões que sobram ao final da dinâmica nos regimes de polarização ou fragmentação, também é relevante saber o tamanho do grupo social que possui essas opiniões. Já que o consenso é formado dentro da mesma comunidade, definimos S como o tamanho da maior componente conectada, e $s = S/N$ como o tamanho fracionado dessa componente. O escalonamento do tamanho da maior componente conectada com relação a ε é mostrado na figura 4.7.

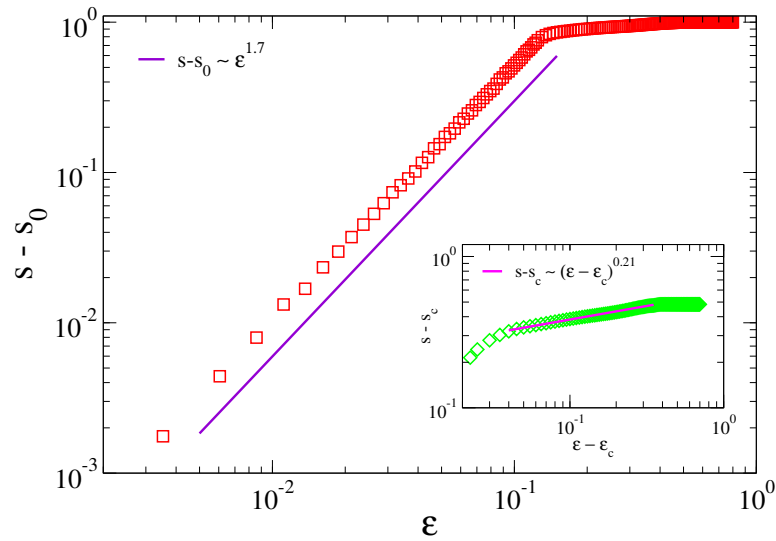


Figura 4.7: Tamanho da componente gigante dividido pelo tamanho da rede em função de ϵ . A constante $s_0 = 0.00135$ representa um tamanho médio da componente quando $\epsilon \rightarrow 0$. A inserção mostra como s escala acima do valor crítico de ϵ_c . O tamanho da rede é de $N = 1600$ nós.

Abaixo do valor crítico ϵ_c , s escala muito bem pela relação $s - s_0 \sim (\epsilon_c - \epsilon)^{1.7}$ com $s_0 \approx 0.00135$; nesta região o aumento de ϵ resulta em comunidades de tamanhos comparáveis se unindo para formar um consenso. Acima de ϵ_c o escalonamento mantém o mesmo formato mas com $s - s_c \sim (\epsilon - \epsilon_c)^{0.21}$; já para esta região o aumento ϵ cria um processo de agrupamento de comunidades isoladas com tamanhos pequenos em relação a S . Para valores de $\epsilon > 0.5$, temos que $s = 1$, pois não existem mais componentes desconectadas em concordância com os valores encontrados por [61] e [62].

Conforme ilustrado na figura 4.2, existem quatro principais regimes de polarização que podem ser distinguidos através das análises discutidas anteriormente.

Consenso Completo. Para valores altos de tolerância ($\epsilon > 0.50$), o sistema se encontra em um estado de absoluto consenso - em que todos indivíduos possuem a mesma opinião e o parâmetro $m \rightarrow 0$. Nesse regime, a rede não possui componentes isoladas, de forma que qualquer par de indivíduos (i, j) possui uma distância d_{ij} finita. A estrutura topológica da rede (distribuição de grau, coeficiente de agrupamento e o menor caminho médio) nesse regime é muito similar à estrutura inicial da rede UCM.

Consenso Majoritário. Esse regime se encontra em valores intermediários de tolerância ($0.10 < \epsilon < 0.5$). Aqui, um número pequeno de indivíduos se isola da componente principal e forma um grupo separado de opinião eternamente fixa enquanto há consenso dentro de uma componente significativamente maior. Esse isolamento de pequenos grupos torna $m > 0$ mas

ainda relativamente pequeno. A estrutura da rede ainda é de certa forma similar àquela da UCM, com leves mudanças nas regiões extremas da distribuição de grau, um aumento no coeficiente de agrupamento médio e comportamento não monotônico do grau médio dos vizinhos. A passagem do consenso completo para o majoritário é suave.

Polarização. Para valores menores da tolerância $0.05 \lesssim \varepsilon < 0.10$, a componente principal se estrutura de forma modular, contendo dois ou mais módulos fracamente conectados entre si, mas de tamanhos comparáveis ao número total de indivíduos na rede. A estrutura modular desse regime difere da rede UCM original. A transição entre polarização e consenso majoritário em $\varepsilon_c \approx 0.10$ é caracterizada pelo pico não divergente na variância χ_m , ou pelos máximos locais do menor caminho médio correspondente ao número de ilhas quebradas em módulos isolados.

Fragmentação. Quando a tolerância $\varepsilon \lesssim 0.05$, os maiores módulos que caracterizam o regime de polarização são fragmentados em componentes isoladas e internamente em consenso. A redução do valor de ε leva a fragmentações em componentes isoladas cada vez menores até um limite $\varepsilon \ll 0.05$, em que a rede é pulverizada, $s \rightarrow 0$ e m terá seu valor máximo de 0.25. Nesse regime, as diferenças com relação à estrutura da rede UCM são mais acentuadas. As comunidades isoladas são muito bem conectadas internamente, resultando no elevado valor do coeficiente de agrupamento médio. Nessa região, s possui uma dependência forte com relação a ε pois cada vez mais a intolerância leva à fragmentação e redução do tamanho da maior componente.

4.5 Comportamento de Histerese

A coevolução das opiniões e o aspecto adaptativo das ligações da rede mostram um comportamento de histerese irreversível ao passar do ponto de polarização. O ciclo de histerese em ε se inicia em um estado inicial de opiniões distribuídas aleatoriamente em uma rede UCM e evolui por um tempo de relaxação T limitado em um valor fixo ε_0 . Depois a mesma rede, com as mesmas opiniões, se torna o estado inicial para uma nova dinâmica em $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + \delta\varepsilon$ por um tempo também limitado. Esse processo é iterado n vezes até um valor final de $\varepsilon_n = \varepsilon_0 + n\delta\varepsilon$. Por fim, o ciclo é fechado por se repetir o processo no sentido oposto, por um valor de $-\delta\varepsilon$ até voltar a ε_0 . Os valores de ε_0 , ε_n , $\delta\varepsilon$ e T são ajustáveis.

Vale ressaltar que os estados estacionário podem apresentar forte consenso em comunidades isoladas, compostas por indivíduos que compartilham exatamente a mesma opinião. Nesses estados não há mais dinâmica, pois os indivíduos estão satisfeitos em suas vizinhanças isoladas;

então, particularmente a escolha de T deve ser feita com cuidado.

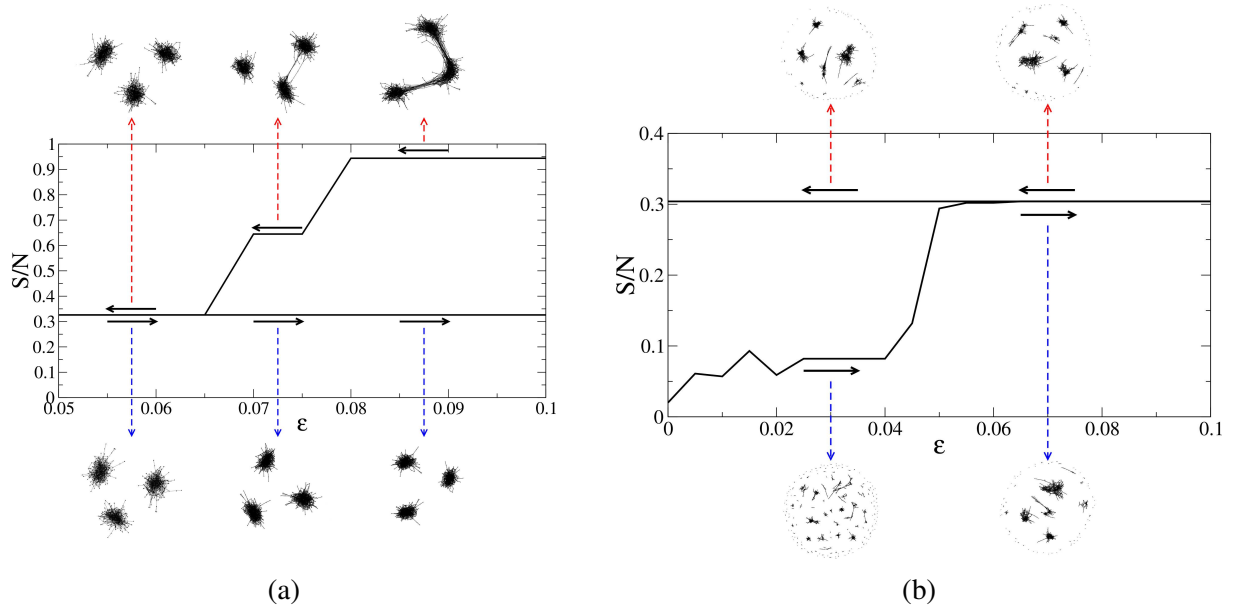


Figura 4.8: Fenômenos de histerese ilustrados em diferentes instantes do ciclo pela grandeza S/N e imagens da topologia das redes correspondentes a esses instantes específicos. Em (a) o ciclo se inicia em $\epsilon_0 = 0.1$ e o tempo de relaxação é de $T = 10$ instantes de tempo; em (b) o ciclo é feito no sentido inverso e se inicia em $\epsilon_0 = 0$ e possui um tempo de relaxação $T = 500$. Ambas apresentam tamanho de rede fixo em $N = 1000$ e um $\delta\epsilon = 0.005$. Aqui foram usados os valores de $f = 0.2$ e $g = 0.05$.

A topologia da rede no estado final, após o ciclo, é bastante diferente de seu estado inicial. Em (a) os módulos e as comunidades se tornam gradativamente tão bem conectados, de modo que, no retorno do ciclo, essas componentes não se fragmentam como antes. Em (b) o efeito é similar, a rede inicialmente conectada é fragmentada e forma comunidades isoladas em bolhas densas que, mesmo com o gradual aumento de tolerância ϵ no retorno do ciclo, não se reconectam.

Capítulo 5

Fenômenos de Espalhamento com Viés Ideológico

É comum considerar que a taxa de transmissão e cura de um patógeno durante uma epidemia é a mesma para todos indivíduos e ligações de uma rede. Contudo, em casos reais a resposta imunológica ou a duração/tipo de contato entre indivíduos não é igual para todos. O mesmo serve para propagação de rumores, em que indivíduos possuem comportamentos diferentes ao decidir espalhar um rumor ou não dependendo de suas opiniões. Tendo dito isso, para redes de ligações heterogêneas aleatórias, assumir um espalhamento/contenção (ou transmissão/cura) médio para todos os nós não é significativamente diferente de taxas heterogêneas.

Em contrapartida, foi mostrado no capítulo 4 que uma população pode ser dividida em comunidades diferentes de uma rede, sendo segregada apenas por suas opiniões. Com isso em mente, casos de taxas de espalhamento e contenção constantes seriam drasticamente diferentes de casos heterogêneos relacionados com as opiniões.

É fácil perceber em casos reais como opiniões e espalhamento de rumores estão intimamente relacionados. Pessoas que concordam ou têm interesse no rumor sendo espalhado o transmitirão muito mais rapidamente do que a média, e pessoas que se envolvem em intrigas ao discutir algo particularmente controverso provavelmente vão demorar mais a se cansar desse assunto.

Vimos também que os recentes casos de proliferação de conteúdos em redes sociais mencionados anteriormente na seção 3.2 [9, 10, 13–20, 53] são casos em que os rumores espalhados estão intimamente relacionados com as opiniões de quem os espalha. Em [9], por exemplo, as postagens em redes sociais estudadas são relacionadas a protestos contra a ex-presidente Dilma

Rousseff, onde as opiniões variam entre quem se posiciona a favor ou contra o impeachment.

Baseados nessa discussão, apresentamos um modelo de propagação de rumores que leva em consideração as opiniões dos indivíduos para descrever as taxas de transmissão e de contenção dos contatos na rede. Juntamos o modelo de rumores ideológicos com redes polarizadas por dinâmicas de opinião usando o modelo introduzido na seção 4 para obter os resultados desta seção. Apesar do modelo de opiniões possuir uma dinâmica rica de ligações e opiniões mutáveis, usaremos redes estáticas para a propagação de rumores sob a justificativa de que a escala de tempo para mudanças drásticas em ligações e formações de opiniões é consideravelmente maior do que a escala de tempo da propagação de rumores.

5.1 Modelo de Rumores Ideológicos

As regras básicas de modelos de rumores foram mantidas iguais às aquelas introduzidas na seção 3.2.2. Com taxa de espalhamento λ indivíduos são informados do rumor quando interagem com propagadores, e com taxa α propagadores perdem interesse no rumor quando interagindo com agentes que já sabem dele. A primeira diferença a ser ressaltada agora é que as taxas dos processos de transição dependem da natureza da ligação entre os indivíduos em interação.

$$I_i + S_j \xrightarrow{\lambda_i} I_i + I_j \quad , \quad I_i + R_j \xrightarrow{\alpha_{ij}} R_i + R_j \quad , \quad I_i + I_j \xrightarrow{\alpha_{ij}} R_i + I_j$$

O acoplamento entre opinião e transmissão ou cura é feito por meio dessas taxas λ_i e α_{ij} e como elas se relacionam com as opiniões o_i e o_j dos indivíduos da rede polarizada¹. As taxas de transmissão do modelo dependem do alinhamento/opinião do indivíduo i que tenta espalhar o rumor via uma função de acoplamento $f(o_i)$. Mais especificamente, todos agentes terão sua própria taxa de espalhamento dada por,

$$\lambda_i = \lambda^* f(o_i).$$

Aqui o parâmetro λ^* é a taxa de espalhamento média. Por outro lado, a taxa em que indivíduos cansam de espalhar o rumor depende da opinião do indivíduo-fonte i e o indivíduo-alvo j da interação via outra função de acoplamento $g(o_i, o_j)$. Diferentemente da taxa de espalha-

¹O modelo de opiniões introduzidos na seção 4 é capaz de produzir diferentes graus de polarização, mas as redes usadas para as análises da modelagem de rumores são feitas com alguns detalhes a mais que são discutidos na seção 7.1.

mento, cada ligação possui sua própria taxa de contenção dada por

$$\alpha_{ij} = \alpha^* g(o_i, o_j),$$

onde α^* é a taxa de contenção média. As formas exatas das funções $f(o_i)$ e $g(o_i, o_j)$ dependem do rumor sendo espalhado, mas caso não haja relação entre o rumor e as opiniões em questão, retorna-se ao caso desacoplado, isto é, o modelo de rumor tradicional, usando-se $f(o_i) = 1$ e $g(o_i, o_j) = 1$. Propomos o uso de três tipos de acoplamentos diferentes: o linear e unimodal para as taxas de espalhamento e um acoplamento de busca por controvérsia para a taxa de contenção.

5.1.1 Acoplamento Linear

A ideia do acoplamento linear refere-se à noção de que a vontade de propagar o rumor dependa diretamente da opinião do indivíduo que o escolha espalhar, então escolhemos a função

$$f(o_i) = 2\eta_\lambda \left(o_i - \frac{1}{2}\right) + 1,$$

onde $\eta_\lambda \in [-1, 1]$ é um parâmetro de acoplamento. Se escolhermos $\eta_\lambda = 0$ retornamos para o caso desacoplado, mas para $\eta_\lambda > 0$ ou < 0 são favorecidos os espalhamentos de opiniões próximas a 1 ou 0 respectivamente.

Esse acoplamento é comparável a um caso sobre como notícias a respeito de efeitos colaterais de vacinas se espalharia mais eficientemente em grupos anti-vacinação ($o \sim +1$) ao invés de grupos pro-vacinação ($o \sim 0$), implicando em $\eta_\lambda > 0$. Em síntese, o acoplamento linear resulta em melhores taxas de propagação quando há alinhamento ideológico entre a opinião de um indivíduo e o rumor.

5.1.2 Acoplamento Unimodal

O acoplamento unimodal é escolhido como uma função não monotônica simétrica ao redor de $o = 0.5$,

$$f(o_i) = 1 + 2\eta_\lambda \left(|2o_i - 1| - \frac{1}{2}\right).$$

Novamente, $\eta_\lambda \in [-1, +1]$ e $\eta_\lambda = 0$ retorna ao caso sem acoplamento. Se usado $\eta_\lambda = 1$, as opiniões nos extremos serão favorecidas ($o = 0$ or $o = 1$), mas se escolhido $\eta_\lambda = -1$, as opiniões moderadas são favorecidas ($o = 0.5$). Tomamos como interesse apenas os casos de

$\eta_\lambda > 0$ onde os rumores são mais bem espalhados pelos extremos.

O acoplamento unimodal funciona como os casos em que enquanto um dos extremos espalha a notícia com o intuito de promovê-la, o extremo oposto também a espalha com o intuito de criticá-la, e indivíduos de opiniões moderadas não se empolgam muito. Para usar um exemplo, é o que ocorre quando um político se envolve num escândalo: tanto apoiadores quanto oposição discutem o assunto sob pontos de vista distintos, mas, ainda assim, disseminam a notícia.

Não há motivo específico para que a taxa de espalhamento necessariamente dependa apenas da opinião do indivíduo-fonte. Fazemos essa simplificação porque, da forma como as ligações são feitas, as diferenças de opinião entre as ligações são extremamente baixas (veja a figura 7.2(b)). Assim, os acoplamentos linear e unimodal, caso usem algo como a média $(o_i + o_j)/2$ que mantém a mesma filosofia do acoplamento, não apresenta diferenças significativas.

5.1.3 Acoplamento de Busca por Controvérsia (BC)

Conforme mencionado, em modelos de rumores os contidos aparecem ao perderem interesse na notícia quando suspeitam que ela se tornou velha, ou, em outras palavras, quando não é mais estimulante discutir a notícia. Mas, assumindo que controvérsia de opinião, ou melhor, polarização de opinião pode aumentar o estímulo à conversa e estender o debate sobre o rumor entre os agentes, propomos um acoplamento do tipo

$$g(o_i, o_j) = Ae^{-\eta_\alpha |o_i - o_j|}$$

para as taxas de contenção. Com esse acoplamento, interações entre indivíduos que têm conhecimento do rumor permanecem estimulados se suas opiniões são suficientemente diferentes, dificultando sua transição para contidos. Aqui, η_α é sempre positivo e A é meramente uma constante. Assim, quanto maior for o acoplamento η_α , mais controverso é o assunto. Além disso, usando $\eta_\alpha = 0$ e $A = 1$, recuperamos as relações sem acoplamento. Sempre que o acoplamento BC está sendo usado, os valores são fixos em $\eta_\alpha = 20$ e $A = 1.05$, escolhidos por serem suficientes para enfatizar os efeitos do acoplamento mas sem dominar a dinâmica.

5.2 Efeito dos Acoplamentos

Ressaltamos que tomou-se um cuidado para manter a taxa total de espalhamento/contimento da rede independente do acoplamento usado e de seu grau. Isto é, ajustando o valor de A e para qualquer η_λ e η_α , mantivemos

$$\langle \lambda_i \rangle = \frac{1}{N} \sum_i \lambda_i = \lambda^* \quad e \quad \langle \alpha_{ij} \rangle = \frac{1}{2N\langle k \rangle} \sum_{i \in \mathcal{N}(j)} \alpha_{ij} = \alpha^*.$$

Garantido que os acoplamentos não resultem em simples aumento ou diminuição das taxas médias, processos de espalhamento foram simulados introduzindo apenas um propagador dentro de uma rede composta por N indivíduos ignorantes em uma posição escolhida ao acaso entre todos os nós da rede. Mudaremos essa condição inicial mais adiante. Para todas as análises que se seguem, um conjunto de 50 redes foram independentemente geradas (segundo os detalhes apresentados na seção 7.1) esse ensemble de redes será usado para realizar médias do processo de espalhamento de rumor e também variar os cenários investigados.

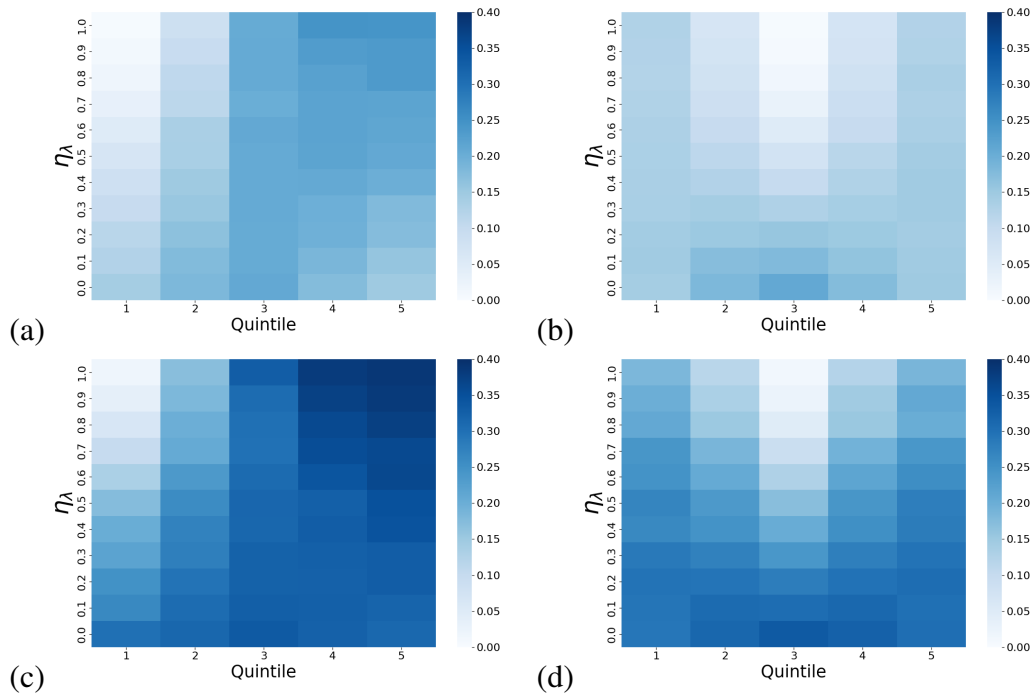


Figura 5.1: Mapas de calor para a fração final de contidos em quintis diferentes e em função do parâmetro de acoplamento η_λ . A cor representa a densidade de contidos pertencentes a cada um dos cinco quintis de opiniões. Os acoplamentos usados foram (a) linear, (b) unimodal, (c) linear e BC e (d) unimodal e BC.

Dividimos a população em cinco quintis diferentes baseados na opinião de seus indivíduos,

isto é, aqueles que possuem opinião $o \in [0, 0.2)$ pertencem ao primeiro quintil $q = 1$, e assim progressivamente até o quintil $q = 5$ de opiniões $o \in [0.8, 1.0]$. Dentro de cada quintil há um número de contidos R_q dentre os N_q indivíduos pertencentes a q , e disso definimos a fração de contidos pertencente a cada quintil, $r_q = R_q/N_q$.

Na figura 5.1, diferentes tipos e combinações de acoplamentos são testados para observar por onde a propagação do rumor é mais efetiva. Com o acoplamento linear mostrado na figura 5.1(a), o rumor se espalha melhor em um dos extremos e não do outro, esse efeito é mais acentuado com maiores acoplamentos η_λ . Utilizando o acoplamento unimodal 5.1(b), o rumor se espalha bem nos extremos, mas não surte muito efeito nos agentes de opinião moderadas do centro, e novamente com maiores acoplamentos η_λ esse efeito se torna mais acentuado. Note também que para todos casos, quando escolhido um acoplamento nulo ($\eta_\lambda = 0$), tem-se um modelo de rumores tradicional, que resulta em r_q simétrico ao redor do quintil $q = 3$ do centro. Isso ocorre porque frequentemente os agentes de opinião moderada funcionam como pontes entre os extremos, sendo então atingidos por rumores que partem de qualquer um dos extremos. A inclusão do acoplamento de busca por controvérsia mostrado na figura 5.1(c,d), facilita a propagação do rumor de forma geral.

Apenas por essa análise já fica claro que o acoplamento é capaz de replicar o efeito de que rumores opinativos possuem espalhamento mais forte quando há alinhamento ideológico entre os rumores e a opinião das comunidades da rede. Além disso, observa-se que quanto mais controvérsia é a notícia, ou seja, quando há uma procura por debates controversos que incita indivíduos a se manterem rendendo o rumor ao encontrarem controvérsia, a eficácia do espalhamento cresce substancialmente.

5.3 Capacidade de Espalhamento e Duração

Um detalhe importante para as análises de espalhamento (acoplados ou não) é a estrutura modular da rede. Então, com o intuito de ter casos-controle para comparação, análises de espalhamento também serão feitas para redes reestruturadas² sem acoplamento³, e redes modulares sem acoplamento. A ausência de acoplamentos é equivalente ao modelo de rumores tradicional

²Essa reestruturação das redes é feita por selecionar aleatoriamente dois pares de nós e trocar suas ligações até que toda rede tenha sido mudada. Feito assim, a distribuição de grau original da rede é mantida, mas efeitos em suas estruturas são perdidos em troca de uma estrutura aleatória.

³Já que as redes reestruturadas são completamente aleatórias, o uso de acoplamentos ($\eta_\lambda > 0$) não causa diferenças substanciais na propagação dos rumores, obtendo apenas o comportamento médio λ^* .

com λ^* fixo para todas ligações.

As análises de espalhamento foram feitas para o mesmo ensemble fixo de 50 redes polarizadas, tirando uma média de 400 amostras para cada uma delas. A análise da fração final de contidos computados por toda a rede r_∞ em função da taxa média de espalhamento λ^* é ilustrada na figura 5.2. Uma medida de variabilidade, como a proposta por [63], pode ser usada para estipular os limiares de ativação para processos de propagação ao estilo SIR, isto é, os valores de λ_c a partir dos quais o rumor é capaz de se espalhar para uma fração finita da rede. A definição de variabilidade é:

$$\Delta = \frac{\sqrt{\langle r_\infty^2 \rangle - \langle r_\infty \rangle^2}}{\langle r_\infty \rangle}.$$

A relação entre Δ e λ^* é ilustrada pela figura 5.3, com o pico sendo justamente o valor estipulado para λ_c^* . Por fim, a duração τ do processo de espalhamento é definida como o tempo necessário para que o sistema atinja um estado absorvente sem propagadores. A relação entre τ e λ^* é mostrada na figura 5.4.

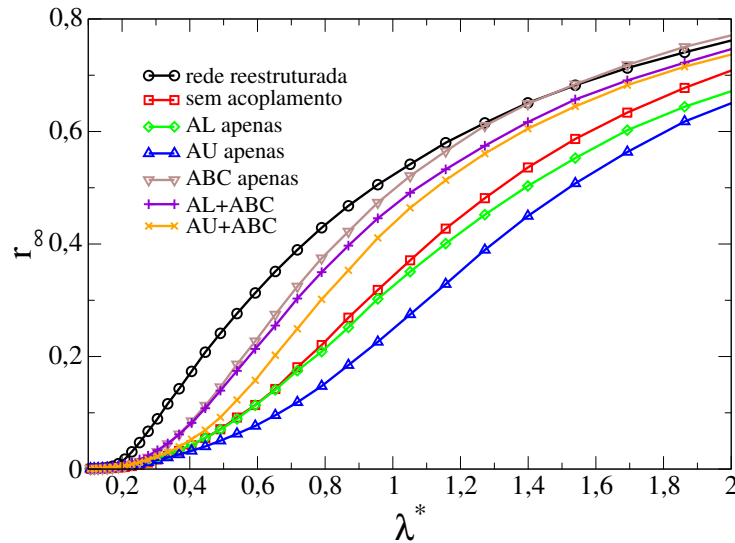


Figura 5.2: Fração final de contidos em função de λ^* e para diferentes tipos de acoplamento de opiniões. Foram usadas 50 redes polarizadas e de tamanhos perto de 10000 seguindo os parâmetros da seção 7.1. Acoplamentos lineares e unimodais usam $\eta_\lambda = 0.5$ fixo e o acoplamento de busca por controvérsia usa $\eta_\alpha = 20$ e $A = 1.05$ fixos. Redes reestruturadas e casos desacoplados são usados como casos controle. AL - acoplamento linear, AU - acoplamento unimodal, ABC - acoplamento de busca por controvérsia.

É relevante a comparação entre os espalhamentos sem acoplamento com opiniões nas redes reestruturadas (curvas pretas) e nas redes modulares (curvas vermelhas) na figura 5.2. Nota-se que a estrutura modular da rede enfraquece consideravelmente a propagação do rumor ao

observar a dependência de r_∞ com a taxa de espalhamento média λ^* . Trata-se de um efeito esperado, pois as comunidades são fracamente conectadas por pontes de opinião moderada, e se por ventura essas pontes se tornarem contidas, não há como o rumor se propagar entre as comunidades. Outra evidência desse efeito é observada na figura 5.3(a). As curvas de redes reestruturadas apresentam somente um pico bem destacado, indicando uma transição clara entre um estado de espalhamento macroscópico pela rede e estados em que o rumor não é interessante o suficiente para se espalhar bem; já nas curvas de redes modulares desacopladas, além do pico central, há a aparição de um ombro em valores maiores de λ^* , interpretado como a ativação de comunidades/módulos diferentes daqueles em que o rumor se iniciou, comumente observado em propagação de epidemias em redes modulares [64].

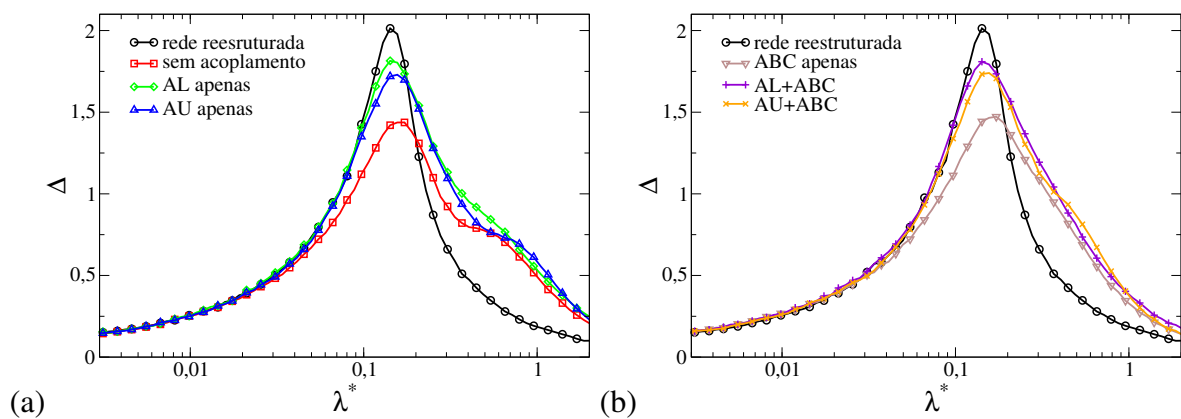


Figura 5.3: Análise da variabilidade do número final de contidos e diferentes regras de acoplamento. Redes e parâmetros usados são os mesmos da figura 5.2. Médias dos resultados feitos foram feitas 400 vezes sobre 50 redes diferentes. Acrônimos usados são iguais aos da figura 5.2.

Observando novamente a figura 5.2, qualquer que seja o acoplamento entre as opiniões dos agentes e a taxa de espalhamento ($\eta_\lambda > 0$), a disseminação de informação se torna mais fraca ainda, com o acoplamento unimodal (curva azul) sofrendo um impacto maior que o acoplamento linear (curva verde). Contudo, o acoplamento de busca por controvérsia amplia significativamente a capacidade de propagação do rumor (curvas marrom, roxo e laranja), sendo capaz até de contornar as limitações ao fluxo de informações geradas pela estrutura modular da rede. Nota-se pela figura 5.3(b) que com a inclusão do acoplamento BC, o pico de variabilidade quase não apresenta uma região de ombro de ativação de comunidades diferentes, indicando que a ativação da rede ocorre como um todo quando há acoplamento BC.

Conforme mostrado na figura 5.4, independentemente do acoplamento, para regiões de λ^* baixo há uma dependência $\tau \sim \lambda^{*-1}$ comumente esperado em modelos de rumor [59]. Esse

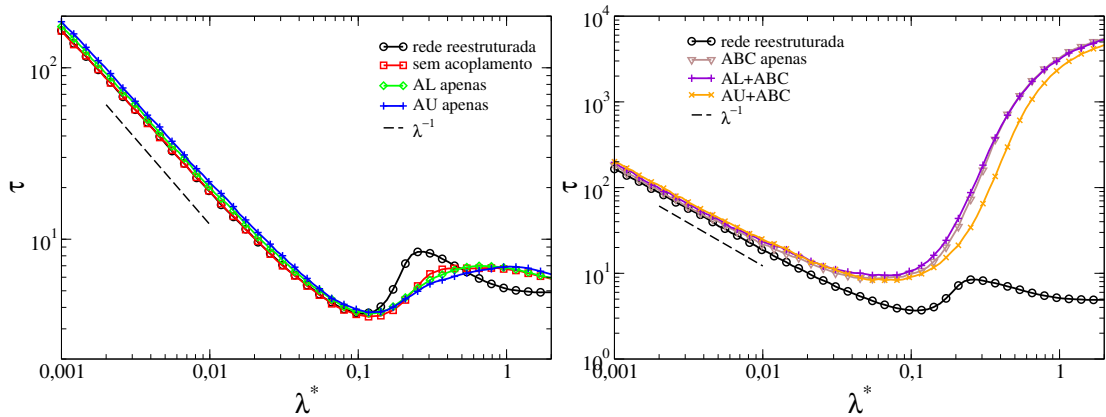


Figura 5.4: Tempo até atingir o estado absorvente final em função de λ^* e para diferentes tipos de acoplamentos. Redes, parâmetros e acrônimos permanecem os mesmos das figuras 5.2 e 5.3.

efeito não é alterado pelos acoplamentos pois nessa fase subcrítica os rumores estão essencialmente contidos nas comunidades ou regiões em que são criados. Contudo, com o aumento de λ^* , eles passam a ser capazes de atingir regiões diferentes e maiores da rede, aumentando o tempo de duração e gerando máximos locais. Para a rede reestruturada (curva preta), o máximo em τ ocorre para um λ^* pequeno, pois a rede é bem conectada em todas as regiões. Quando a rede possui efeitos modulares sem busca por controvérsia, o pico em τ ocorre apenas para valores mais elevados de λ^* , pois é necessária uma melhor capacidade de espalhamento para atravessar as comunidades. Contudo, esse efeito é imensamente amplificado quando há a inclusão do acoplamento BC (curvas marrons, roxas e laranjas), já que os agentes-pontes que se ligam a indivíduos de diferentes opiniões se mantêm mutualmente estimulados a continuar propagando o rumor, adiando a convergência global para contidos.

5.4 Percolação e Permeabilidade por Bolhas Ideológicas

Dois outros fatores foram estudados: a percolação e a permeabilidade de um rumor. As análises de espalhamento a partir de agora serão feitas iniciando o rumor necessariamente por um indivíduo do quintil $q = 5$. Definimos a permeabilidade de um rumor como a fração de contidos no quintil oposto ao que o rumor foi gerado, isto é, $r_{(q=1)}$. Permeabilidade serve como uma medida da capacidade de um rumor gerado em uma comunidade e um quintil se propagar no quintil oposto. A outra medida intitulada probabilidade de percolação p_{per} definida como a chance de um rumor partir de um quintil e chegar em pelo menos um agente pertencente ao quintil oposto, isto é, gerar no mínimo um contido nele. A análise de percolação serve como

medida da capacidade de um rumor atravessar a rede e as comunidades de opinião média para chegar ao quintil oposto.

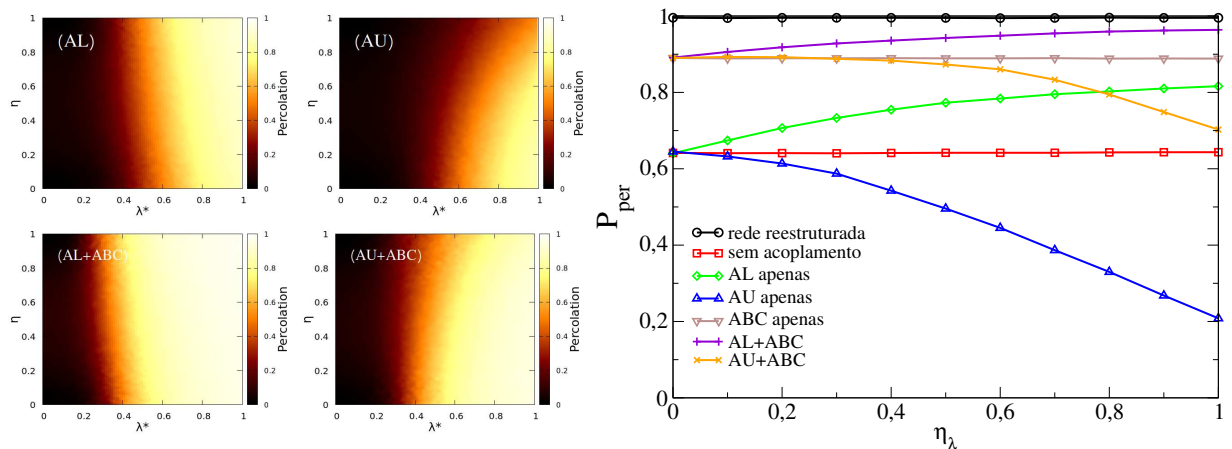


Figura 5.5: Mapas de calor da probabilidade de percolação p_{per} do rumor, e um corte em $\lambda^* = 0.6$; chances de que rumor que se inicia no quintil $q = 5$ de opiniões $o \in (0.8, 1.0)$ chegue no quintil oposto $q = 1$ de opinião $o \in (0, 0.2)$ em função de λ^* e η_λ . Dinâmica de espalhamento em que o rumor se inicia com um agente pertencente ao quintil $q = 5$. Diferentes casos foram testados, os acrônimos usados são iguais aos da figura 5.2.

Nas análises de probabilidade de percolação da figura 5.5 nota-se que apenas pelo efeito modular da rede, sem o uso de acoplamentos, essa probabilidade sofre uma queda de 100% de redes reestruturadas (curva preta) para cerca de 65% (curva vermelha). A inclusão de um acoplamento linear aumenta as chances de percolação (curva verde), e ainda mais se for em conjunto com o acoplamento BC (curva roxa), mas por outro lado, quanto mais forte o acoplamento unimodal, mais ele tende a reduzir as chances de percolação (curva azul) e mesmo se usado em conjunto com o acoplamento BC (curva laranja).

As estruturas de redes polarizadas são de módulos densos interconectados fracamente por um número pequeno de pontes, formando comunidades com um alto grau de homofilia. O comportamento dos indivíduos-ponte nessas estruturas modulares impacta fortemente na propagação dos rumores, sendo esses, em média, mais tolerantes e comportando opiniões moderadas entre comunidades diferentes. Para que a percolação ocorra, o rumor precisará passar por indivíduos ponte. O acoplamento unimodal implica num aumento no espalhamento entre os extremos, porém para os indivíduos moderados o espalhamento é abaixo da média, dificultando que um rumor atravesse por completo a estrutura modular da rede para acessar comunidades do extremo oposto. Já rumores de acoplamento lineares, por se iniciarem em comunidades de opiniões alinhadas ao rumor, adquirem facilmente um número alto de espalhadores capazes de transmitir o rumor pelos indivíduos e comunidades moderadas, aumentando a probabilidade de

percolação.

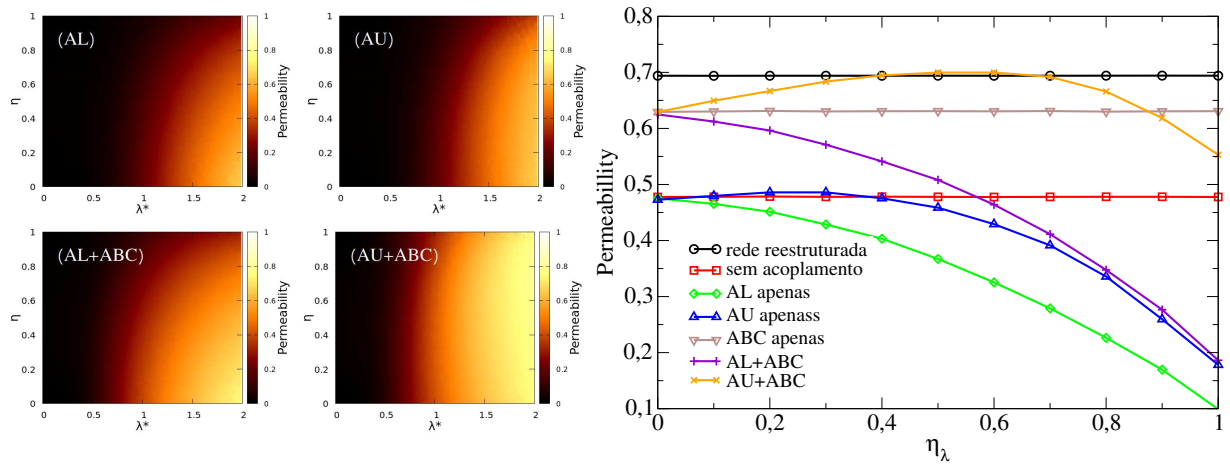


Figura 5.6: Mapas de calor de permeabilidade $r_{(q=1)}$ do rumor, e um corte em $\lambda^* = 1.5$; densidade de contidos pertencentes ao quintil $q = 1$ de opiniões $o \in (0, 0.2)$ em função de λ^* e η_λ . Dinâmica de espalhamento em que o rumor de inicia com um agente pertencente ao quintil $q = 5$ de opinião $o \in (0.8, 1.0)$. Diferentes casos foram testados, os acrônimos usados são iguais os da figura 5.2.

Ambos acoplamentos lineares e unimodais quando não incluso o acoplamento BC, reduzem os efeitos de um rumor causado na comunidade de alinhamento oposto, como pode ser visto na figura 5.6. Contudo, o acoplamento de busca por controvérsia aumenta de forma geral a permeabilidade do rumor, mas em especial quando usado em conjunto com o acoplamento unimodal (curva laranja), a permeabilidade pode se tornar até mais forte que o caso controle de redes reestruturadas (curva preta).

O acoplamento de busca por controvérsia tem um papel fundamental de manter a propagação de rumores ativas por tempos muito longos em comparação com outros casos em que indivíduos facilmente cansam de espalhar o rumor e se tornam contidos quando expostos ao rumor diversas vezes. Apesar do acoplamento unimodal reduzir o interesse de indivíduos-ponte de opiniões moderadas no rumor, por eles se posicionarem entre comunidades de opiniões distintas, se mantém estimulados a propagar o rumor. Essa união de acoplamento unimodal com BC aumenta de forma geral o espalhamento e em especial a permeabilidade do rumor.

Capítulo 6

Discussões, Conclusões e Perspectivas Futuras

Fenômenos sociais no geral são: complexos por natureza, sempre presentes no dia a dia, e de extrema importância especialmente em seus casos extremos. Usando modelagens matemáticas junto a métodos de descrição física do sistema, essa complexidade se torna tratável para o estudo de dinâmicas das mais diversas, incluindo-se aí aquelas com número exorbitante de agentes e interações de todo tipo entre eles.

Incidentemente, neste mês se completam 50 anos da publicação do artigo "More is Different" de Philip W. Anderson [65]. Nesse célebre trabalho, Anderson discute como estudar apenas partes isoladas de um sistema não leva a um entendimento completo de fenômenos de grande escala onde *mais é diferente*. Com isso, Anderson consolida a ideia do emergencismo, em que a cada maior nível de complexidade, novas propriedades aparecem e é de extrema importância entender como as partes de um sistema funcionam em conjunto e não apenas individualmente.

Esse pensamento emergente é de extrema relevância para a Física. Um exemplo são os estudos da Física da Matéria Condensada, onde o comportamento de conjuntos de átomos são levados em consideração para explicar fenômenos como a supercondutividade, fases da matéria e domínios ferromagnéticos. O mesmo serve para a Física de Sistemas Complexos e a Sociofísica, das quais fenômenos sociais não são compreendidos por estudar um único indivíduo, mas sim diversos indivíduos e como eles interagem.

As intrínsecas relações entre alinhamento de opinião de indivíduos se assemelha a sistemas

de spins em materiais magnéticos [6, 42], e fenômenos de propagação de rumores entre agentes de uma rede são similares a processos epidêmicos, que por sua vez possuem alguns dos mesmos comportamentos de fenômenos de percolação dinâmica [66]. Esses são dois curtos exemplos de como a Física é tão eficaz explicando e descrevendo fenômenos sociais quanto fenômenos mais tradicionais de interações de matéria.

No capítulo 4 foi mostrado como dinâmicas de opinião ditada por uma tendência homofílica intolerante pode levar à fragmentação social e gerar uma sociedade em bolhas. Efeitos de polarização alteram em diversas magnitudes propriedades bem conhecidas de redes, além de causar mudanças visuais evidentes em sua topologia. Um processo de transição entre os estados de consenso e polarização também foi discutido, apresentando comportamentos diferentes entre essas duas fases. Os resultados apresentados são comparáveis com casos reais de polarização em diferentes contextos, como eleições [12], entidades políticas [11], crises políticas [9] e protestos [13, 53].

Baseando-se na pergunta de se após um período de intensa intolerância as comunidades isoladas tornam a se conectar, observamos um fenômeno de histerese em que a crescente intolerância aumenta o número de grupos com interesses distintos e gera um grau de discordância extremo e prejudicial para o consenso. Como mostrado, os resultados aqui obtidos indicam que uma reversão na tendência de fragmentação e aumento de tolerância não retorna ao estado original de uma rede menos fragmentada.

Os efeitos dos parâmetros que regulam as reLigações (d_0 , f e g) merecem ser investigados mais a fundo. Uma futura extensão do modelo se daria com a introdução de outros fatores, como a mídia e agentes estratégicos para o estudo da influência em massa de opiniões políticas dos indivíduos em uma dada comunidade. Além disso, a inclusão de distribuições heterogêneas para tolerância ε se mostra capaz de mudar drasticamente o comportamento da dinâmica de opinião. Distribuições diversas de ε_i e seus efeitos também merecem ser estudados.

Com o estudo de propagação de rumores ideológicos do capítulo 5, pudemos apontar como o espalhamento de rumores em redes polarizadas, modulares e de opiniões distintas podem vir a ocorrer. Diferentes dependências com λ^* , tempos de duração τ e regiões de melhor espalhamento mostram como cada tipo de acoplamento de rumores opinativos é capaz de funcionar. A estrutura modular da rede polarizada se mostra um imenso empecilho para a propagação de informações. Contudo, por meio da introdução de dois parâmetros para permeabilidade e probabilidade de percolação, o efeito da modularidade das redes foi estudado e comparado com cada

tipo de acoplamento de rumor, chegando-se à conclusão de que modelos de rumores ideológicos são capazes de subverter essas avenças.

A discussão acerca da propagação de rumores com ideologias pode ser baseada em trabalhos como [9, 10] que, em concordância com os resultados aqui obtidos, estabelecem que posicionamentos extremos possuem forte influência sobre a comunidade e seus agentes os mantêm com mais resiliência e fervor. O grande aumento na capacidade de propagação de um rumor, quando usado um acoplamento que favoreça a controvérsia, mostra que o que mais agrava e sustém um assunto são justamente as ligações que se mantêm interessadas em propagá-lo, visto o interesse gerado pela controvérsia.

Capítulo 7

Algoritmos Usados

7.1 Parâmetros para a Criação de Redes Modulares

Na seção 4 o modelo para criação de redes com efeito de polarização foi introduzido; durante a seção 5, o mesmo modelo foi utilizado para criar redes modulares sintéticas e com opiniões distribuídas entre seus nós. O modelo em si abrange um espectro de estados de polarização distintos, mas para os propósitos da seção 5, os parâmetros e filtros usados exigem um pouco mais de cuidado.

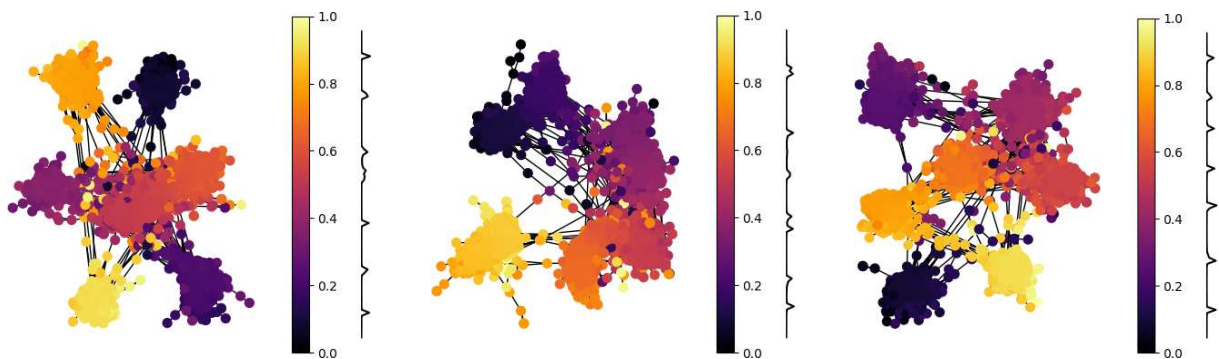


Figura 7.1: Exemplos de redes e distribuições de opiniões que são selecionados quando usados os parâmetros e filtros descritos nesta seção. Cores representam opiniões segundo a escala de cores em referência ao lado, e a linha preta representa a distribuição de opiniões comparada com a mesma escala de cores. Note que a estrutura da rede é altamente modular e estabelecida por uma distribuição de opinião polarizada.

Primeiramente, sabendo que é comum os nós se partirem por completo da rede original, a dinâmica se inicia com um número elevado de nós $N = 20000$ para que no final restem perto

do número desejado de $N \approx 10000$ nós para a maior componente conectada da rede. Além disso, para melhor emular os efeitos de pontes entre comunidades de opiniões distintas, uma parcela de 5% da população possui um valor mais tolerante de $\varepsilon = 0.5$, enquanto os outros 95% são mantidos com $\varepsilon = 0.04$. Assim, comunidades ficam num forte estado de polarização conforme esperado porém ainda conectadas entre si por eventuais indivíduos mais tolerantes (ou, mais raramente, uma série de indivíduos intolerantes progressivamente fazendo a transição entre opiniões distintas).

Os parâmetros usados são $\mu = 0.8$, $\kappa = 3.5$ e $d_0 = 4$, mas já que o estado final com $T \rightarrow \infty$ é inevitavelmente um em que todas as comunidades ainda conectadas possuam a exata mesma opinião, interrompemos a dinâmica após $T = 120$ iterações para que componentes ainda conectadas tenham opiniões diferentes.

Repartimos todos os agentes em cinco quintis baseado em suas opiniões, isto é, no quintil $q = 1$ estão os agentes de opiniões $o \in (0, 0.2)$, e assim progressivamente até o quintil $q = 5$ de opiniões $o \in (0.8, 1.0)$. Para evitar, ou ao menos amenizar, efeitos de anisotropia nas distribuições finais de opiniões, impusemos um filtro para que apenas redes em que os quintis de um extremo sejam de tamanhos similares aos quintis de outro extremo sejam aceitos, isto é, $N_{q=1} \approx N_{q=5}$ e também $N_{q=2} \approx N_{q=4}$.

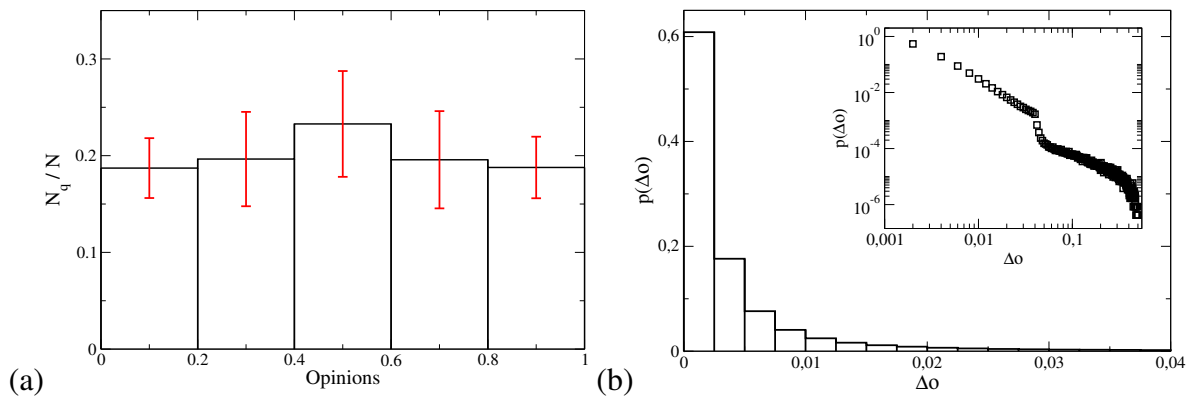


Figura 7.2: (a) Distribuição média de quintis para as 50 redes geradas para as análises da seção 5 e a margem de erro usando os parâmetros e filtros acima. (b) Distribuição do número ligações com diferença de opiniões Δo também usando os parâmetros e filtros acima.

Feitas assim, as redes possuem características relevantes para o estudo proposto, sendo algumas dessas as estruturas modulares com opiniões diferentes em um estado de polarização ideológica porém não completamente isoladas. Repare em 7.2(b) que as ligações entre agentes é feita em sua grande maioria quando $\Delta o \ll 1$, mas ainda ocorrem ligações entre agentes com Δo relativamente altos, chegando até a maior tolerância estabelecida $\varepsilon = 0.5$. A importância

dessas ligações mais tolerantes que acabam funcionando como pontes entre comunidades com opiniões distintas são discutidas na seção 5.

Como último detalhe, a quebra e troca de ligações pode ser feita de formas diferentes dependendo de algumas preferências, então vale ressaltar o método usado. Com o intuito de manter a rede não direcionada e preservar o número total de ligações, quando um agente i escolhe re-direcionar a ligação com um de seus vizinhos j para outro agente m , as ligações (i, j) e (j, i) são alteradas para (i, m) e (m, i) , aumentando o grau de m e reduzindo o grau de j . Outras opções não foram testadas extensivamente, mas caso não haja interesse em manter a rede não direcionada, uma quebra entre i e j pode resultar em religações separadas e direcionadas (i, m) e (j, l) preservando o número total de ligações.

7.2 Algoritmo de Gillespie para Rumores Ideológicos

As simulações de Monte-Carlo usadas seguem o algoritmo otimizado de Gillespie proposto por [67]. Diferentemente dos modelos compartimentais usuais, cada ligação e indivíduo possuem taxas diferentes baseadas em uma distribuição de opinião heterogênea, necessitando de um cuidado maior ao estabelecer o algoritmo.

Lembrando que usamos uma terminologia epidemiológica para os compartimentos em questão, então S , I e R para suscetível, infectado e removido são na verdade, em um contexto de disseminação de rumores, para ignorante, propagador e contido respectivamente.

Para a simulação, uma lista de propagadores $\mathcal{V}^{(I)}$ é constantemente atualizada a cada evento. Qualquer indivíduo pertencente àquela lista terá taxas de propagação e contenção. A taxa de propagação é dada por $\mathcal{S}_i = \sum_{j \in \mathcal{V}_i} \lambda_{ij}$ que se simplifica para $\mathcal{S}_i = k_i \lambda_i$ já que λ_i é o mesmo para cada uma das ligações de i . Já a taxa de contenção é dada por $\mathcal{R}_i = \sum_{j \in \mathcal{V}_i} \alpha_{ij}$ com $\alpha_{ij} = \alpha^* g(o_i, o_j)$.

Já que existem três possíveis eventos, podemos percorrer a lista de propagadores e computar a taxa total para cada evento. O evento de propagação possui taxa dada por $I = \sum_{i \in \mathcal{V}^{(I)}} \mathcal{S}_i$ e, apesar de os dois eventos de contenção serem diferentes, eles possuem a mesma taxa $R = \sum_{i \in \mathcal{V}^{(I)}} \mathcal{R}_i$.

A cada passo, os eventos são escolhidos com base em suas taxas. O evento de propagação é selecionado com probabilidade $I/(I + 2R)$. Nele, um propagador i é escolhido de $\mathcal{V}^{(I)}$ com probabilidade $\mathcal{S}_i / \max_i \{\mathcal{S}_i\}$, após isso um de seus vizinhos j é escolhido uniformemente. Se j for ignorante ele vira propagador, caso contrário, nada acontece. Por outro lado, qualquer

um dos eventos de contenção pode ser selecionado com a mesma probabilidade $R/(I + 2R)$. De forma similar ao evento de propagação, um espalhador e um de seus vizinhos são escolhidos, mas agora com probabilidades $\mathcal{R}_i/\max_i\{\mathcal{R}_i\}$ e $\alpha_{ij}/\max_j\alpha_{ij}$ respectivamente. Se o evento $I + R \rightarrow 2R$ for selecionado, i só se torna contido se j for um contido, mas se o evento $I + I \rightarrow R + I$ for selecionado, i só se torna contido se j for um propagador; se nenhuma dessas condições for cumprida, nada acontece. Apesar de terem probabilidades similares, esses são dois eventos diferentes que precisam ser contados separadamente para computar processos fantasmas. O incremento no tempo é dado por $dt = -\log(\xi)/(I + 2R)$ depois de cada passo caso algo aconteça ou não, e ξ é um número aleatório $\in (0, 1)$.

Bibliografia

- [1] G. Lefebvre, *The French Revolution*. No. v. 1 in *From Its Origins to 1793*, Columbia University Press, 1962.
- [2] A. Fraser, *Marie Antoinette: The Journey*. Knopf Doubleday Publishing Group, 2002.
- [3] C. Castellano, S. Fortunato, and V. Loreto, “Statistical physics of social dynamics,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 81, pp. 591–646, may 2009.
- [4] G. Deffuant, D. Neau, F. Amblard, and G. Weisbuch, “Mixing beliefs among interacting agents,” *Adv. Complex Syst.*, vol. 03, pp. 87–98, jan 2000.
- [5] P. Clifford and A. Sudbury, “A model for spatial conflict,” *Biometrika*, vol. 60, pp. 581–588, 12 1973.
- [6] K. Sznajd-Weron and J. Sznajd, “Opinion evolution in closed community,” *Int. J. Mod. Phys. C*, vol. 11, pp. 1157–1165, sep 2000.
- [7] D. J. Daley and D. G. Kendall, “Epidemics and rumours,” *Nature*, vol. 204, p. 1118, 12 1964.
- [8] D. Maki, M. P. M. Thompson, P. Hall, and T. M., *Mathematical Models and Applications: With Emphasis on the Social, Life, and Management Sciences*. Prentice-Hall, 1973.
- [9] R. P.-S. M. S. W. Cota, S. C. Ferreira, “Quantifying echo chamber effects in information spreading over political communication networks,” *EPJ Data Science*, vol. 8, p. 35, 2019.
- [10] N. Gaumont, M. Panahi, and D. Chavalarias, “Reconstruction of the socio-semantic dynamics of political activist twitter networks-method and application to the 2017 french presidential election,” *PLOS ONE*, vol. 13, pp. 1–38, 09 2018.

- [11] A. C. M. Brito, F. N. Silva., and D. R. Amancio., “A complex network approach to political analysis: application to the brazilian chamber of deputies,” *PLoS ONE*, vol. 15(3), 2019.
- [12] A. Hanna, C. Wells, P. Maurer, L. Friedland, D. Shah, and J. Matthes, “Partisan alignments and political polarization online,” *Proc. 2nd Work. Polit. elections data - PLEAD '13*, ACM Press,, pp. 15–22, 2013.
- [13] J. Borge-Holthoefer, W. Magdy, K. Darwish, and I. Weber, “Content and Network Dynamics Behind Egyptian Political Polarization on Twitter,” pp. 700–711, 2014.
- [14] H. Allcott and M. Gentzkow, “Social media and fake news in the 2016 election,” *Journal of Economic Perspectives*, vol. 31, pp. 211–236, 05 2017.
- [15] N. Grinberg, K. Joseph, L. Friedland, B. Swire-Thompson, and D. Lazer, “Fake news on Twitter during the 2016 U.S. presidential election,” *Science (80-.)*, vol. 363, pp. 374–378, jan 2019.
- [16] H. Marshall and A. Drieschova, “Post-truth politics in the uk’s brexit referendum,” *New Perspectives*, vol. 26, pp. 89–105, 10 2018.
- [17] K. Sokolova and C. Perez, “Elections and the Twitter Community: The Case of Right-Wing and Left-Wing Primaries for the 2017 French Presidential Election,” in *2018 IEEE/ACM Int. Conf. Adv. Soc. Networks Anal. Min.*, pp. 1021–1026, IEEE, aug 2018.
- [18] T. Yerlikaya, “Social media and fake news in the post-truth era: The manipulation of politics in the election process,” *Insight Turkey*, pp. 177–196, 06 2020.
- [19] F. Jardelino, D. B. Cavalcanti, and B. P. Toriolo, “The spread of fake news in 2018 brazilian elections,” *Comunicação Pública [Online]*, vol. 15, no. 28, 2020.
- [20] R. Recuero, F. B. Soares, and A. Gruzd, “Hyperpartisanship, Disinformation and Political Conversations on Twitter: The Brazilian Presidential Election of 2018,” *Proc. Int. AAAI Conf. Web Soc. Media*, vol. 14, pp. 569–578, may 2020.
- [21] H. Maia, S. Ferreira, and M. Martins, “Adaptive network approach for emergence of societal bubbles,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 572, p. 125588, 06 2021.
- [22] S. Milgram, “The small world problem,” *Psychology Today*, vol. 1, p. 61-67, 1967.

- [23] D. Watts, *Six Degrees: The Science of a Connected Age*. W. W. Norton, 2004.
- [24] J. Leskovec and E. Horvitz, “Planetary-scale views on an instant-messaging network,” 2008.
- [25] R. Bakhshandeh, M. Samadi, Z. Azimifar, and J. Schaeffer, “Degrees of separation in social networks.,” 01 2011.
- [26] A.-L. Barabasi, “Network science,” *Philosophical transactions. Series A, Mathematical, physical, and engineering sciences*, vol. 371, p. 20120375, 03 2013.
- [27] L. Backstrom, P. Boldi, M. Rosa, J. Ugander, and S. Vigna, “Four degrees of separation,” *Proceedings of the 4th Annual ACM Web Science Conference, New York, NY, USA*, 11 2011.
- [28] J. Ugander, B. Karrer, L. Backstrom, and C. Marlow, “The anatomy of the facebook social graph,” 2011.
- [29] “Catedral de königsberg no google maps.” <https://goo.gl/maps/PCabWf8rEwE6PdHp6>. Acessado: 2022-07-23.
- [30] V. D. Blondel, J.-L. Guillaume, R. Lambiotte, and E. Lefebvre, “Fast unfolding of communities in large networks,” *J. Stat. Mech. Theory Exp.*, vol. 2008, p. P10008, oct 2008.
- [31] W. J. Reedy, “The historical imaginary of social science in post-revolutionary france: Bonald, saint-simon, comte,” *History of the Human Sciences*, vol. 7, no. 1, pp. 1–26, 1994.
- [32] H. Martineau, *The Positive Philosophy of Auguste Comte - Scholar’s Choice Edition*. Creative Media Partners, LLC, 2015.
- [33] E. N. Zalta, “The stanford encyclopedia of philosophy.” <https://plato.stanford.edu/>. Accessed: 2022-08-19.
- [34] K. Marx, *Das Kapital*. Hamburg: Verlag von Otto Meissner, 1867.
- [35] E. Durkheim and S. Lukes, *Rules of Sociological Method*. Contemporary social theory, Free Press, 1982.
- [36] M. Weber, P. Baehr, and G. Wells, *The Protestant Ethic and the Spirit of Capitalism: and Other Writings*. Penguin twentieth-century classics, Penguin Publishing Group, 2002.

- [37] S. de Beauvoir, C. Borde, and S. Malovany-Chevallier, *The Second Sex*. Vintage Series, Vintage Books, 2011.
- [38] J. Adetunji, “Extreme political polarization weakens democracy – can the us avoid that fate?.” <https://theconversation.com/extreme-political-polarization-weakens-democracy-can-the-us-avoid-that-fate-10>
Acessado: 2022-08-19.
- [39] R. Axelrod, J. J. Daymude, and S. Forrest, “Preventing extreme polarization of political attitudes,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 118, no. 50, p. e2102139118, 2021.
- [40] R. Axelrod, “The dissemination of culture: A model with local convergence and global polarization,” *Journal of Conflict Resolution*, vol. 41, pp. 203 – 226, 1997.
- [41] R. A. Holley and T. M. Liggett, “Ergodic theorems for weakly interacting infinite systems and the voter model,” *The Annals of Probability*, vol. 3, no. 4, pp. 643–663, 1975.
- [42] K. Sznajd-Weron, M. Tabiszewski, and A. M. Timpanaro, “Phase transition in the Sznajd model with independence,” *EPL (Europhysics Lett.)*, vol. 96, p. 48002, nov 2011.
- [43] K. Sznajd-Weron, J. Sznajd, and T. Weron, “A review on the sznajd model — 20 years after,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 565, p. 125537, 2021.
- [44] E. P. Jr., “Wolfram project demonstration: Voter model.” <https://demonstrations.wolfram.com/VoterModel/#embed>. Acessado: 2022-07-27.
- [45] L. Frachebourg and P. L. Krapivsky, “Exact results for kinetics of catalytic reactions,” *Phys. Rev. E*, vol. 53, pp. R3009–R3012, Apr 1996.
- [46] I. Dornic, H. Chaté, J. Chave, and H. Hinrichsen, “Critical coarsening without surface tension: The universality class of the voter model,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, p. 045701, Jul 2001.
- [47] B. L. Granovsky and N. Madras, “The noisy voter model,” *Stochastic Processes and their Applications*, vol. 55, no. 1, pp. 23–43, 1995.

- [48] M. T. Gastner, B. Oborny, and M. Gulyás, “Consensus time in a voter model with concealed and publicly expressed opinions,” *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, vol. 2018, p. 063401, jun 2018.
- [49] L. Behera and F. Schweitzer, “On spatial consensus formation: Is the sznajd model different from a voter model?,” *International Journal of Modern Physics C*, vol. 14, pp. 1331–1354, 06 2003.
- [50] R. Hegselmann, S. König, S. Kurz, C. Niemann, and J. Rambau, “Optimal opinion control: The campaign problem,” *Jasss*, vol. 18, no. 3, p. 18, 2015.
- [51] W. Quattrociocchi, G. Caldarelli, and A. Scala, “Opinion dynamics on interacting networks: media competition and social influence,” *Sci. Rep.*, vol. 4, p. 4938, may 2015.
- [52] H. Schawe and L. Hernández, “Higher order interactions destroy phase transitions in defluent opinion dynamics model,” *Communications Physics*, vol. 5, p. 32, 01 2022.
- [53] S. González-Bailón, J. Borge-Holthoefer, A. Rivero, and Y. Moreno, “The Dynamics of Protest Recruitment through an Online Network,” *Sci. Rep.*, vol. 1, p. 197, dec 2011.
- [54] R. Littman, “The plague of athens: Epidemiology and paleopathology,” *Mount Sinai Journal of Medicine: A Journal of Translational and Personalized Medicine*, vol. 76, pp. 456–467, 10 2009.
- [55] P. Spreeuwenberg, M. Kroneman, and J. Paget, “Reassessing the Global Mortality Burden of the 1918 Influenza Pandemic,” *American Journal of Epidemiology*, vol. 187, pp. 2561–2567, 09 2018.
- [56] “Covid-19 coronavirus pandemic.” <https://www.worldometers.info/coronavirus/>. Acessado: 2022-08-19.
- [57] R. Pastor-Satorras, C. Castellano, P. Mieghem, and A. Vespignani, “Epidemic processes in complex networks,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 87, 08 2014.
- [58] D. Vega-Oliveros, L. da F. Costa, and F. Rodrigues, “Rumor propagation with heterogeneous transmission in social networks,” *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, vol. 2017, 10 2016.

- [59] G. F. de Arruda, L. G. S. Jeub, A. S. Mata, F. A. Rodrigues, and Y. Moreno, “From subcritical behavior to a correlation-induced transition in rumor models,” *Nature Communications*, vol. 13, jun 2022.
- [60] M. Catanzaro, M. Boguñá, and R. Pastor-Satorras, “Generation of uncorrelated random scale-free networks,” *Phys. Rev. E*, vol. 71, p. 027103, 2005.
- [61] D. Stauffer and H. Meyer-Ortmanns, “Simulation of consensus model of deffuant et al. on a Barabási- Albert network,” *Int. J. Mod. Phys. C*, vol. 15, pp. 241–246, feb 2004.
- [62] S. Fortunato, “Universality of the threshold for complete consensus for the opinion dynamics of Deffuant et al.,” *Int. J. Mod. Phys. C*, vol. 15, pp. 1301–1307, 2004.
- [63] P. Shu, W. Wang, M. Tang, and Y. Do, “Numerical identification of epidemic thresholds for susceptible-infected-recovered model on finite-size networks,” *Chaos An Interdiscip. J. Nonlinear Sci.*, vol. 25, p. 063104, 2015.
- [64] W. Cota, G. Ódor, and S. C. Ferreira, “Griffiths phases in infinite-dimensional, non-hierarchical modular networks,” *Sci. Rep.*, vol. 8, p. 9144, dec 2018.
- [65] P. W. Anderson, “More is different,” *Science*, vol. 177, no. 4047, pp. 393–396, 1972.
- [66] P. Grassberger, “On the behaviour of the general epidemic process and dynamical percolation,” *Math Biosci*, vol. 66, 01 2002.
- [67] W. Cota and S. C. Ferreira, “Optimized gillespie algorithms for the simulation of markovian epidemic processes on large and heterogeneous networks,” *Computer Physics Communications*, vol. 219, pp. 303–312, 2017.