

RAFAEL PINHEIRO AMANTÉA

**METODOLOGIA NUMÉRICA PARA ANÁLISE DE SECAGEM DE
GRÃOS EM LEITO FIXO PELA PRIMEIRA E SEGUNDA LEI DA
TERMODINÂMICA**

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Viçosa, como
parte das exigências do programa de Pós-
Graduação em Engenharia Agrícola para
obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2008

RAFAEL PINHEIRO AMANTÉA

**METODOLOGIA NUMÉRICA PARA ANÁLISE DE SECAGEM DE
GRÃOS EM LEITO FIXO PELA PRIMEIRA E SEGUNDA LEI DA
TERMODINÂMICA**

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Viçosa, como
parte das exigências do programa de Pós-
Graduação em Engenharia Agrícola para
obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Aprovada em 25 de fevereiro de 2008

Prof. Mauri Fortes
(Co-Orientador)

Prof. Márcio Arêdes Martins

Prof. Jadir Nogueira da Silva

Prof. Paulo Marcos de Barros Monteiro

Prof. José Helvecio Martins
(Orientador)

“... Penso 99 vezes e nada descobro. Deixo de pensar, mergulho no silêncio, e a verdade me é revelada...”

Albert Einstein

*Dedico este trabalho aos meus pais e irmãos, por acreditarem e confiarem
que um dia eu chegaria até aqui.*

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, por toda colaboração e incentivo.

Às minhas irmãs, pelo carinho e apoio em todos os momentos.

Às minhas sobrinhas, pela pureza e alegria.

À minha namorada, pela paciência, carinho e dedicação.

Aos amigos, por todo apoio nos momentos de alegria e dificuldade.

Aos companheiros de pesquisa, Gisele Tessari e Keller Sullivan, por toda a colaboração para a elaboração deste trabalho.

Ao professor e orientador José Helvecio Martins, por ter me recebido e orientado de forma atenciosa e dedicada.

Ao amigo, professor e orientador Mauri Fortes, pelo exemplo e excelência em conhecimento e pesquisa.

Aos professores que fizeram parte desta equipe, pelos ensinamentos e experiências compartilhadas.

A todos os colegas de pós-graduação que me receberam maravilhosamente e torceram por esta conquista.

Ao amigo e companheiro de república Pedro Mellones.

Aos amigos do CEFET - OURO PRETO.

À CAPES, pela bolsa concedida, que foi fundamental para a realização deste trabalho.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

BIOGRAFIA

Rafael Pinheiro Amantéa, nascido em Belo Horizonte, no estado de Minas Gerais, em 30 de julho de 1982. Possui graduação em Sistemas de Informação pelo Centro Universitário UNA (2005). Bolsista de iniciação científica pelo CNPq (2005), na área de Ciência da Computação, com ênfase em Matemática Computacional.

Em Março de 2006, ingressou no programa de Pós-Graduação, em nível de Mestrado, em Engenharia Agrícola da Universidade Federal de Viçosa (UFV), na Área de Concentração em Energia na Agricultura, submetendo-se à defesa de tese, requisito indispensável para obtenção do título de *Magister Scientiae*, em fevereiro de 2008.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VIII
LISTA DE QUADROS	X
RESUMO	XI
ABSTRACT	XIII
1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	3
2.1. OBJETIVO GERAL	3
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
3. REVISÃO DE LITERATURA	4
4. METODOLOGIA	6
4.1. DESENVOLVIMENTO DO MODELO MATEMÁTICO	6
4.1.1. Equação de continuidade para o vapor de água do ar	7
4.1.2. Equação de secagem em camada fina.....	7
4.1.3. Equação de energia para o ar de secagem	8
4.1.4. Equação de energia para a massa de grãos	9
4.1.5. Propriedades físicas do milho, associadas à secagem.....	9
4.1.6. Equações gerais de balanço de exergia	10
4.1.7. Disponibilidade de corrente para equilíbrio termomecânico e químico	10
4.1.8. Eficiência energética e eficiência exergética	12
4.2. SOLUÇÃO NUMÉRICA DOS MODELOS	13
4.2.1. O Método de Funções de Base Radial	13
4.2.2. Discretização das equações de secagem.....	15
4.2.2.1. Equação de secagem em camada fina.....	15
4.2.2.2. Equação de continuidade para o vapor de água do ar.....	16
4.2.2.3. Equações de energia para o ar de secagem	17
4.2.2.4. Equação de energia para a massa de grãos	18

4.2.3. Solução computacional das equações de secagem	19
4.3. APLICAÇÃO DAS FUNÇÕES DE BASE RADIAL A PROBLEMAS PURAMENTE CONVECTIVOS	21
4.3.1. Equação de advecção ou convecção pura	21
4.3.3. Soluções numéricas.....	21
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	24
5.1. PERFIS TEMPORAIS E ESPACIAIS DAS VARIÁVEIS TERMODINÂMICA SOB CONDIÇÕES DE REFERÊNCIA DE SIMULAÇÃO DE SECAGEM.....	25
5.2. EFEITO DA VELOCIDADE DO AR, DA TEMPERATURA DO AR DE SECAGEM E DO TEOR INICIAL DE ÁGUA DOS GRÃOS SOBRE A CURVA DE SECAGEM E TEMPERATURA DE SAÍDA DO AR	32
5.3. ANÁLISE ENERGÉTICA E EXERGÉTICA DE SECADORES DE LEITO FIXO 36	
6. CONCLUSÕES	44
7. REFERÊNCIAS	45
APÊNDICE 1	48
APÊNDICE 2.....	50

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Visão esquemática do volume de controle diferencial.	6
Figura 2. Fluxograma das principais rotinas para a implementação das funções de base radial (FBR).....	20
Figura 3. Solução da equação de advecção para passo de tempo igual a 0,001, tempo final igual a 1, número de pontos igual a 200 e parâmetro de forma $c = 1/24$	22
Figura 4. Solução da equação de advecção para passo de tempo igual a 0,001, tempo final igual a 1 e número de pontos igual a 200, utilizando-se a função de base radial cúbica.	23
Figura 5. Perfil espacial do teor de água em diversos tempos de secagem, sob condições padrões de simulação.....	27
Figura 6. Perfil espacial da razão de umidade para diversos tempos de secagem, sob condições padrões de simulação.....	27
Figura 7. Perfil espacial da temperatura do ar para diversos tempos de secagem, sob condições padrões de simulação.....	28
Figura 8. Perfil espacial da temperatura dos grãos para diversos tempos de secagem, sob condições padrões de simulação.....	28
Figura 9. Variação temporal do teor de água dos grãos em diversas posições no leito sob condições padrões de simulação de secagem.	29
Figura 10. Variação temporal da razão de umidade em diversas posições no leito de grãos sob condições padrões de simulação de secagem.	30
Figura 11. Variação temporal da temperatura do ar em diversas posições no leito sob condições padrões de simulação de secagem.	31
Figura 12. Variação temporal da temperatura dos grãos em diversas posições no leito sob condições padrões de simulação de secagem.	31
Figura 13. Efeito do teor inicial de água dos grãos sobre a curva de secagem. ...	32
Figura 14. Efeito do teor inicial de água dos grãos sobre a temperatura do ar na saída do secador.....	33
Figura 15. Efeito da velocidade do ar de secagem sobre a curva de secagem. ...	34
Figura 16. Efeito da velocidade do ar de secagem sobre a temperatura do ar na saída do secador.....	34
Figura 17. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a curva de secagem. .	35

Figura 18. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a temperatura do ar na saída do secador.....	35
Figura 19. Exergias na entrada e saída do secador, para diversos valores do teor inicial de água. Os demais valores de entrada seguem os valores da condição de referência (Quadro 2).	36
Figura 20. Exergias na entrada e saída do secador, para diferentes velocidades do ar de secagem, V_a . Os demais valores de simulação seguem a condição de referência (Quadro 2).	37
Figura 21. Exergias na entrada e saída do secador, para diferentes temperaturas de secagem, T . Os demais valores de simulação seguem a condição de referência (Quadro 2).	38
Figura 22. Eficiência energética e exergética para $M_o = 0,33$ bs, $T_S = 50^\circ\text{C}$, $V_a = 0,2$ m/s e demais condições de referência (Quadro 2).....	39
Figura 23. Eficiência energética e exergética para $M_o = 0,30$ bs, $T_S = 50^\circ\text{C}$, $V_a = 0,2$ m/s e demais condições de referência (Quadro 2).....	40
Figura 24. Eficiência energética e exergética para $M_o = 0,25$ bs, $T_S = 50^\circ\text{C}$, $V_a = 0,2$ m/s e demais condições de referência (Quadro 2).....	40
Figura 25. Eficiência energética e exergética para $M_o = 0,33$ bs, $T_S = 50^\circ\text{C}$, $V_a = 0,4$ m/s e demais condições de referência (Quadro 2).....	41
Figura 26. Eficiência energética e exergética para $M_o = 0,33$ bs, $T_S = 50^\circ\text{C}$, $V_a = 0,6$ m/s e demais condições de referência (Quadro 2).....	42
Figura 27. Eficiência energética e exergética para $M_o = 0,33$ bs, $T_S = 30^\circ\text{C}$, $V_a = 0,2$ m/s e demais condições de referência (Quadro 2).....	43
Figura 28. Eficiência energética e exergética para $M_o = 0,33$ bs, $T_S = 70^\circ\text{C}$, $V_a = 0,2$ m/s e demais condições de referência (Quadro 2).....	43

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Propriedades térmicas e relativas à secagem de grãos de milho	9
Quadro 2. Condições e valores dos parâmetros utilizados nos testes de simulação.....	24

RESUMO

AMANTÉA, Rafael Pinheiro, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2008. **Metodologia Numérica para Análise de Secagem de Grãos em Leito Fixo pela Primeira e Segunda Lei da Termodinâmica**. Orientador: José Helvecio Martins. Co-Orientadores: Mauri Fortes, Delly Oliveira Filho, Adílio Flauzino de Lacerda Filho.

Este trabalho apresenta uma metodologia para analisar secadores de grãos em camada espessa por meio da primeira e da segunda lei da termodinâmica. A modelagem termodinâmica é uma extensão complexa da modelagem de secadores em leito fluidizado disponível na literatura, que envolve um sistema de equações de energia e massa na sua forma concentrada. Assim, a presente análise envolveu um sistema de quatro equações diferenciais parciais (EDP), não lineares, com formas de advecção pura, descrevendo a secagem unidimensional em camada espessa.

A solução numérica envolveu a solução do sistema de (EDPs) por meio do uso de uma recente técnica numérica, o método de Funções de Base Radial (FBR). Dentre as várias funções de base radial existentes, a função multiquádrica (MQ) foi utilizada. A função MQ requer o uso de um parâmetro de forma para resultados acurados. O método foi testado resolvendo um problema de referência de advecção pura. O resultado foi excelente.

Depois dos testes, o método foi aplicado à solução de modelos de secagem em camada espessa. Embora existam algumas teorias envolvendo aproximações empíricas para utilizar o parâmetro de forma, o seu valor pode ser facilmente obtido utilizando um valor para o parâmetro de forma acima do valor que diverge a solução.

Nos resultados da simulação e análises realizadas, consideram-se condições de referência de secagem, para temperatura do ar, razão de umidade e velocidade, respectivamente, iguais a 50°C, 0,0061 kg/kg e 0,2 m/s. Os valores das condições iniciais da massa de grãos foram teor de água do milho igual a 0.33, decimal, base seca, temperatura igual a 20°C e razão de umidade do ar igual a 0.01021 kg de água/kg de ar seco. Um estudo paramétrico foi feito

variando-se a velocidade do ar e a temperatura do ar, respectivamente, nas faixas de 30 a 70°C e 0,2 a 0,6 m/s, e teor de água inicial da massa de grãos variando de 0,25 a 0,33, decimal, base seca.

Os resultados incluem perfis temporais e espaciais para as temperaturas do ar e do grão, razão de umidade do ar intergranular e do teor de água dos grãos. Adicionalmente, foram apresentadas curvas do teor médio de água dos grãos e da temperatura do ar de saída.

Dados da disponibilidade do ar e de eficiências de primeira e segunda lei da termodinâmica, ao longo do período de secagem, foram apresentados. Portanto, este trabalho é de grande importância para os objetivos dos projetistas e futuros pesquisadores na área de secagem.

ABSTRACT

AMANTÉA, Rafael Pinheiro, M.Sc., Federal University of Viçosa, February, 2008.
Numerical Methodology for Analyzing Deep Bed Grain Drying by First and Second Laws of Thermodynamics. Adviser: José Helvecio Martins.
Co-advisers: Mauri Fortes, Dely Oliveira Filho, Adilio Flauzino de Lacerda Filho.

This work presents a methodology for analyzing deep bed grain dryers by means of the first and second laws of thermodynamics. The thermodynamic modeling is a more complex extension of a literature-available thermodynamic modeling of fluidized bed dryers, which involves a system of lumped mass and energy equations. Thus, the present analysis involved a system of four non-linear partial differential equations (PDE) with pure advection forms, describing one-dimensional deep bed drying. The numerical solution involved solving the system of PDEs by making use of a recently available numerical method, the Radial Basis Function (RBF) method. Among the many existing radial basis functions, the multiquadrics function (MQ) was employed. The MQ function requires the use of a shape function for accurate results. The method was tested by solving the highly complex benchmark problem of pure advection equation. The resulting solution accuracy was excellent.

After that, the method was extended to the solution of deep-bed grain drying. Although there is some criticism concerning the empirical approach for using the shape function, its value was rather easy to be obtained. It suffices to use a shape function value immediately above the value below which the solution diverges.

Simulation results and analyses were presented, by considering a reference drying condition of air temperature, humidity ratio and air velocity, respectively, equal to 50 °C, 0.0061 kg/kg and 0.2 m/s. The deep bed initial values were corn kernel moisture content of 0.33, decimal, dry basis, 20 °C and air moisture ratio equal to 0.01021 kg of water/kg of dry air. A parametric study was carried on by spanning air temperature and velocity in the respective ranges of 30-70 °C and 0.2-0.6 m/s and initial bulk grain moisture contents ranging from 0.25 to 0.33, db.

The results included time and spatial profiles for air and corn temperatures, bed moisture ratios and most important, corn moisture content. Additionally, curves are presented for time variation of average corn moisture content and air dryer outlet temperature.

Comprehensive data on air availability and first and second law efficiencies, as integrated along the drying operation are presented. Therefore, this work should be of value to dryer designers and for future drying research objectives.

1. INTRODUÇÃO

Houve um crescimento quase exponencial em Pesquisa e Desenvolvimento associado ao processo de secagem de produtos agrícolas numa escala global (MUJUMDAR, 2007).

Os processos de secagem são grandes consumidores de energia e devem ser avaliados sob o ponto de vista econômico e da engenharia. Sob as condições atuais de mercados altamente agressivos, questões ligadas à velocidade e custo de secagem, qualidade e tecnologia necessárias exigem definições mais precisas de eficiência de secagem (FORTES e FERREIRA, 2004).

Este trabalho trata de parte das questões da análise de compatibilidade termodinâmica entre ambiente e produto, ao levar em consideração a primeira e segunda lei da termodinâmica, que tem por base o conceito de estado de equilíbrio ambiental ou estado morto. Em outras palavras, a metodologia, em princípio (WARK, 1995), permite associar a melhor fonte térmica de calor ao secador, e, eventualmente, possibilita um estudo de viabilidade econômica de diferentes fontes de energia associada ao processo.

Assim, este trabalho se propõe a permitir uma integração entre a modelagem a ser desenvolvida e o processo global de secagem.

A otimização do processo industrial de secagem deve levar em consideração os seguintes aspectos:

- a) O produto e suas características associadas à secagem e a qualidade final desejada do produto.
- b) Conhecimento do processo de secagem do produto e possibilidade de modelagem.
- c) O tipo de secador (por exemplo: concorrente, contracorrente, fluxo cruzado, convectivo, radiativo, entre outros.).
- d) O tipo de energia a ser utilizado (elétrica, bomba de calor, solar, ar ambiente, biomassa, carvão mineral, etc.).
- e) O tempo de residência do produto.
- f) Qualidade do produto final.

- g) Considerações ambientais e de sustentabilidade.
- h) Mais especificamente, a otimização do tempo de residência do produto, tendo por base considerações de fenômenos de transporte, que incluem a modelagem do processo de secagem, dadas as propriedades físicas, biológicas e de qualidade do produto final.

A modelagem de fontes energéticas depende das condições climáticas, dos custos, da eficiência energética, da eficiência exergética e do tipo de secador.

2. OBJETIVOS

O presente trabalho foi realizado com o objetivo de apresentar uma metodologia numérica de análise do processo de secagem de grãos por meio da primeira e da segunda lei da termodinâmica, isto é, por meio dos conceitos de energia (entalpia) e exergia (disponibilidade de corrente).

2.1. OBJETIVO GERAL

Apresentar uma metodologia numérica para simular a secagem de grãos em leito fixo, visando à otimização do projeto de secadores, tendo por base técnicas que envolvem funções de base radial e o conceito de eficiência exergética.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- (1) Modelar o comportamento energético e exergético de sistemas unidimensionais de secagem em leito fixo.
- (2) Utilizar o método de funções de base radial para obter soluções numéricas do problema de secagem de milho em camada espessa.
- (3) Validar o método implementado por meio da solução da equação de advecção pura.
- (4) Efetuar testes de sensibilidade do modelo, de modo a identificar as melhores condições de secagem e possibilitar futuros estudos de otimização.

3. REVISÃO DE LITERATURA

Análise de disponibilidade é uma metodologia para desenvolver e avaliar estratégias de uso de energia, com base na primeira e na segunda lei da termodinâmica. Os conceitos inerentes de termodinâmica têm sido comumente aplicados a problemas clássicos de engenharia térmica (BEJAN, 1988; MORAN, 1989; SZARGUT et al., 1988; WARK, 1995).

Análises termodinâmicas, particularmente análise exergética, vêm se tornando uma ferramenta essencial para o desenvolvimento, análise e otimização de sistemas (DINCER e SAHIN, 2004), redução de custos operacionais, conservação de energia, determinação de combustíveis e níveis de poluição (AKPINAR, 2004).

Neste trabalho, disponibilidade (de corrente) termodinâmica é tomada como sinônimo de exergia.

A metodologia de exergia tem sido aplicada em várias áreas que têm grande consumo de energia, tais como as áreas de processos térmicos, químicos e metalúrgicos (SZARGUT et al., 1988); sistemas de calor e fluidos (BEJAN, 1988; DINCER e AL-MUSLIM, 2001); indústria de alimentos (AKDENIZ et al., 2002); e como um mecanismo para estabelecer um compromisso entre energia e sustentabilidade (ROSEN e DINCER, 2001). Entretanto, o conceito de exergia ou energia disponível é ainda muito pouco usado por engenheiros e, mais particularmente, por pesquisadores nos setores de processamento de produtos agrícolas e de alimentos.

A análise exergética não é sequer mencionada em livros textos de secagem (BROOKER et al., 1992; KEEY, 1972; STRUMILLO e LOPEZ-CACICEDO, 1987).

Recentemente, KARAKUS et al. (2002) e AKDENIZ et al. (2002) mostraram, por meio de uma análise exergética, que o processo de secagem é responsável por 68% de todas as perdas em linhas de extrusão de pelotas.

Algumas aplicações do conceito de exergia à secagem em leite fluidizado estão disponíveis na literatura recente (INABA et al., 2007; FORTES e FERREIRA, 2004; SYAHRUL et al., 2002; SYAHRUL et al., 2003; TOPIC, 1995).

A exergia não está sujeita a uma lei de conservação. Exergia é consumida ou destruída devido a irreversibilidades em qualquer processo. Exergia é definida como o trabalho disponível em um sistema, devido à sua condição de não equilíbrio em relação a um estado de referência. Por esta razão, o estado de referência ou ambiente de referência tem que ser especificado (DINCER e SAHIN, 2004; MORAN, 1989; WALL, 1977).

Nos processos de secagem, o objetivo é utilizar a quantidade mínima de energia para remover o máximo de água para a condição final desejada do produto. Portanto, a qualidade e a quantidade de energia, bem como a transferência de calor e massa devem ser investigadas (AKPINAR et al., 2006). Entretanto, a avaliação de secadores de grãos é usualmente baseada somente na primeira lei da termodinâmica. Um profundo entendimento de energia, exergia e seus impactos pode fornecer a eficiência e os impactos sobre sistemas de secagem, que são requeridos por pesquisadores e engenheiros da área de tecnologia de secagem (CORZO et al., 2007).

De acordo com a literatura revista e com Fortes e Ferreira (2004), que analisaram o problema de secagem de trigo em leitos fluidizados, não existem trabalhos que investigam o problema de simulação de secagem em leitos fixos, empregando a segunda lei da termodinâmica. Assim, neste trabalho, focalizou-se o problema de secagem de grãos em leitos fixos e fluidizados, visando sua otimização sob o ponto de vista exergetico.

4. METODOLOGIA

4.1. APRESENTAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

No desenvolvimento dos modelos, as seguintes suposições foram feitas (BROOKER et al., 1992):

- (1) O ar de secagem é uma mistura de gases ideais;
- (2) As paredes do secador são adiabáticas;
- (3) A expansão ou contração volumétrica do leito de grãos é negligenciada;
- (4) A troca de calor entre grãos é negligenciada;
- (5) Os grãos são impermeáveis ao ar de secagem, são uniformemente distribuídos dentro do secador e se comportam como fontes e sumidouros de vapor d'água.

A Figura 1 contém o esquema do volume de controle diferencial considerado para o desenvolvimento dos modelos.

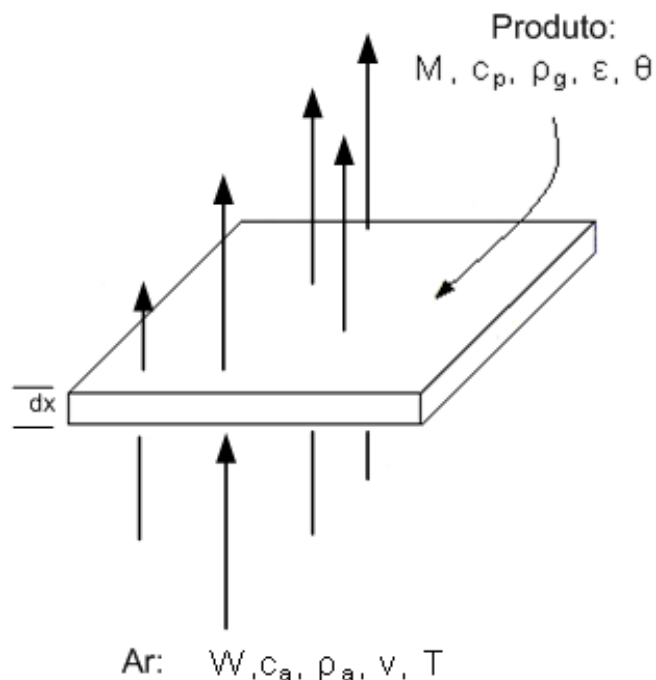


Figura 1. Visão esquemática do volume de controle diferencial.

4.1.1. Equação de continuidade para o vapor de água do ar

A equação de continuidade para o vapor no ar estabelece que a taxa de variação de massa, dentro do volume de controle, e o fluxo líquido de massa, através da superfície de controle, é igual ao vapor gerado dentro do volume de controle devido à secagem.

A equação de continuidade do ar de secagem na forma unidimensional é:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -V \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M}{\partial t} = -\frac{V_a}{\varepsilon} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (1)$$

em que:

W - Razão de umidade, kg de vapor/kg de ar seco.

t - Tempo, s.

V - Velocidade, m/s.

V_a - Velocidade superficial, m/s.

x - Coordenada espacial, m.

M - Teor local médio de água do produto, base seca, kg de água/kg de ar seco.

ρ_s - Massa específica do produto seco, kg/m³.

ρ_a - Massa específica do ar, kg/m³.

ε - Porosidade da massa de produto, decimal.

4.1.2. Equação de secagem em camada fina

A equação de secagem, em camada delgada ou fina, descreve a variação do teor de água do grão de milho. O modelo de Thompson et al. (1968) foi utilizado neste estudo e se expressa por:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{M_e - M}{3600[A^2 + (1/900)B t]^{1/2}} \quad (2)$$

em que:

- M - Teor de água do produto no instante t, base seca, kg de água/kg de ar seco.
- M_e - Teor de água de equilíbrio do produto à temperatura T do ar de secagem, base seca, kg de água/kg de ar seco.
- t - Tempo de secagem, s.
- T - Temperatura do ar de secagem, °C.
- A, B - Parâmetros que dependem do produto e das condições de secagem.

Os parâmetros A e B para o grão de milho são definidos pelas seguintes equações:

$$A = -4,10497 + 0,008784 T \quad (3)$$

$$B = 1,66209 \times 10^8 \exp(-5,9418 \times 10^{-2} T) \quad (4)$$

O teor de água de equilíbrio é calculado utilizando-se a seguinte expressão (FRANÇA et al., 1994):

$$M_e = \left[\frac{\ln(1-Rh)}{-0,688(T-227)} \right]^{1/2} \quad (5)$$

em que:

- Rh - Umidade relativa do ar, decimal.

4.1.3. Equação de energia para o ar de secagem

A forma unidimensional da equação de entalpia para o ar de secagem é:

$$V_a \frac{\partial T}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{-h'a}{\rho_a c_a + \rho_a W c_v} (T - \theta) \quad (6)$$

em que:

- V_a - Velocidade do ar seco, m/s.
- ε - Porosidade da massa de grãos, decimal.
- h' - Coeficiente convectivo de transferência de calor, $W/m^2 K$.

- a - Área superficial da partícula (área por unidade de volume da massa de grãos), m^2m^{-3} .
- T - Temperatura do ar, K.
- θ - Temperatura do produto, K.
- ρ_a - Massa específica do ar seco, kg/m^3 .
- c_a - Calor específico do ar seco, J/kg K.
- c_v - Calor específico do vapor de água, J/kg K.

4.1.4. Equação de energia para a massa de grãos

A forma integral da equação de entalpia para a massa de grãos na forma unidimensional, é expressa pela seguinte equação:

$$\rho_s c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = h'a(T - \theta) + [h_{fg} + c_v(T - \theta)]\rho_s \frac{\partial M}{\partial t} \quad (7)$$

4.1.5. Propriedades físicas do milho, associadas à secagem

Algumas propriedades físicas de milho utilizadas neste trabalho encontram-se no Quadro 1.

Quadro 1. Propriedades térmicas e relativas à secagem de grãos de milho

Propriedade ou Parâmetro	Equação ou valor do parâmetro			Referência
Equação do teor de água de equilíbrio	$M_e = \left[\frac{\ln(1-Rh)}{-0,688(T - 227)} \right]^{1/2}$			(3)
Calor específico e entalpia de vaporização da água nos grãos de milho.	$h_{fgp} = 3638548 - 4000720M - 3529,08T$ $c_p = 1122$			(1-3)
Área do grão por unidade de volume, massa específica do milho seco e porosidade do leito de grãos	$a = 784$	$\rho_s = 620$	$\varepsilon = 0,44$	(1-3)
Coefficiente convectivo de transferência de calor	$h' = 31,5$			(1)

(1) Bakker-Arkema et al. (1978); (2) Fortes et al. (1981); (3) França et al. (1994).

4.1.6. Equações gerais de balanço de exergia

Aqui se definem as disponibilidades do ar e do produto (FORTES, 2004; FORTES e FERREIRA, 2004):

$$\Psi_a = h - T_o s \quad (12)$$

$$\Psi_p = h_p - T_o s_p \quad (13)$$

em que:

Ψ_a - Disponibilidade do ar, J/kg.

Ψ_p - Disponibilidade do produto, J/kg.

h - Entalpia do ar, J/kg.

h_p - Entalpia do produto, J/kg.

T_o - Temperatura ambiente, K.

s - Entropia específica do ar, J/(kg K).

s_p - Entropia específica do produto (sólido), J/(kg K).

A forma unidimensional da equação de exergia é apresentada a seguir.

$$G_a \frac{\partial \Psi_a}{\partial x} + \rho_p \frac{\partial \Psi_p}{\partial t} = \left(h' a (T - \theta) + h_v \rho_p \frac{\partial M}{\partial t} \right) \left(\frac{T_o}{\theta} - \frac{T_o}{T} \right) + \dot{\sigma}_{tot} \quad (14)$$

em que:

G_a - Fluxo de massa de ar seco, kg/(m² s);

h_v - Entalpia do vapor de água, J/kg;

$\dot{\sigma}_{tot}$ - Taxa de produção de entropia, W/(kg K)

4.1.7. Disponibilidade de corrente para equilíbrio termomecânico e químico

Desenvolveram-se as equações prévias considerando-se somente o equilíbrio termomecânico com o ambiente. A seguir, essas equações são adaptadas para incluir o equilíbrio térmico com o ambiente. Para este fim, as

disponibilidades de corrente ou exergia por mol de uma mistura com n componentes foram incorporadas ao modelo (WARK, 1995).

A disponibilidade de corrente por mol de uma substância é dada por:

$$\Psi_{\text{tot}} = \sum_i y_i (\bar{h}_i - T_o \bar{s}_i - \mu_{i,oo}) = h_m - T_o s_m - \sum_i y_i \mu_{i,oo} \quad (15)$$

em que:

y_i - Fração molar do i -ésimo componente, adimensional.

$\mu_{i,oo}$ - Potencial químico do componente na condição de repouso em relação ao ambiente (estado morto), kg/kg.

A barra nas variáveis, tal como \bar{h} , se refere às propriedades parciais molares, e o símbolo oo se refere ao estado de equilíbrio (morto) do ambiente. As variáveis h_m e s_m são definidas a seguir.

$$h_m = \sum_i y_i \bar{h}_i \quad (16)$$

$$s_m = \sum_i y_i \bar{s}_i \quad (17)$$

As equações (16) e (17) podem ser modificadas para processos psicrométricos (WARK, 1995), quando se considera que o ar atmosférico se comporta como uma mistura binária de gases ideais (ar seco) e vapor d'água. Neste caso, tem-se:

$$\Psi_{\text{tot}} = (c_a + W c_v) \left(T - T_o - T_o \ln \left(\frac{T}{T_o} \right) \right) + (1 + \bar{W}) R_a T_o \ln \left(\frac{P}{P_o} \right) + R_a T_o \left[(1 + \bar{W}) \ln \left(\frac{1 + \bar{W}_{oo}}{1 + \bar{W}} \right) + \bar{W} \ln \left(\frac{\bar{W}}{\bar{W}_{oo}} \right) \right] \quad (18)$$

em que:

M_a - Massa molecular do ar seco (=28,97), kg/(kg mol).

M_v - Massa molecular do vapor (=18,02), kg/(kg mol).

R_a - Constante de gás para o ar seco (=0,287), kJ/(kg K).

R_v - Constante de gás para o vapor (=0,461), kJ/(kg K).

\bar{W} - Razão de umidade ponderada da mistura ar e vapor
($\bar{W} = W M_a / M_v$), kg/kg.

4.1.8. Eficiência energética e eficiência exergética

Neste trabalho, definem-se eficiência energética instantânea e eficiência exergética instantânea, como descrito a seguir.

A eficiência energética (primeira lei da termodinâmica) é definida pela relação:

$$\eta_1 = \frac{\text{Energia usada para evaporar a água do grão}}{\text{Entalpia disponível (incorporada) no ar de secagem}}$$

Matematicamente, a eficiência energética é definida como:

$$\eta_1 = \frac{m_s h_{fg} (M_1 - M_2)}{m_a c_a (T_1 - T_o) \Delta t} \quad (19)$$

A eficiência exergética (segunda lei da termodinâmica) é definida pela relação:

$$\eta_2 = \frac{\text{Exergia usada na evaporação}}{\text{Exergia na entrada}}$$

Matematicamente, a eficiência exergética é definida como:

$$\eta_2 = \frac{m_s h_{fg} (M_i - M_f) \left(1 - \frac{T_o}{T}\right)}{\dot{m}_a \Psi_{\text{tot},1} \Delta t} \quad (20)$$

em que:

m_s - Massa de matéria seca no leito de grãos, kg.

\dot{m}_a - Vazão mássica de ar de secagem, kg/s.

M_1 - Teor de água da massa de grãos na entrada do secador, bs.

M_2 - Teor de água da massa de grãos na saída do secador, bs.

M_i - Teor de água inicial da massa de grãos, bs.

M_f Teor de água final da massa de grãos, bs.

$\Psi_{tot,1}$ - Disponibilidade de corrente na entrada do secador, J/kg.

4.2. SOLUÇÃO NUMÉRICA DOS MODELOS

4.2.1. O Método de Funções de Base Radial

Nos últimos anos, a comunidade científica tem dado ênfase aos chamados métodos sem malha para resolver problemas e engenharia em geral. O uso de métodos numéricos tradicionais, em simulações complexas, além de esbarrar em problemas de dimensionalidade, requer malhas extremamente refinadas, em alguns pontos, e de complexos algoritmos de programação. A baixa taxa de convergência dos métodos padrões requer computadores incrivelmente caros e rápidos (KANSA e HON, 2000). De fato, a possibilidade de obtenção de soluções aproximadas para diversos problemas, sem a necessidade de definição de malhas, constitui um avanço importante, particularmente pela redução de custos (essencialmente, tempo), tanto na preparação dos modelos, quanto na análise dos resultados.

O método de diferenças finitas é usualmente utilizado por ser de fácil implementação e devido à disponibilidade e viabilidade de tratamento matemático dos erros numéricos. Porém, o método de diferenças finitas, apesar da facilidade de uso, quando se tem malhas retangulares, requer transformação de coordenadas, fato que dificulta sua utilização em regiões irregulares. O método de elementos finitos é uma alternativa para este tipo de situação, por ser mais flexível na geração de malhas. Entretanto, a geração de malha em elementos finitos com vários nós e elementos de vários tamanhos, formas e orientações não é uma tarefa trivial (LI et al., 2002).

A fim de evitar a geração de malhas, técnicas numéricas que não necessitam do uso de malhas vêm tendo, cada vez mais, a atenção de pesquisadores. Alguns destes métodos são os métodos de elementos livres de Galerkin, interpolação local e funções de base radial (DEHGHAN e TATARI, 2006).

O método de funções de base radial (FBRs) teve sua origem nos trabalhos de Hardy (1971) para resolver problemas de interpolação, posteriormente desenvolvido por Kansa (1990) para determinação de soluções aproximadas para sistemas de equações diferenciais com derivadas parciais.

O método de funções de base radial apresenta maior exatidão em relação a outros métodos flexíveis, mas de ordem menor. É um método de fácil implementação e apresenta grande flexibilidade em diversos domínios e dimensões (SARRA, 2005).

Seja $u(\mathbf{x},t)$ uma função (a temperatura, por exemplo) na posição \mathbf{x} no tempo t , ou seja, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)$ é o vetor posição e d a dimensão do problema.

Suponha-se que o problema em questão seja unidimensional, ou seja, o vetor $\mathbf{x} = x$ e que haja N pontos de colocação (também chamados de centros).

A idéia envolvendo o método de funções de base radial é aproximar a função $u(\mathbf{x},t)$ por meio de combinações lineares de uma função de base, $\phi(r)$, de uma variável dependente, expandida em torno de pontos dispersos (ou de colocação), $x_i \in N^d$, $i = 1, \dots, N$, usada para efetuar a aproximação:

$$u(\mathbf{x},t) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|) \quad (21)$$

em que:

- $\phi(r_j)$ - Função de base.
- r_j - Norma Euclidiana ($r_j = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|$).
- λ_j - Coeficientes a serem determinados.

As seguintes funções de base radial são as mais comuns (KOC et al., 2003):

$$\text{Splines de placa fina (TPS):} \quad \phi(r_j) = r_j^4 \log(r_j) \quad (22)$$

$$\text{Multiquádrica:} \quad \phi(r_j) = \sqrt{C^2 + r_j^2} \quad (23)$$

$$\text{Cúbica:} \quad \phi(r_j) = r_j^3 \quad (24)$$

$$\text{Gaussiana:} \quad \phi(r_j) = e^{-c^2 r_j^2} \quad (25)$$

4.2.2. Discretização das equações de secagem

As equações (1), (2), (6) e (7) serão discretizadas utilizando-se o esquema de Crank-Nicholson.

Apresentam-se, a seguir, o desenvolvimento das equações unidimensionais de secagem, em termos de funções de base radial.

4.2.2.1. Equação de secagem em camada fina

Aplicando-se a técnica das funções de base radial à equação (2) obtém-se:

$$\frac{\partial M(t)}{\partial t} = f(M, t) \approx (1 - \Theta)f(M, t) + \Theta f(M, t + \Delta t), \quad \text{para } 0 \leq \Theta \leq 1 \quad (26)$$

Então, a equação (2) se torna:

$$M(t + \Delta t) - M(t) = \frac{M_e}{g(t)} - \frac{M}{g(t)} \quad (27)$$

ou

$$M(t + \Delta t) - M(t) = (1 - \Theta)\Delta t \frac{M_e}{g(t)} - (1 - \Theta)\Delta t \frac{M}{g(t)} + \Theta \Delta t \frac{M_e}{g(t + \Delta t)} - \Theta \Delta t \frac{M}{g(t + \Delta t)} \quad (28)$$

Utilizou-se, nesse procedimento, uma integração temporal de um passo. O esquema implícito de Crank-Nicholson é um esquema de integração temporal, que aproxima uma derivada parcial $\frac{\partial}{\partial t}$ no ponto $\left(i, n + \frac{1}{2}\right)$ e de uma derivada parcial do tipo $\frac{\partial}{\partial x}$ pelo valor médio, em que $\Theta = 0,5$ e Δt é o passo no tempo. Na forma mais geral de integração, Θ pode variar de 0 (esquema de Euler explícito) a 1 (esquema de Euler implícito) (HOFFMAN, 1992).

Usando-se a notação $M(t) = M(t^n)$, em que $t^n = t^{n-1} + \Delta t$, a equação (28) pode ser escrita como:

$$M^{n+1} - M^n = \beta \frac{M_e}{g(t)^n} - \beta \frac{M}{g(t)^n} + \alpha \frac{M_e}{g(t)^{n+1}} - \alpha \frac{M}{g(t)^{n+1}} \quad (29)$$

sendo $\alpha = \Theta \Delta t$ e $\beta = (1 - \Theta) \Delta t$.

Os novos operadores H_+ e H_- foram definidos como:

$$H_+ = \left(1 + \frac{\alpha}{g(t)^{n+1}} \right) M^{n+1} \quad (30)$$

$$H_- = \left(1 - \frac{\beta}{g(t)^n} \right) M^n + M_e \left(\frac{\beta}{g(t)^n} + \frac{\alpha}{g(t)^{n+1}} \right) \quad (31)$$

A equação (21), com $M(\mathbf{x}, t) = u(\mathbf{x}, t)$ e o uso dos operadores H_+ e H_- permitem escrever:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j^{n+1} H_+ \phi(\mathbf{x}_{ij}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j^n H_- \phi(\mathbf{x}_{ij}) + C \quad (32)$$

$$C = M_e \frac{\beta}{g(t)^n} \quad (33)$$

Encontram-se no Apêndice 1 as expressões finais para H_+ e H_- .

A equação (32) é um sistema de equações lineares que, quando resolvido, fornece os coeficientes λ_j^{n+1} a partir dos valores conhecidos de λ_j^n no tempo anterior. Os valores de $M(t)$ podem, portanto, ser obtidos por meio da expressão:

$$M(t) \approx \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) \quad (34)$$

Deve-se notar que, no caso da secagem, a dependência espacial é obtida por meio da dependência espacial das outras funções termodinâmicas.

4.2.2.2. Equação de continuidade para o vapor de água do ar

A formulação usada para a equação de secagem aplica-se à equação de continuidade para o vapor de água do ar. A discretização da equação de continuidade para o vapor de água do ar leva a:

$$\frac{\partial W(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = f(\mathbf{x}, t) \approx (1 - \Theta) f(\mathbf{x}, t) + \Theta f(\mathbf{x}, t + \Delta t) \quad \text{para} \quad 0 \leq \Theta \leq 1 \quad (35)$$

$$W(t + \Delta t) - W(t) = \frac{-V_a}{\varepsilon} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (36)$$

$$W(t + \Delta t) - W(t) = -(1 - \Theta) \Delta t \frac{V_a}{\varepsilon} \frac{\partial W^n}{\partial x} - \Theta \Delta t \frac{V_a}{\varepsilon} \frac{\partial W^{n+1}}{\partial x} - (\Theta - 1) \Delta t \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^n}{\partial t} - \Theta \Delta t \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^{n+1}}{\partial t} \quad (37)$$

$$W^{n+1} - W^n = -\beta \frac{V_a}{\varepsilon} \frac{\partial W^n}{\partial x} - \alpha \frac{V_a}{\varepsilon} \frac{\partial W^{n+1}}{\partial x} - \beta \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^n}{\partial t} - \alpha \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^{n+1}}{\partial t} \quad (38)$$

$$H_+ = \left(1 + \alpha \frac{V_a}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \right) W^{n+1} \quad (39)$$

$$H_- = \left(1 - \beta \frac{V_a}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \right) W^n - \beta \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^n}{\partial t} - \alpha \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^{n+1}}{\partial t} \quad (40)$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j^{n+1} H_+ \phi(x_{ij}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j^n H_- \phi(x_{ij}) + C \quad (41)$$

$$C = \frac{\rho_s}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^n}{\partial t} \quad (42)$$

E, portanto, a aproximação para a solução é dada por:

$$W(x, t) \approx \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(x, x_j) \quad (43)$$

4.2.2.3. Equações de energia para o ar de secagem

De novo, a formulação usada para a equação de secagem aplica-se à equação de energia para o ar de secagem. A discretização da equação de secagem leva a:

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = f(x, t) \approx (1 - \Theta) f(x, t) + \Theta f(x, t + \Delta t) \quad \text{para } 0 \leq \Theta \leq 1 \quad (44)$$

$$\varepsilon T(t + \Delta t) - \varepsilon T(t) = \frac{-h'a}{\rho_a c_a + \rho_a W c_v} (T - \theta) - V_a \frac{\partial T}{\partial x} \quad (45)$$

$$\varepsilon T(t + \Delta t) - \varepsilon T(t) = - \left(\frac{Th'a - \theta h'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} \right) - V_a \frac{\partial T}{\partial x} \quad (46)$$

$$\varepsilon T(t + \Delta t) - \varepsilon T(t) = - \left(\frac{Th'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} - \frac{\theta h'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} \right) - V_a \frac{\partial T}{\partial x} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon T(t + \Delta t) - \varepsilon T(t) = & - (\Theta \Delta t) \frac{T h' a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} + (\Theta \Delta t) \frac{\theta h' a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} - \\ & (\Theta \Delta t) V_a \frac{\partial T}{\partial x} - [(1 - \Theta) \Delta t] \frac{T h' a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} + \\ & [(1 - \Theta) \Delta t] \frac{\theta h' a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} - [(1 - \Theta) \Delta t] V_a \frac{\partial T}{\partial x} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon T^{n+1} - \varepsilon T^n = & -\alpha \frac{Th'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} + \alpha \frac{\theta h'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} - \alpha V_a \frac{\partial T}{\partial x} - \\ & \beta \frac{Th'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} + \beta \frac{\theta h'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} - \beta V_a \frac{\partial T}{\partial x} \end{aligned} \quad (49)$$

$$H_+ = \left[\varepsilon + \alpha \left(\frac{h'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} + V_a \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] T^{n+1} \quad (50)$$

$$H_- = \left[\varepsilon + \alpha \left(\frac{h'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} + V_a \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] T^n + \frac{\Delta t \theta h'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} \quad (51)$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j^{n+1} H_+ \phi(x_{ij}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j^n H_- \phi(x_{ij}) + C \quad (52)$$

$$C = \frac{\theta h'a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} \quad (53)$$

$$T(x, t) \approx \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(x, x_j) \quad (54)$$

4.2.2.4. Equação de energia para a massa de grãos

Por fim, a formulação usada para a equação de secagem também se aplica à equação de energia para a massa de grãos. A discretização da equação de energia para a massa de grãos é apresentada a seguir.

$$\rho_s c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = h a (T - \theta) - \rho_s [h_{fg} + c_v (T - \theta)] \frac{\partial M}{\partial t} \quad (55)$$

$$\rho_s c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = (h a T - h a \theta) + \rho_s (h_{fg} + c_v T) \frac{\partial M}{\partial t} + \rho_s c_v \theta \frac{\partial M}{\partial t} \quad (56)$$

$$\rho_s c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left(ha + \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \theta + ha T - \rho_s (h_{fg} + c_v T) \frac{\partial M}{\partial t} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \rho_s c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} (t + \Delta t) - \rho_s c_p \theta(t) = -\Delta t \Theta \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \theta(t + \Delta t) \\ - \Delta t (1 - \Theta) \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \theta(t) + \Delta t \left[ha T - \rho_s (h_{fg} + c_v T) \frac{\partial M}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \rho_s c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} (t + \Delta t) - \rho_s c_p \theta(t) = -\alpha \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \theta(t + \Delta t) \\ - \beta \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \theta(t) + \Delta t \left[ha T - \rho_s (h_{fg} + c_v T) \frac{\partial M}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (59)$$

$$H_+ = \left[\rho_s c_p + \alpha \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \right] \theta^{n+1} \quad (60)$$

$$H_- = \left[\rho_s c_p - \beta \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \right] \theta^n + \Delta t \left[ha T + \rho_s \left(h_{fg} \frac{\partial M}{\partial t} + c_v T \right) \frac{\partial M}{\partial t} \right] \quad (61)$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j^{n+1} H_+ \phi(x_{ij}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j^n H_- \phi(x_{ij}) + C \quad (62)$$

$$C = ha T + \rho_s \left(h_{fg} \frac{\partial M}{\partial t} + c_v T \right) \frac{\partial M}{\partial t} \quad (63)$$

$$\theta(x, t) \approx \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(x, x_j) \quad (64)$$

4.2.3. Solução computacional das equações de secagem

O sistema de equações, resultantes do desenvolvimento apresentado no item 4.2.2., foi resolvido por meio do programa computacional *MATHECAD*, que usa linguagem simbólico-matemática e muitos recursos de programação. O *MATHECAD* possui um solucionador interno de equações lineares chamado de *LSOLVE*, que foi usado para resolver os sistemas de equações resultantes da modelagem numérica.

Efetuararam-se diversas simulações para resolver problemas padrões (*benchmark*), para garantir a confiabilidade das soluções numéricas.

O fluxograma apresentado na Figura 2 mostra as principais rotinas implementadas para resolver as diferentes equações que compõem o modelo

de análise energética e exergética de secagem. O código do programa desenvolvido por meio do programa *MATCAD*, encontra-se no Apêndice 2.

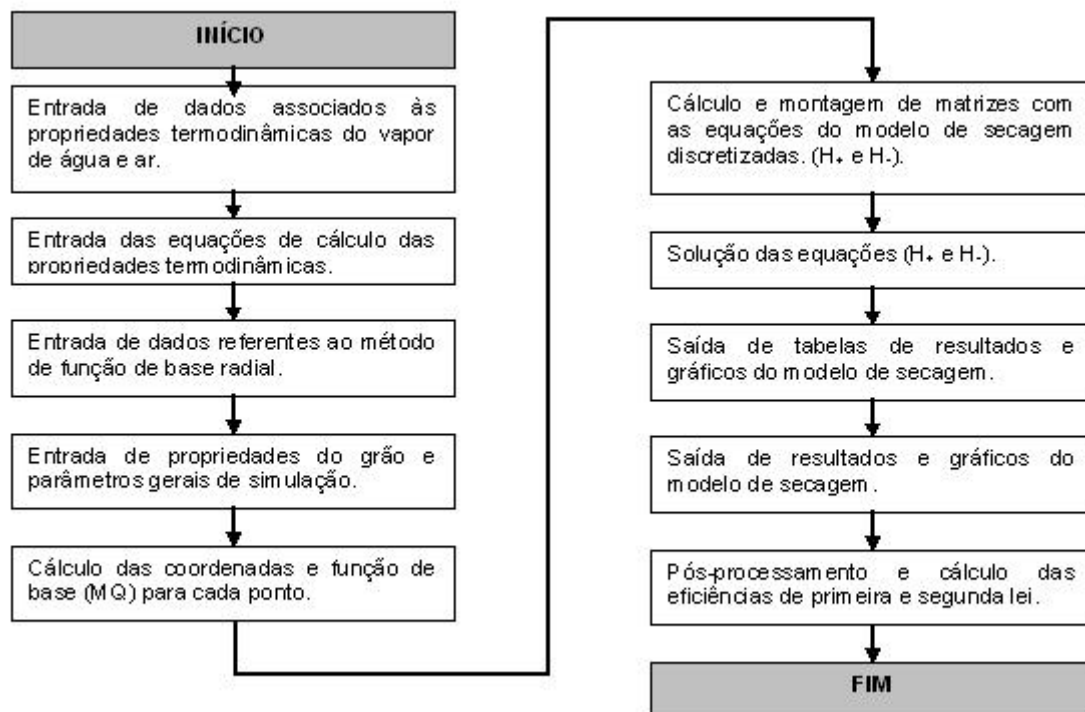


Figura 2. Fluxograma das principais rotinas para a implementação das funções de base radial (FBR).

4.3. APLICAÇÃO DAS FUNÇÕES DE BASE RADIAL A PROBLEMAS PURAMENTE CONVECTIVOS.

A maioria dos processos físicos reais envolve convecção e difusão ou ambos, simultaneamente. Conseqüentemente, as características gerais de convecção pura, difusão pura e dispersão pura, são necessárias para o entendimento de soluções de equações diferenciais parciais.

4.3.1. Equação de advecção ou convecção pura

Convecção pura é representada pela seguinte equação, típica de problemas de propagação:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + v \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (65)$$

em que:

- U - Variável dependente.
- t - Tempo, s.
- x - Coordenada espacial, m.
- v - Velocidade de convecção, m/s.

A equação (65) toma a seguinte forma, ao aplicar-se a elas o método de funções de base radial:

$$\left[1 + \alpha \left(v \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] U^{n+1} = \left[1 + \beta \left(v \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] U^n \quad (66)$$

4.3.2. Soluções numéricas

A Figura 3 contém a solução da equação de advecção, para $v = 1$ com as condições, inicial e de contorno, dadas pelas Equações (67) e (68).

$$u(x, 0) = \exp[-2000(x + 1)] \quad (67)$$

$$u(-1, t) = g(t) = \exp(-2000t^2) \quad (68)$$

O parâmetro de forma, c , foi ajustado a partir dos dados numéricos. Assim, adotou-se um valor de c , quando os erros associados foram menores que 0,002 em um tempo $t=1,0$ quando a onda se encontra no centro do domínio. O passo de tempo utilizado foi de $\Delta t = 0,001$. A Figura 3 representa, também, a solução analítica. Observa-se que os resultados foram excelentes.

A Figura 4 contém a solução da equação de advecção utilizando-se a função de base radial cúbica, nas mesmas condições utilizadas para os resultados apresentados na Figura 3. Devem-se notar os erros de dispersão evidentes.

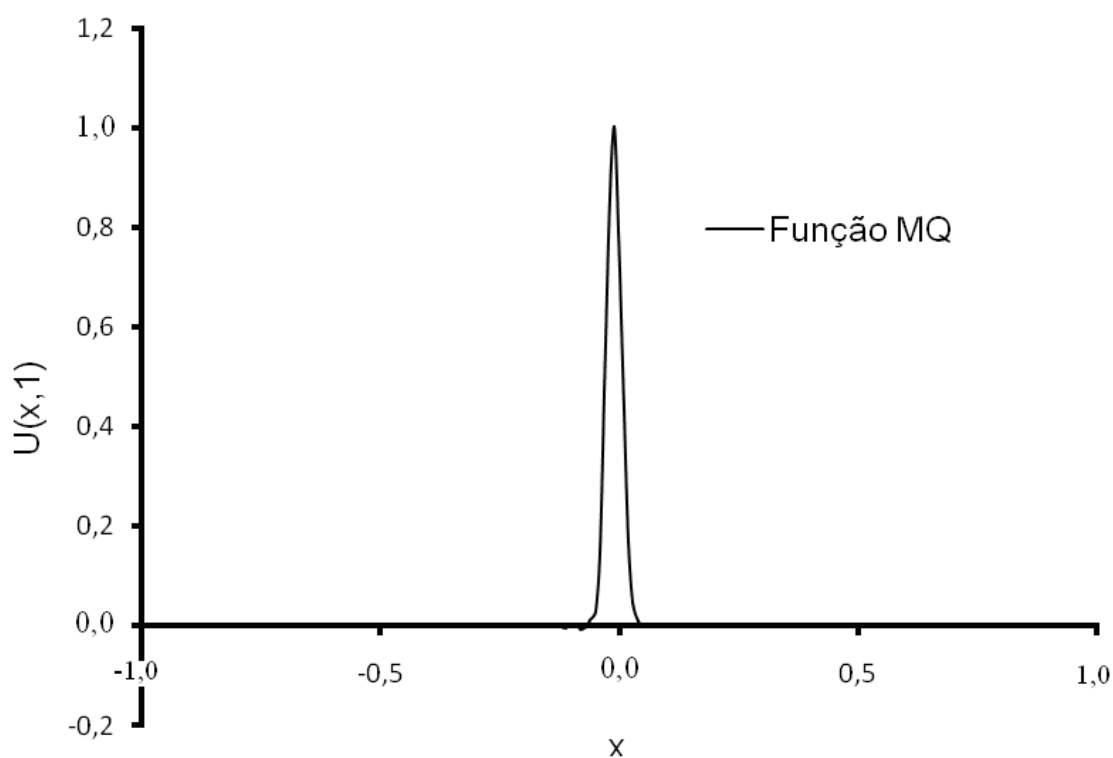


Figura 3. Solução da equação de advecção para passo de tempo igual a 0,001, tempo final igual a 1, número de pontos igual a 200 e parâmetro de forma $c = 1/24$.

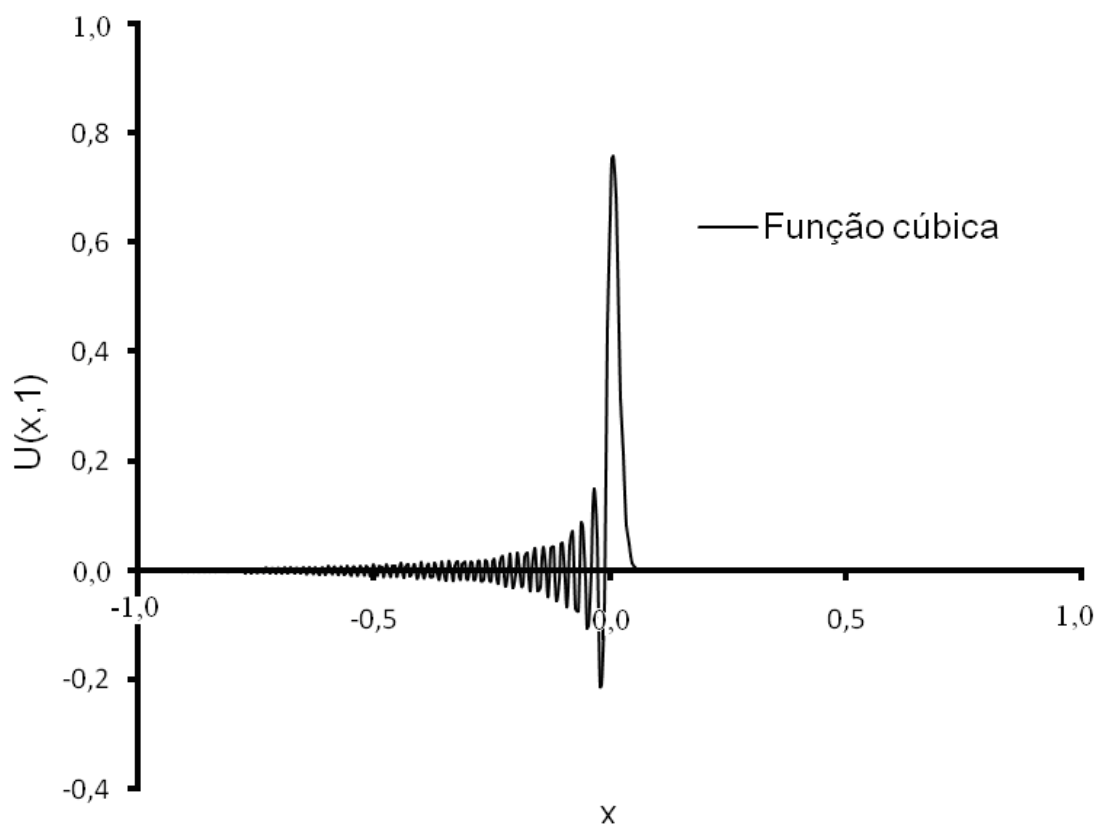


Figura 4. Solução da equação de advecção para passo de tempo igual a 0,001, tempo final igual a 1 e número de pontos igual a 200, utilizando-se a função de base radial cúbica.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados das simulações aqui apresentadas tiveram por base os dados e propriedades físicas disponíveis em Brooker et al. (1974) e em Brooker et al. (1992) e os dados de Fortes (2004) e Fortes e Ferreira (2004). A confiabilidade no método de funções de base radial (FBR) teve por base estudo preliminar envolvendo a solução da complexa equação de convecção pura. Efetuaram-se várias simulações, conforme as condições apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2. Condições e valores dos parâmetros utilizados nos testes de simulação.

Simulações realizadas	Parâmetros de secagem								
	T _s (°C)	UR (%)	W _s (kg/kg)	M ₀ (kg/kg)	W ₀ (kg/kg)	UR ₀ (%)	T ₀ (°C)	θ (°C)	V _a (m/s)
Condições de referência para simulação de secagem.	50	8	0,0061	0,33	0,00764	70	20	20	0,20
Efeito da velocidade do ar de secagem.									0,20 0,40 0,60
Efeito da temperatura do ar de secagem.	30 50 70								
Efeito do teor de água inicial do grão.				0,33 0,30 0,25					

Depois de várias simulações visando encontrar o melhor coeficiente, ou função de forma, c , da função multiquádrica e compatibilidade de resultados, optaram-se pelos seguintes parâmetros numéricos de simulação:

Coefficiente ou fator de forma da função multiquádrica

$$c = 1/10$$

Número de pontos de colocação, uniformemente distribuídos

$$N = 10$$

Número de Courant

$$\text{Courant} = \frac{V_a \Delta t}{\varepsilon \Delta x} = 1.$$

Este número foi mantido constante e igual a 1, pela modificação do passo de tempo de simulação. Esta condição foi fundamental para a obtenção de resultados precisos.

Espessura da camada de grãos (leito) e área da base da camada

Foram considerados os valores adotados como referência por Brooker et al. (1974):

$$x = 0,6096 \text{ m (2 pés)}$$

$$S = 0,109 \text{ m}^2$$

Dessa forma, tem-se o volume de grãos de milho no secador:

$$V = S x = (0,109)(0,6096) = 0,06645 \text{ m}^3$$

Expressões termodinâmicas usadas para o cálculo de propriedades do ar encontram-se no Apêndice 2.

5.1. PERFIS TEMPORAIS E ESPACIAIS DAS VARIÁVEIS TERMODINÂMICAS

Os testes de simulação foram realizados sob condições de referência para simulação de secagem (BROOKER et al., 1974; BROOKER et al., 1992; FORTES, 2004; FORTES e FERREIRA, 2004), conforme listadas no Quadro 2. Deve-se mencionar que, para todas as simulações apresentadas, supôs-se que o valor máximo a ser atingido pela razão de umidade seria a de saturação para

a condição local de temperatura do ar e esta restrição foi incorporada ao modelo de simulação. O efeito desta modificação no modelo é equivalente ao de se impor mais uma condição de não-linearidade, com oscilações em soluções numéricas.

Os resultados de perfis espaciais de temperatura, teor de água e razão de umidade, para diversos tempos de simulação, encontram-se nas Figuras 5, 6, 7 e 8.

A Figura 5 mostra que, mesmo decorridas 5 horas de secagem, o ar contido em regiões acima de 0,5 m ainda encontra-se saturado. Em 20 h, o leito de grãos está excessivamente seco. Estes fatos são corroborados pelas Figuras 6, 7 e 8. Analisando estas figuras, podem-se fazer as seguintes observações:

- (1) O valor da razão de umidade na saturação para $T \approx 22 \text{ }^\circ\text{C}$ (Figura 9) é $W = 0,017 \text{ kg/kg}$. A Figura 8 mostra que este valor quase é alcançado depois de 4 h de secagem nos pontos localizados em $x = 0,5 \text{ m}$.
- (2) A temperatura do grão durante toda a secagem permanece ligeiramente inferior à do ar de secagem, com exceção dos primeiros minutos de secagem, quando a massa de grãos encontra-se em processo de aquecimento.
- (3) Os dados mostram que, com três horas de secagem, aproximadamente metade dos grãos encontram-se supersecos.
- (4) A Figura 10 mostra que a temperatura dos grãos localizados mais próximos da saída do secador cresce vagarosamente com o tempo. Portanto, os dados mostram que há a possibilidade de se ventilar a massa de grãos para aproveitar a entalpia disponível na entrada do secador.

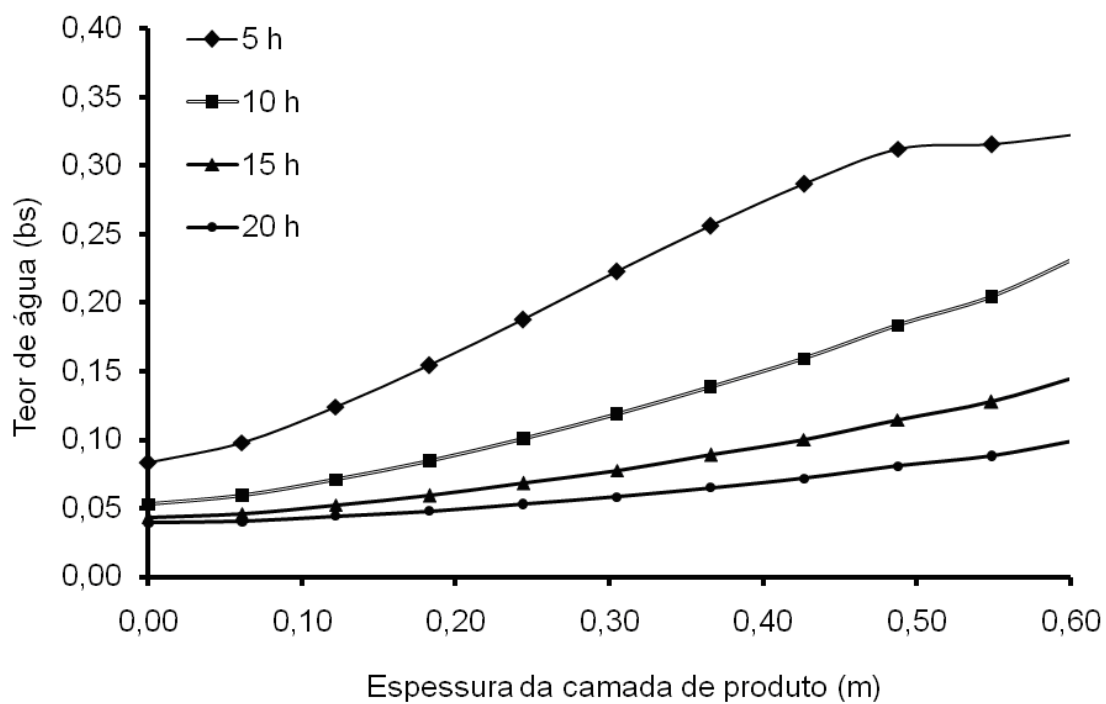


Figura 5. Perfil espacial do teor de água em diversos tempos de secagem, sob condições padrões de simulação.

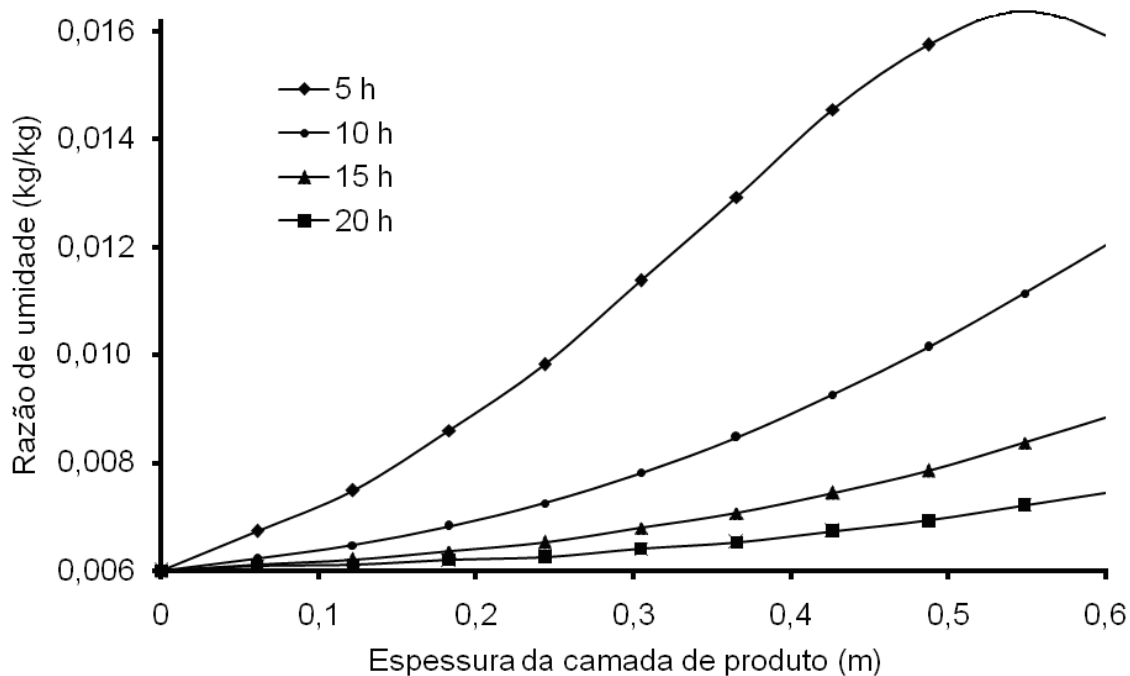


Figura 6. Perfil espacial da razão de umidade para diversos tempos de secagem, sob condições padrões de simulação.

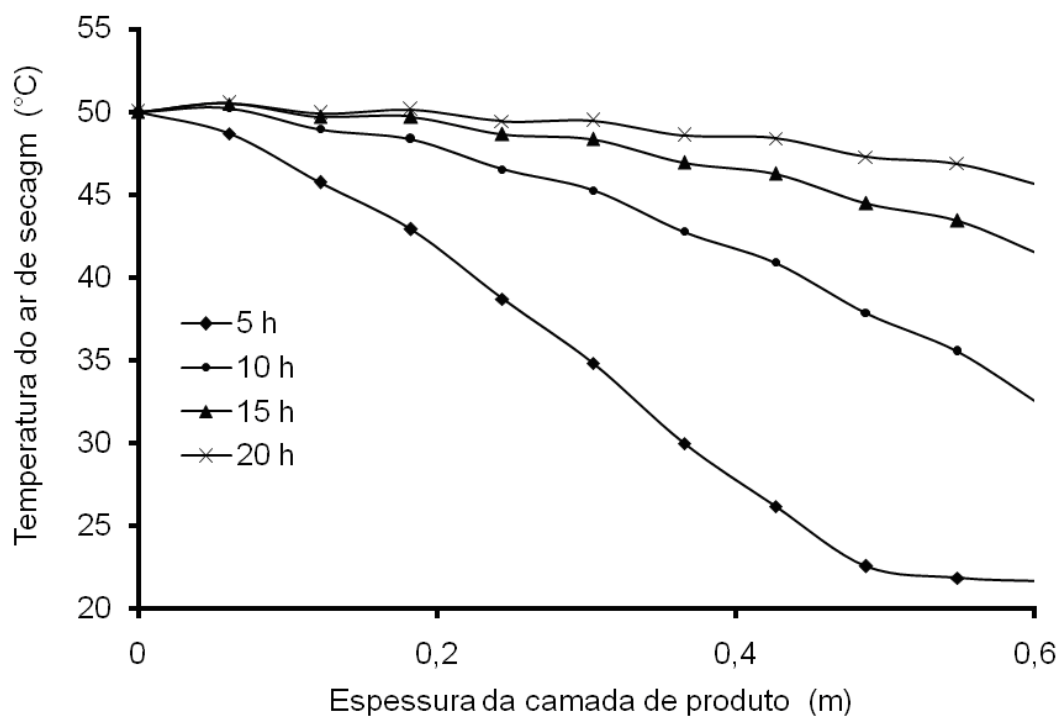


Figura 7. Perfil espacial da temperatura do ar para diversos tempos de secagem, sob condições padrões de simulação.

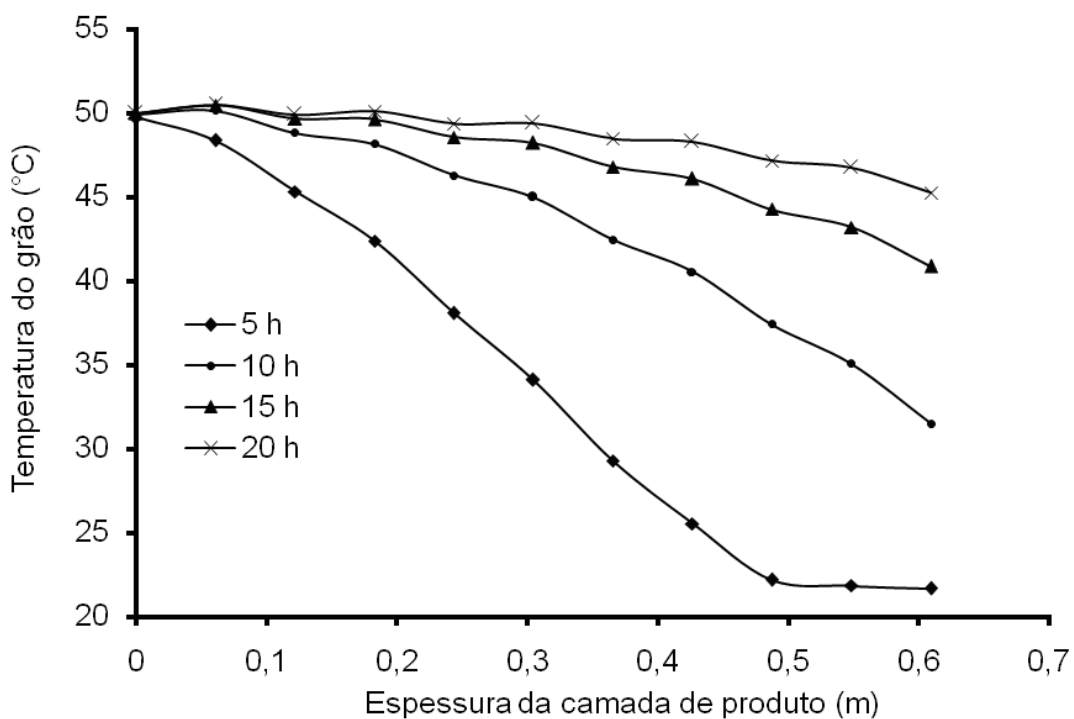


Figura 8. Perfil espacial da temperatura dos grãos para diversos tempos de secagem, sob condições padrões de simulação.

As Figuras 9 a 12 fornecem outra visão do processo de secagem no interior do secador unidimensional. Deve-se observar na Figura 9 que a massa de grãos, até uma espessura de, aproximadamente, 15,2 cm seca, como se fosse uma camada fina. As camadas mais interiores demoram 7 horas para dar início ao processo de secagem.

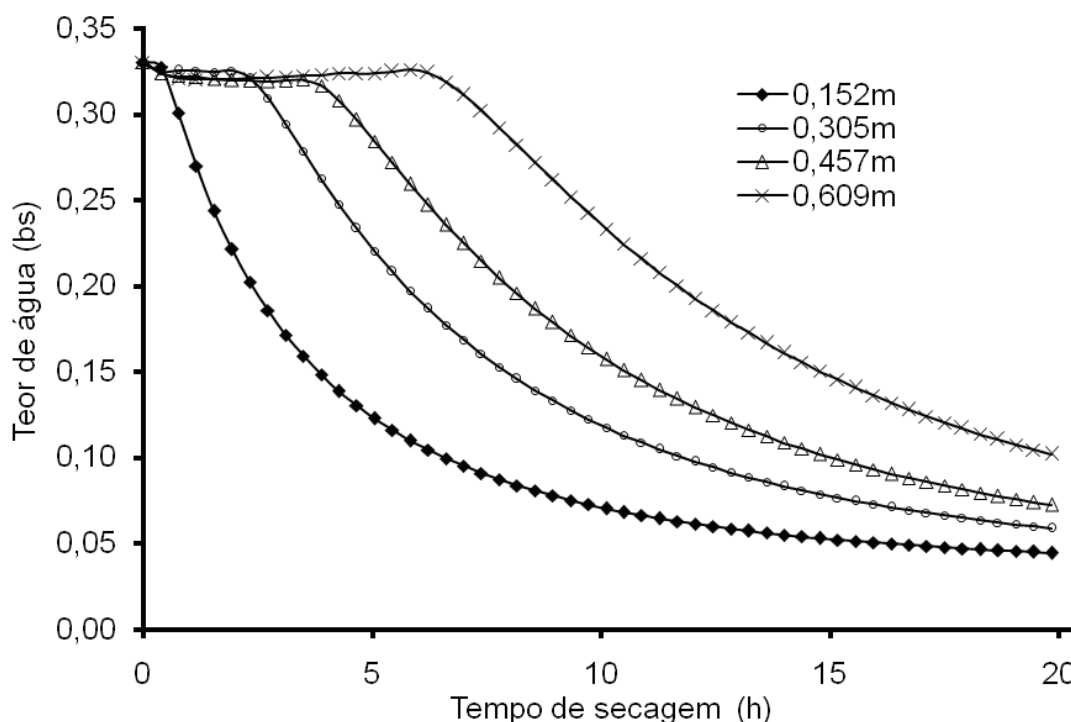


Figura 9. Variação temporal do teor de água dos grãos em diversas posições no leito, sob condições padrões de simulação de secagem.

A Figura 10 mostra a distribuição espacial da razão de umidade, para vários tempos de secagem. Num paralelismo interessante com a curva de secagem anterior (Figura 9), nota-se que a razão de umidade da camada até uma espessura de, aproximadamente, 15,2 cm diminui rapidamente com o tempo, enquanto que as outras camadas têm sua razão de umidade lentamente reduzida, a partir da total saturação do ar úmido. É fato físico simples que o processo de secagem nas camadas inferiores ocasiona o deslocamento maciço de água para as camadas superiores do secador, tornando-as inertes quanto ao processo de secagem, até que todo o vapor em excesso seja removido.

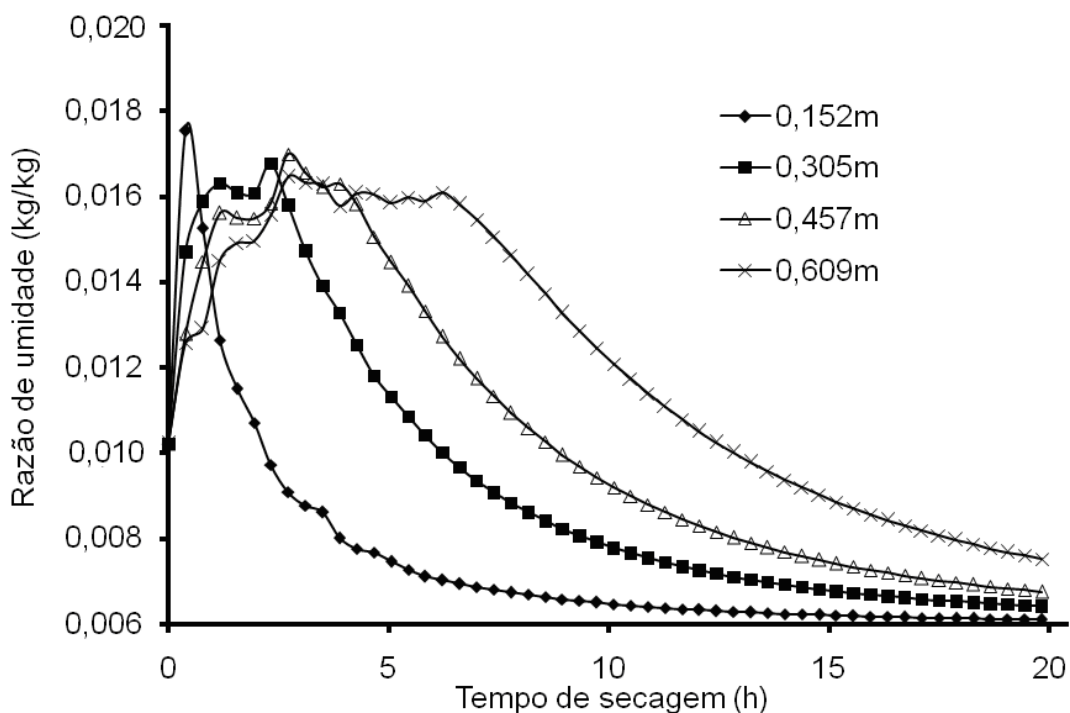


Figura 10. Variação temporal da razão de umidade em diversas posições no leito de grãos, sob condições padrões de simulação de secagem.

A Figura 11 mostra que o processo de aumento de temperatura do ar segue caminho temporal e espacial paralelo ao de secagem e desumidificação do leito de grãos. Enquanto que a camada até 15,2 cm seca sem efeito apreciável do teor de água, a camada próxima da saída do secador leva até, aproximadamente, 7 h para sofrer o efeito do acréscimo de temperatura.

A temperatura dos grãos sofre efeito semelhante ao da temperatura do ar interno de secagem, conforme pode ser observado na Figura 12. De novo, os perfis sugerem que se pode e se deve mudar o sistema de secagem, de forma a distribuir a entalpia do ar no interior da massa de grãos.

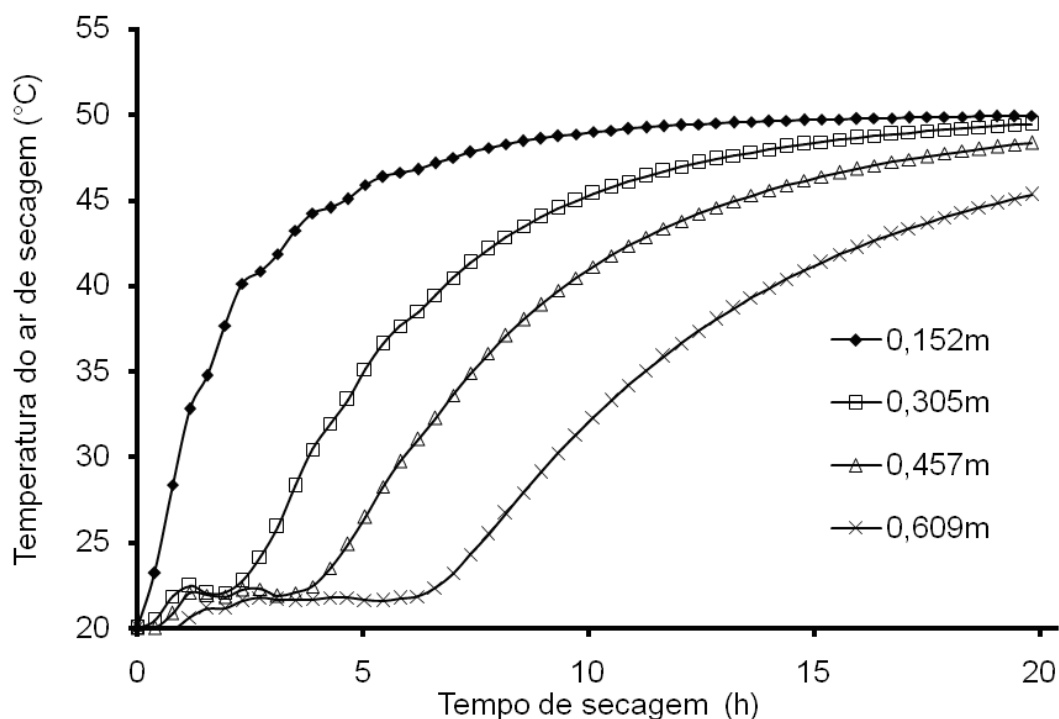


Figura 11. Variação temporal da temperatura do ar em diversas posições no leito sob condições padrões de simulação de secagem.

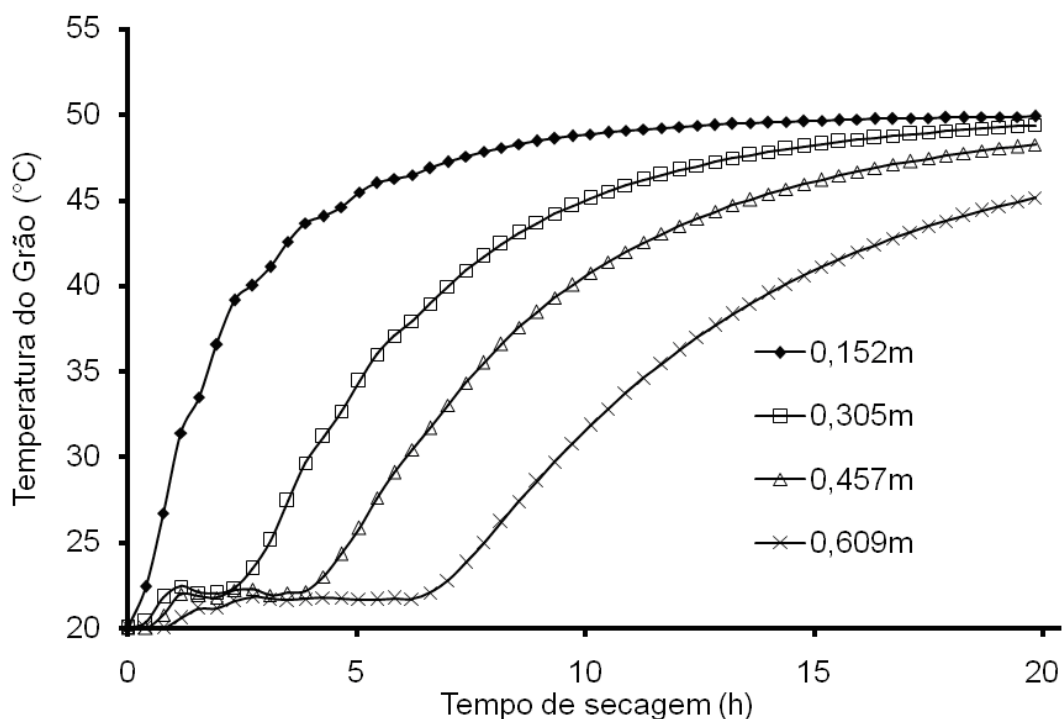


Figura 12. Variação temporal da temperatura dos grãos em diversas posições no leito sob condições padrões de simulação de secagem.

5.2. EFEITO DA VELOCIDADE DO AR, DA TEMPERATURA DO AR DE SECAGEM E DO TEOR INICIAL DE ÁGUA DOS GRÃOS SOBRE A CURVA DE SECAGEM E TEMPERATURA DE EXAUSTÃO DO AR

Conforme citado anteriormente (Quadro 2), dadas as condições de referência para simulação de secagem, realizaram-se simulações para avaliar-se os efeitos de diferentes teores iniciais de água dos grãos (0,33, 0,30 e 0,25, decimal, base seca), sobre a curva de secagem e a temperatura de saída do ar, conforme mostrado na Figura 13.

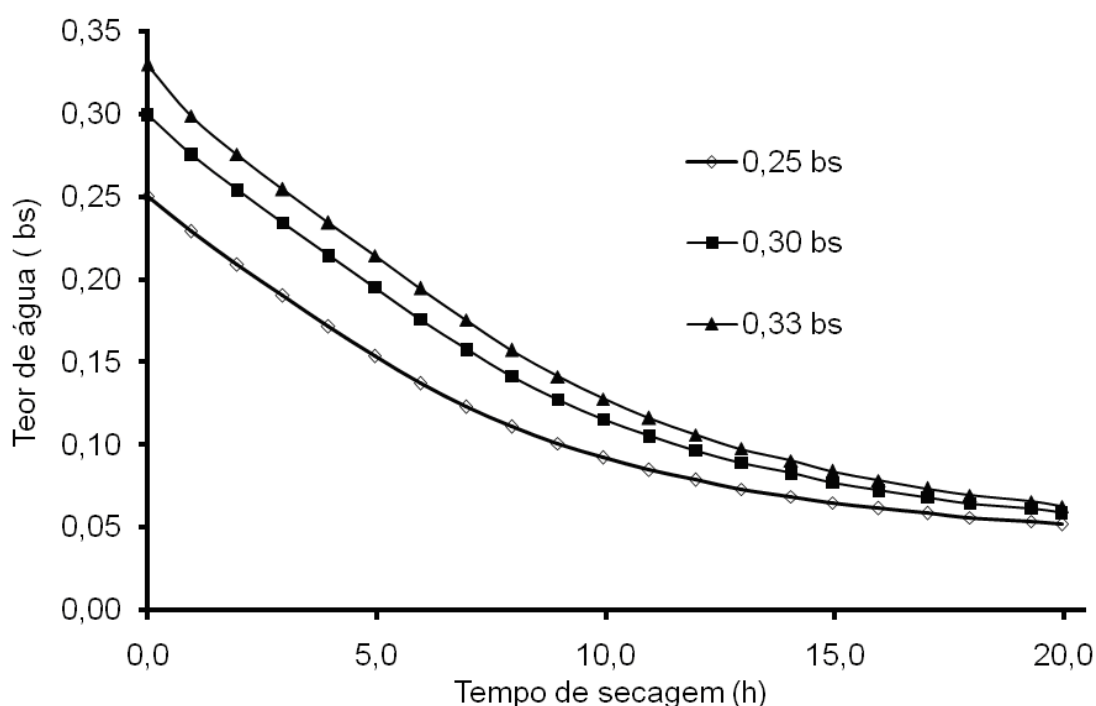


Figura 13. Efeito do teor inicial de água dos grãos sobre a curva de secagem.

Considerando-se os três teores iniciais de água da massa de grãos, a Figura 13 mostra que a diferença entre os perfis dos teores de água da massa (teor médio de água) decresce com o decorrer do tempo de secagem. Tal fato pode e deve ser levado em conta quando se analisa o processo de secagem, como será mostrado mais adiante. Deve-se notar que pequenas diferenças de teor de água podem não afetar significativamente a curva de secagem.

Por outro lado, a Figura 14 mostra que a temperatura do ar na saída do secador aumenta apreciavelmente com um decréscimo do teor inicial de água da massa de grãos. Assim, a secagem de milho com teor de água igual a

0,25 bs sofrerá um acréscimo de temperatura substancialmente maior do que com teor de água igual a 0,33 bs. Tal fato é de importância quando se analisa o processo de secagem de sementes, cuja qualidade é significativamente afetada (diminuição do índice de germinação e do vigor) quando submetidas à secagem em altas temperaturas.

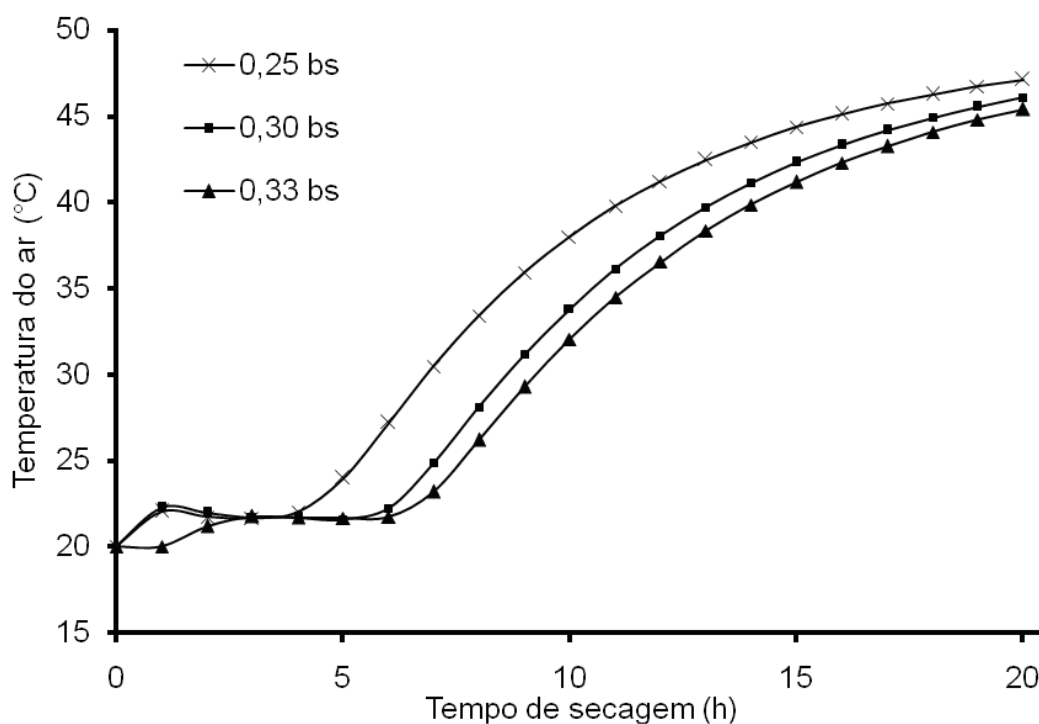


Figura 14. Efeito do teor inicial de água dos grãos sobre a temperatura do ar na saída do secador.

As Figuras 15 e 16 mostram o efeito da velocidade do ar de secagem sobre a curva de secagem e a temperatura do ar na saída do secador. Deve-se notar que um incremento no valor da velocidade do ar afeta substancialmente as curvas de secagem e de temperatura do ar. Os acréscimos da taxa de secagem e de temperatura, por significar redução do tempo de secagem, significam, também, redução do consumo de energia, pois o aquecimento do ar é, geralmente, mais caro que um aumento da potência de ventilação. Por outro lado, altas taxas de secagem podem significar danos térmicos aos grãos.

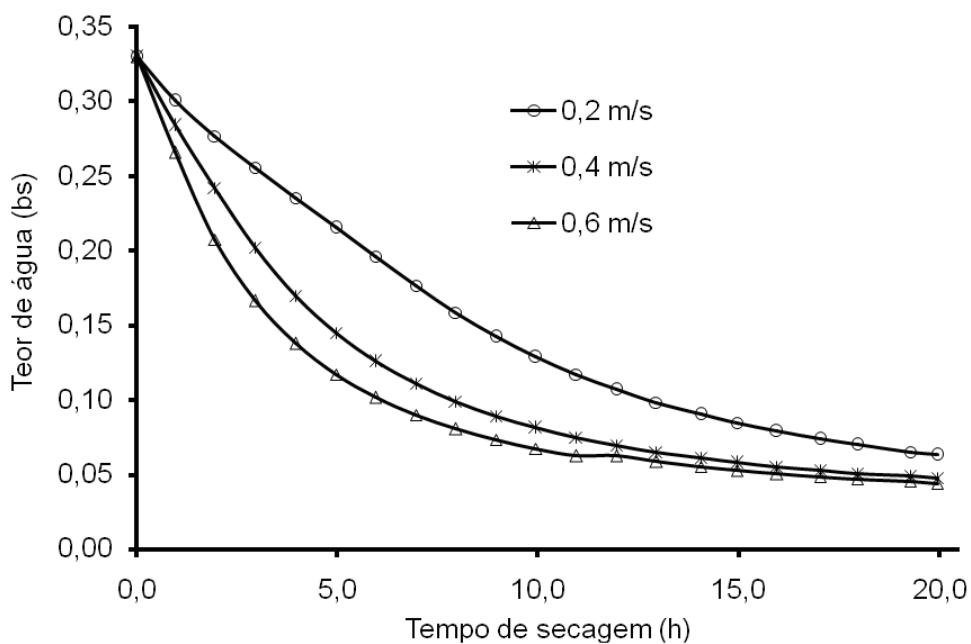


Figura 15. Efeito da velocidade do ar de secagem sobre a curva de secagem, para um teor de água inicial do produto igual a 0,33 bs.

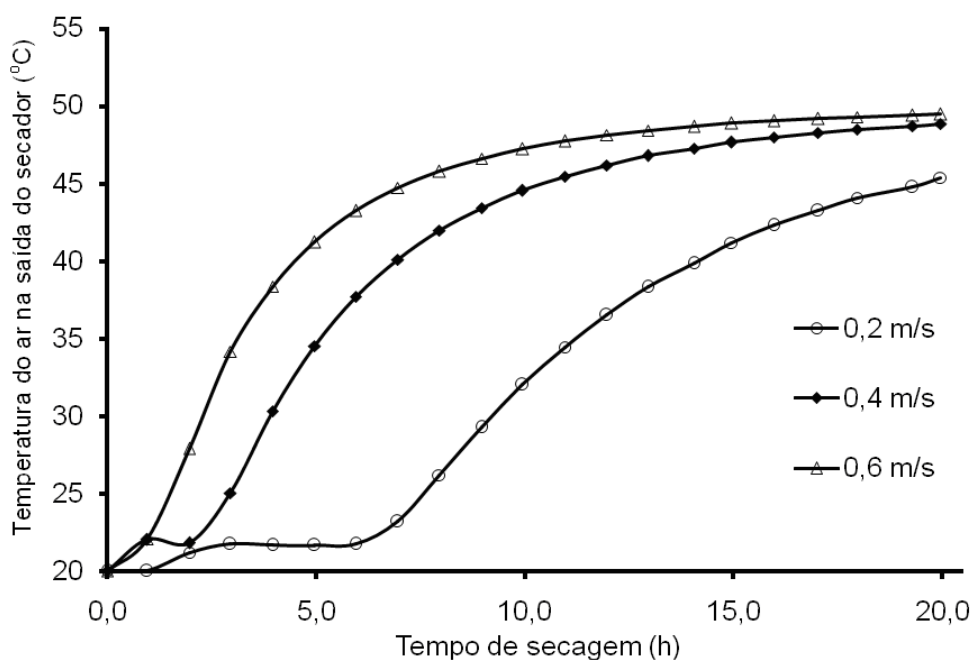


Figura 16. Efeito da velocidade do ar de secagem sobre a temperatura do ar na saída do secador, para um teor de água inicial do produto igual a 0,33 bs.

As Figuras 17 e 18 mostram o efeito da temperatura de secagem sobre a velocidade de secagem e temperatura do ar na saída do secador, respectivamente. Comparando-se estas curvas com as curvas associadas ao efeito de variação de velocidade, conclui-se que, na faixa de temperatura

investigada, a velocidade do ar de secagem é mais importante para definir o comportamento do processo de secagem do que a própria temperatura de secagem.

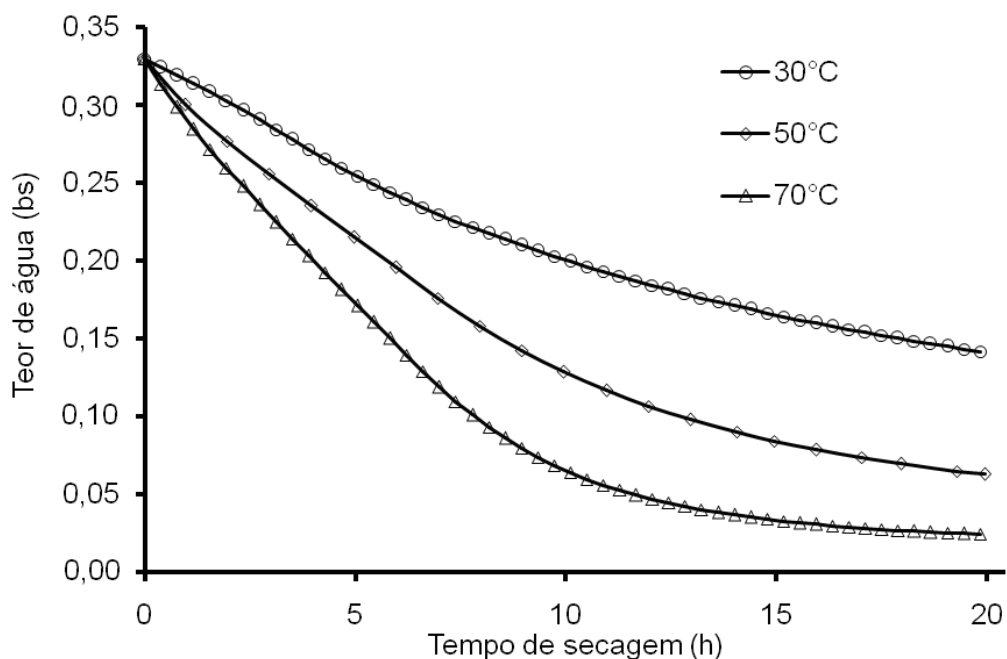


Figura 17. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a curva de secagem, para um teor de água inicial do produto igual a 0,33 bs.

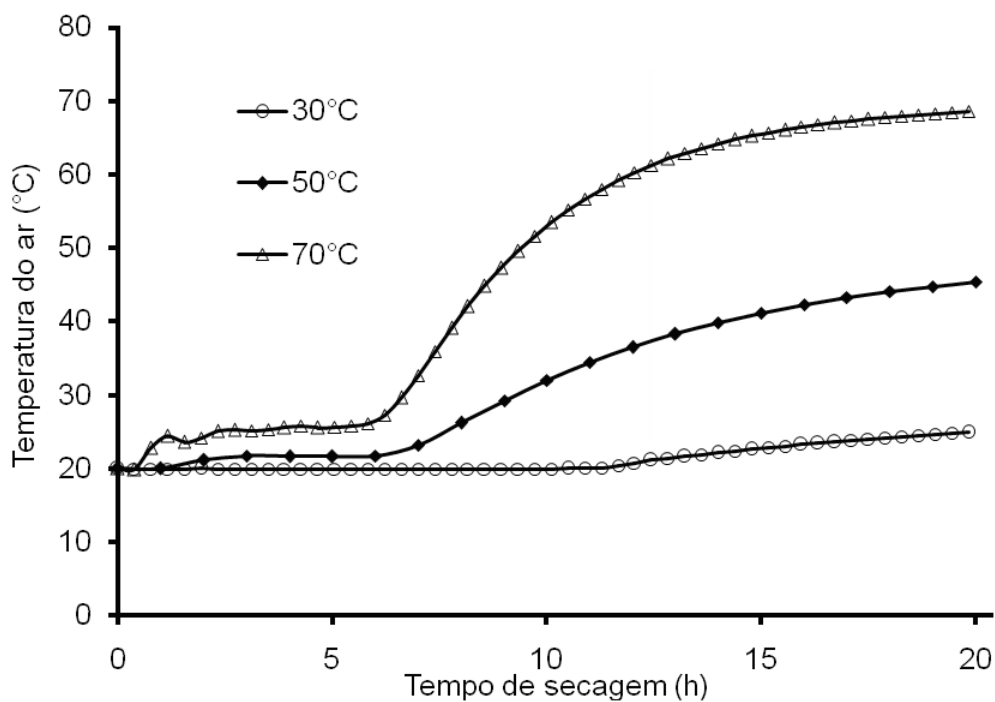


Figura 18. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a temperatura do ar na saída do secador, para um teor de água inicial do produto igual a 0,33 bs.

5.3. ANÁLISE ENERGÉTICA E EXERGÉTICA DE SECADORES DE LEITO FIXO

Apresenta-se, a seguir, uma análise das disponibilidades (exergias) de entrada e saída de secadores operando sob diferentes condições de secagem.

A Figura 19 mostra o efeito do teor inicial de água da massa de grãos sobre as disponibilidades de saída. Para os três teores de água utilizados nos testes, a disponibilidade de entrada é constante, pois os dados de entrada são fixos. Os dados de saída permitem concluir que o efeito de variação do teor inicial de água afeta pouco a disponibilidade de saída, exceto pelo fato de que quanto menor o teor de água, mais rapidamente a disponibilidade de saída aproxima-se do seu valor de entrada.

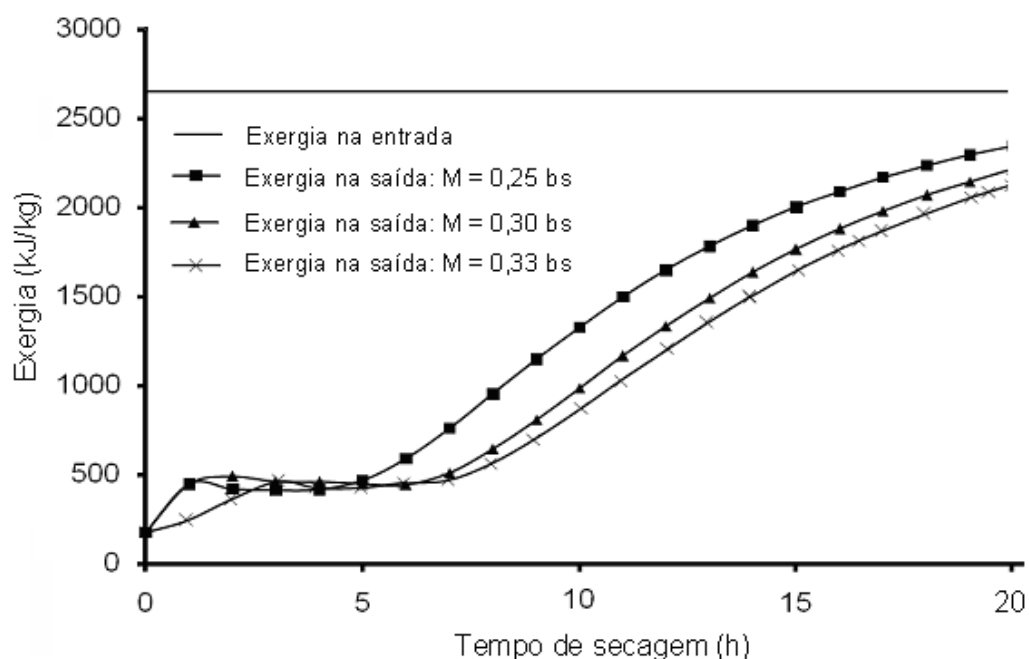


Figura 19. Exergias na entrada e na saída do secador, para diversos valores do teor inicial de água. Os demais valores de entrada seguem os valores da condição de referência (Quadro 2).

A Figura 20 mostra o efeito da velocidade do ar de secagem sobre as disponibilidades de saída. Para as três velocidades simuladas, a disponibilidade de entrada é constante, pois os dados de entrada são fixos. Os dados de saída permitem concluir que o efeito de variação da velocidade do ar afeta bastante a disponibilidade de saída. Quanto maior a velocidade, mais rapidamente cresce a disponibilidade de saída.

Há perda de disponibilidade no processo de secagem, pois há redução da temperatura e do potencial químico do ar de secagem. A disponibilidade de saída jamais pode ser maior que a disponibilidade de entrada. Assim, quando as disponibilidades se igualam, tem-se a situação em que as condições termodinâmicas do ar de saída se igualam às do ar de entrada. Portanto, o sistema torna-se profundamente ineficiente, pois não há utilização da exergia de entrada que é entregue de volta ao ambiente.

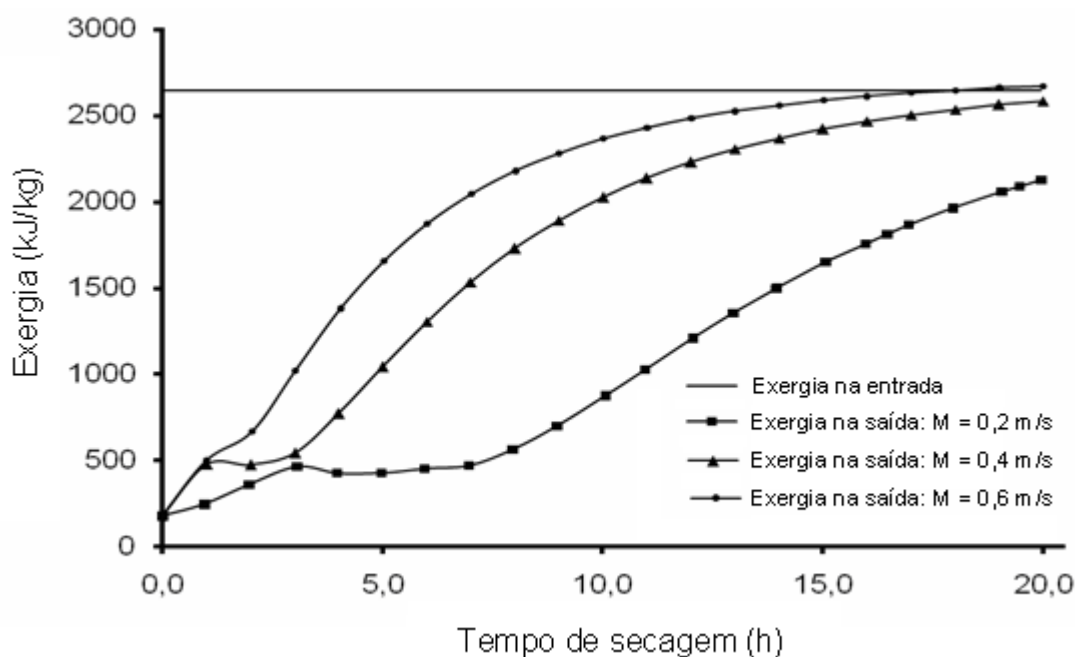


Figura 20. Exergias na entrada e saída do secador, para diferentes velocidades do ar de secagem. Os demais valores de simulação seguem a condição de referência (Quadro 2).

A Figura 21 mostra o efeito da temperatura do ar de secagem sobre as disponibilidades de saída. Para as três temperaturas simuladas, a disponibilidade de entrada é diferente, pois os dados de entrada não são fixos, no sentido termodinâmico. Os dados de saída permitem concluir que:

- (1) Deve-se notar que há um crescimento apreciável do valor da disponibilidade de entrada com a temperatura de secagem. Este fato reflete um maior custo de secagem.
- (2) Quando a temperatura de secagem é baixa ($30\text{ }^{\circ}\text{C}$), a disponibilidade de entrada e a de saída são baixas. A disponibilidade de saída é muito menor que a de entrada. Este fato quer dizer que a disponibilidade é

destruída no interior do secador e é usada para secagem a baixas temperaturas. Conseqüentemente, é de se esperar que os grãos não sejam secados adequadamente, pois há pouca disponibilidade.

- (3) A disponibilidade de saída equivalente à temperatura final de 30 °C, isto é, aproximadamente 600 J/kg, é alcançada quase que instantaneamente para secagem a temperaturas de 50 e 70 °C. Assim, se o fator de decisão for a eficiência de secagem, a secagem artificial a 30 °C deve ser evitada, exceto se a secagem for natural ou por meio de energia solar.

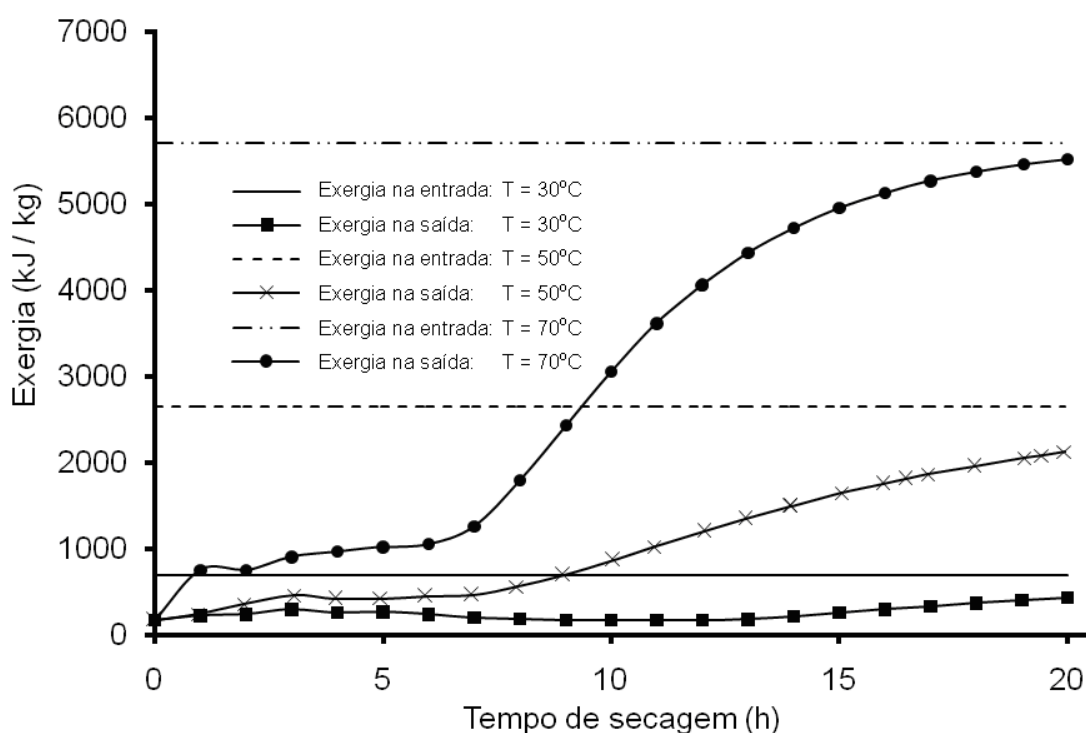


Figura 21. Exergias na entrada e saída do secador, para diferentes temperaturas de secagem, T. Os demais valores de simulação seguem a condição de referência (Quadro 2).

As figuras 22 a 28 permitem que se efetue uma análise energética e exergética do processo de secagem. O efeito do teor inicial de água da massa de grãos pode ser avaliado por meio das figuras 22 a 24, que permitem afirmar:

- (1) Quanto maior o teor inicial de água, maiores são as eficiências energética e exergética ao longo do processo de secagem.

- (2) Estes resultados de simulação mostram que, à medida que a massa de grãos está úmida, o ar de secagem efetua bem o seu processo de secagem; mas sua eficácia cai à medida que os grãos secam.
- (3) Logo no início do processo de secagem não há um efeito apreciável de eficiência de secagem, devido ao uso da energia (aquecimento) na movimentação da massa de vapor. Em outras palavras, as eficiências de primeira lei e segunda lei são baixas. Por outro lado, imediatamente depois, há uma rápida secagem da massa, sem excesso de umidade e as eficiências crescem e se desenvolvem como consequência dos perfis gerados pelas equações de conservação. Enquanto a eficiência de primeira lei atinge quase que instantaneamente o seu valor máximo e depois começa a decrescer, a eficiência de segunda lei cresce até o ponto em que a taxa de secagem decresce substancialmente.

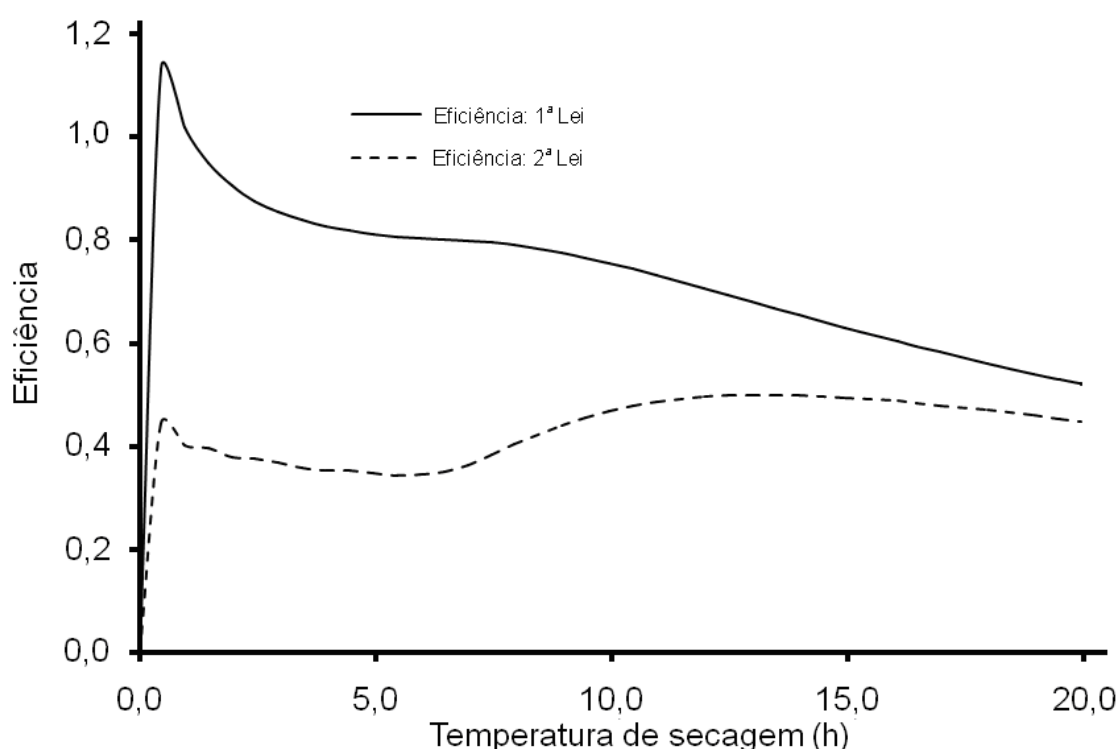


Figura 22. Eficiência energética (1ª lei) e exergética (2ª lei) para $M_0 = 0,33 \text{ bs}$, $T_S = 50^\circ\text{C}$, $V_a = 0,2 \text{ m/s}$ e demais condições de referência (Quadro 2).

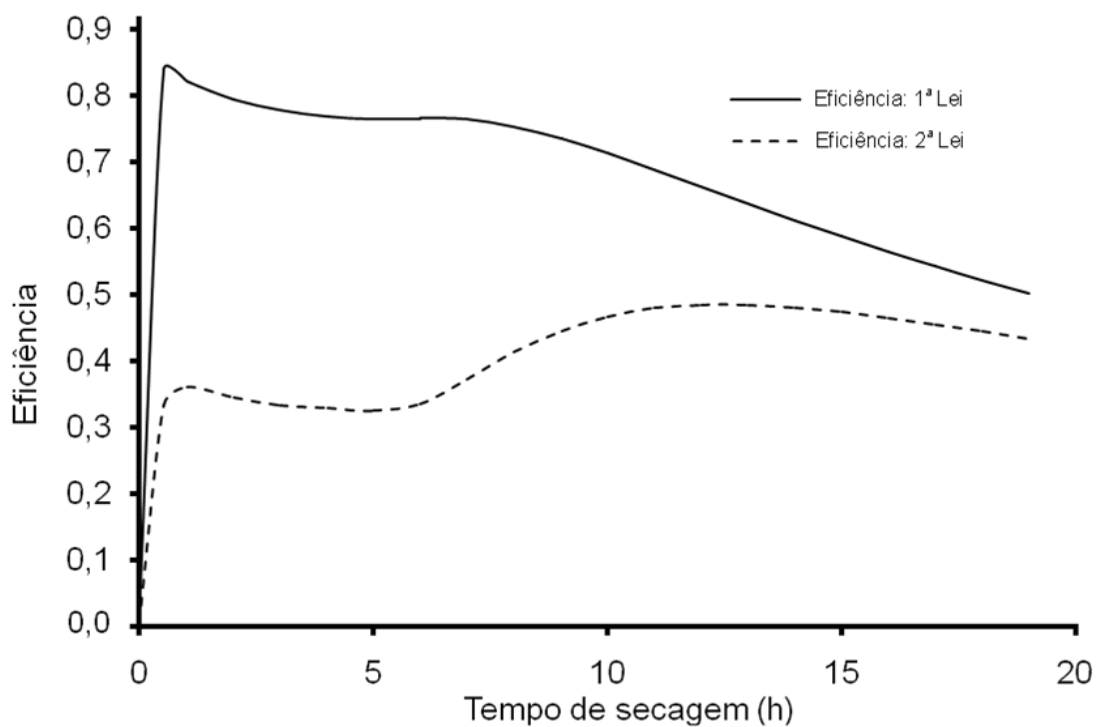


Figura 23. Eficiência energética (1ª lei) e exérgica (2ª lei) para $M_o = 0,30$ bs, $T_s = 50^\circ\text{C}$, $V_a = 0,2$ m/s e demais condições de referência (Quadro 2).

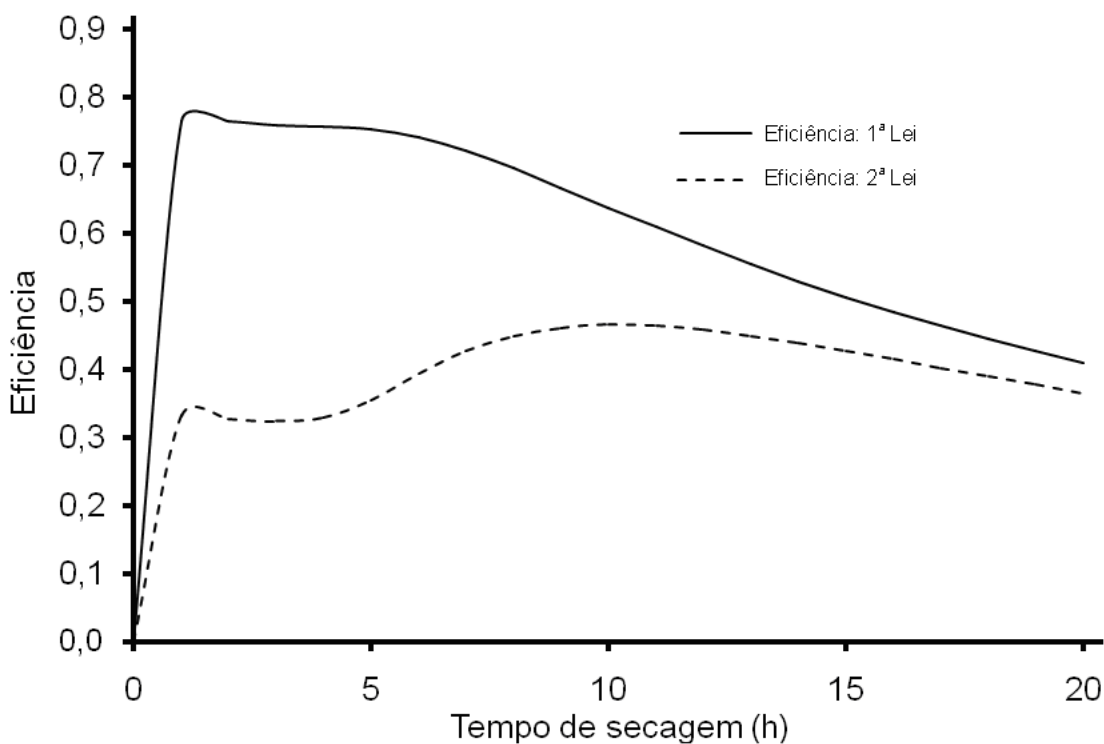


Figura 24. Eficiência energética (1ª lei) e exérgica (2ª lei) para $M_o = 0,25$ bs, $T_s = 50^\circ\text{C}$, $V_a = 0,2$ m/s e demais condições de referência (Quadro 2).

As Figuras 20, 25 e 26 permitem analisar o efeito da velocidade do ar de secagem sobre as eficiências de primeira e de segunda lei. O deslocamento dos máximos para menores tempos de secagem refletem o grande efeito da velocidade de secagem sobre as eficiências. Embora os valores das eficiências não sofram acréscimo, deve-se ressaltar que as figuras mostram dados instantâneos de eficiências. As eficiências globais dos processos de secagem consistem na integração dos dados durante o período desejado de secagem (geralmente definido em termos do tempo necessário para atingir um teor médio de água da massa de grãos). Assim, quanto mais as curvas se deslocam para a esquerda, mais rápida é a taxa de secagem e menores os custos. A qualidade dos grãos sob secagem em altas temperaturas deve ser analisada.

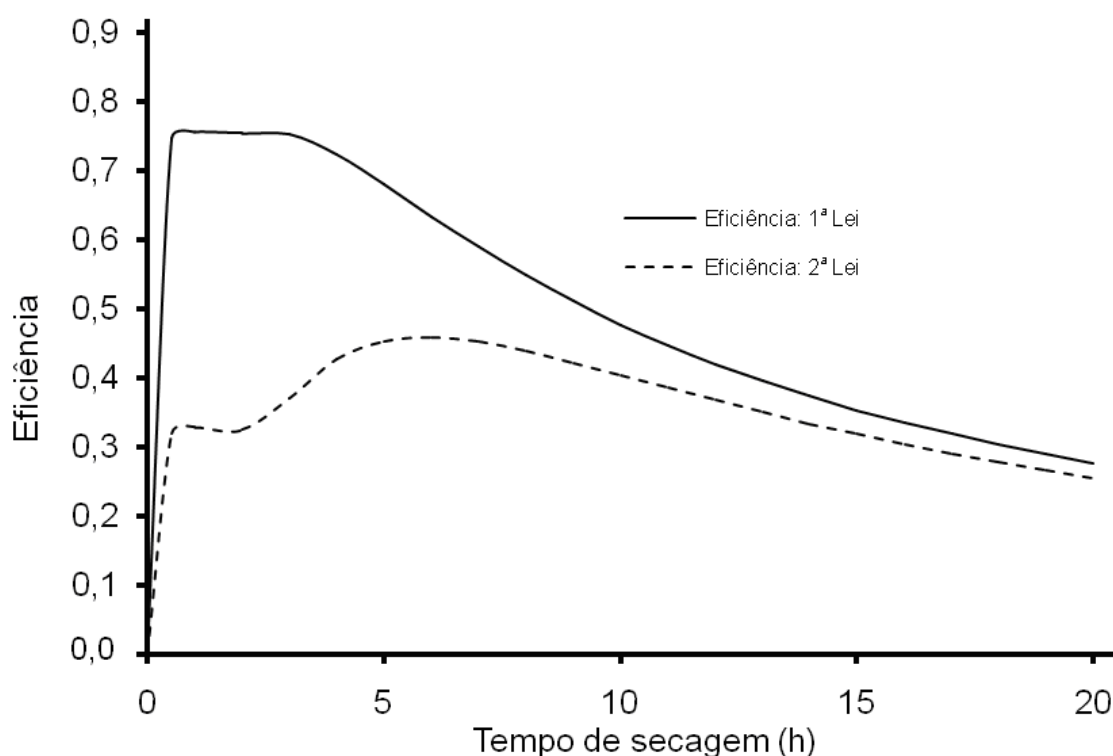


Figura 25. Eficiência energética (1ª lei) e exergética (2ª lei) para $M_0 = 0,33bs$, $T_S = 50^\circ C$, $V_a = 0,4 m/s$ e demais condições de referência (Quadro 2).

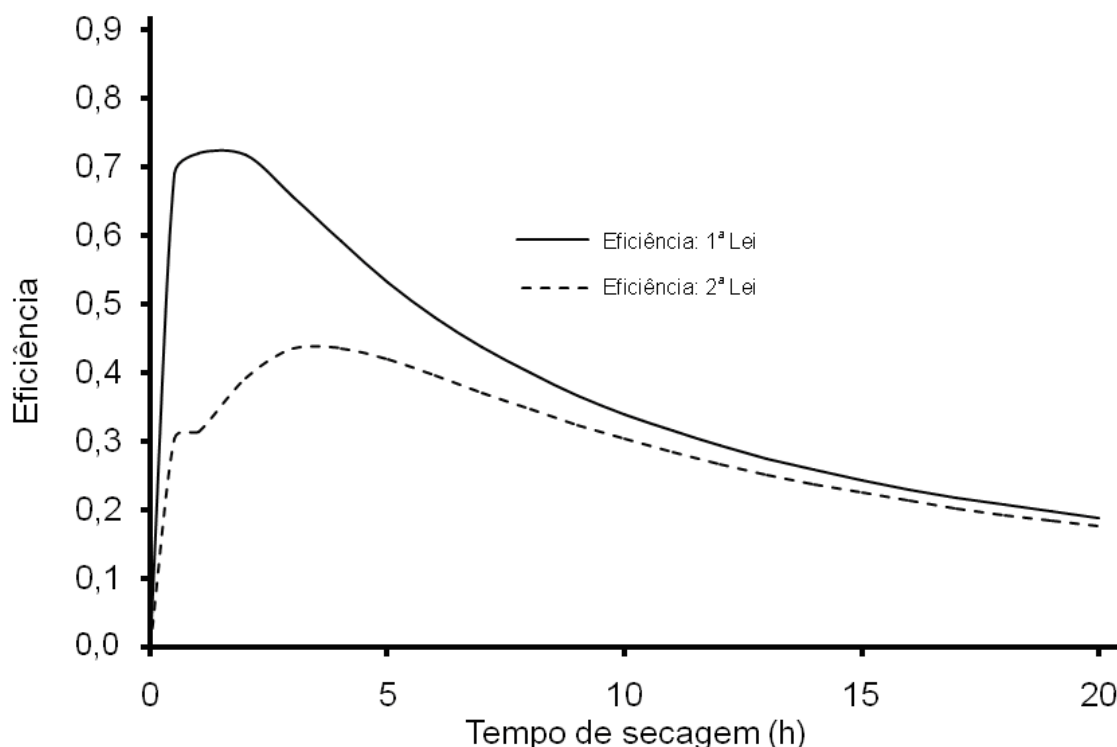


Figura 26. Eficiência energética (1ª lei) e exérgica (2ª lei) para $M_o = 0,33bs$, $T_s = 50^\circ C$, $V_a = 0,6 m/s$ e demais condições de referência (Quadro 2).

Finalmente, as Figuras 27 e 28 permitem analisar o efeito da temperatura do ar de secagem sobre as eficiências de primeira e de segunda lei. Os perfis de eficiências são parecidos, mas deve-se ressaltar que as eficiências de segunda lei tendem a crescer depois do período em que a temperatura da massa de grãos cresce, ou seja, o período em que as regiões de vapor saturado são eliminadas do secador. Interessantemente, as curvas não mostram uma tendência de se acomodarem em baixos tempos de secagem à medida que a temperatura de secagem cresce. As Figuras 17 e 18 mostram que a temperatura da última camada de grãos demora a se livrar do vapor saturado e que, conseqüentemente, o efeito sobre as eficiências é mais complexo.

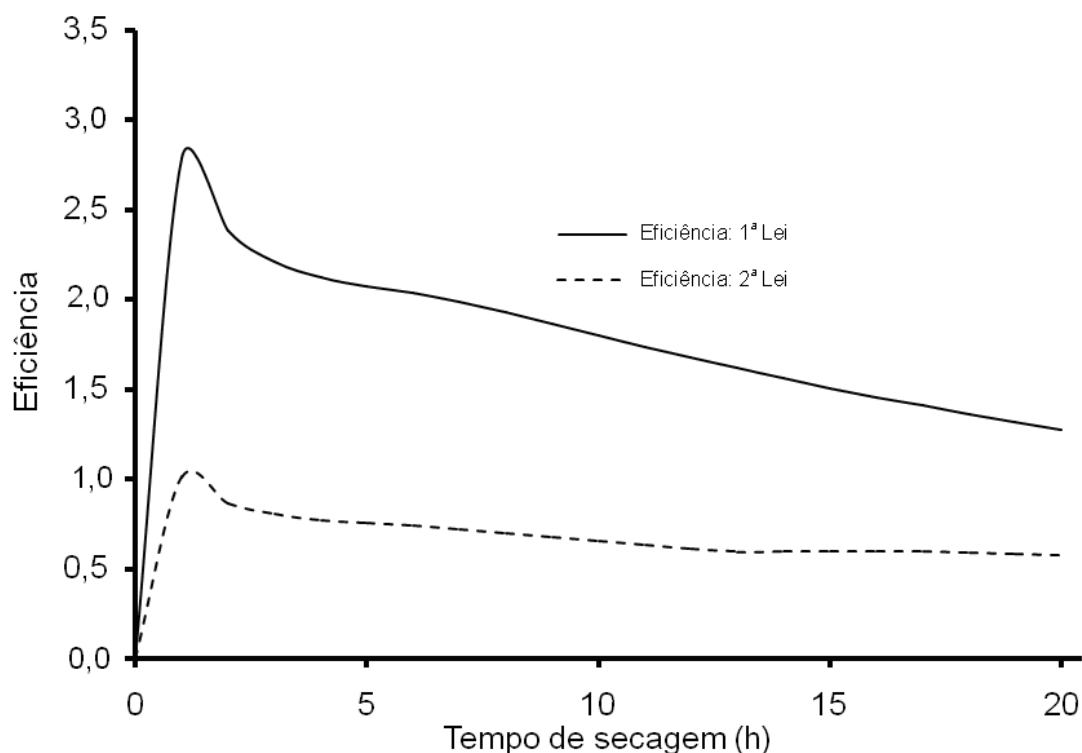


Figura 27. Eficiência energética (1ª lei) e exergética (2ª lei) para $M_o = 0,33bs$, $T_s = 30^\circ C$, $V_a = 0,2 m/s$ e demais condições de referência (Quadro 2).

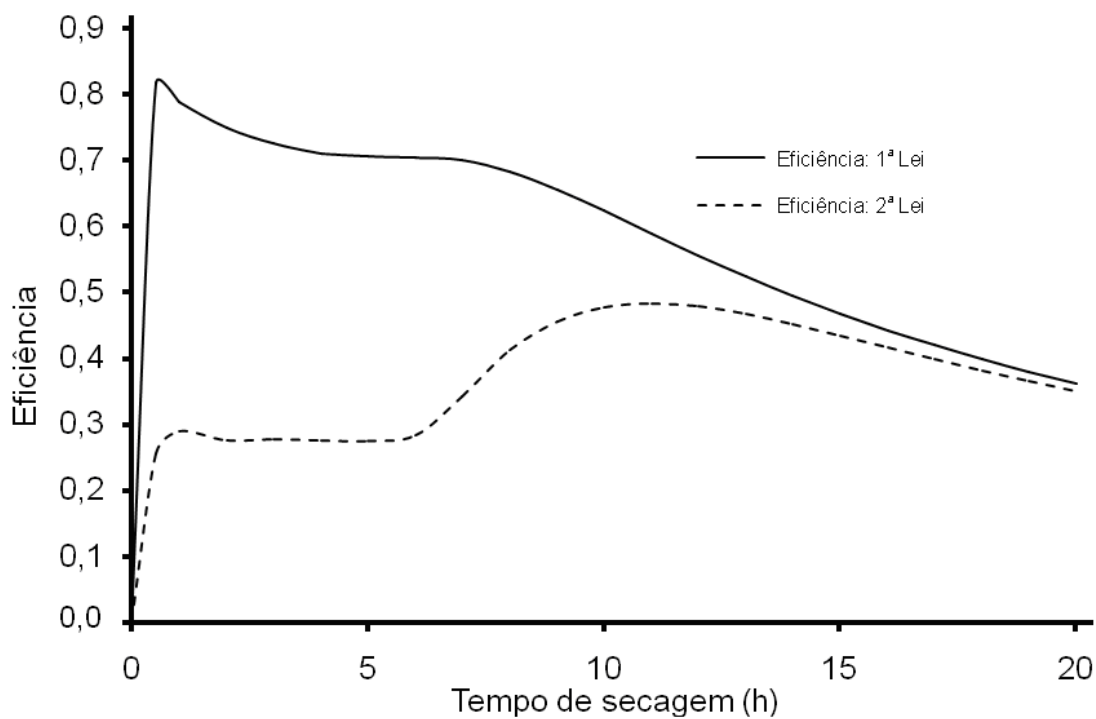


Figura 28. Eficiência energética (1ª lei) e exergética (2ª lei) para $M_o = 0,33bs$, $T_s = 70^\circ C$, $V_a = 0,2 m/s$ e demais condições de referência (Quadro 2).

6. CONCLUSÕES

As principais conclusões associadas a este trabalho são:

- (1) O modelo proposto pode ser usado para simular o comportamento de secadores de grãos em leito fixo. Os dados obtidos são muito próximos dos dados disponíveis em Brooker et al. (1974).
- (2) O método de funções de base radial permite soluções numéricas altamente precisas (acuradas) para problemas de advecção pura.
- (3) O processo de secagem de milho, para as condições estudadas, depende, fortemente, da velocidade do ar, que acelera de modo decisivo a taxa de secagem. Como era de se esperar, um aumento da temperatura de secagem e um decréscimo do teor de água inicial do leito reduzem o tempo de secagem.
- (4) As eficiências energéticas e exergéticas também se mostraram fortemente influenciadas pela velocidade e temperatura do ar de secagem. Os custos para aquecer e movimentar o ar de secagem devem ser levados em conta para a escolha da melhor estratégia a ser utilizada no processo.
- (5) O modelo requereu a suposição de que a razão de umidade máxima no interior do secador não ultrapassasse o valor de saturação.

Finalmente, destaca-se que não se procurou otimizar o processo de secagem, mas de apresentar uma análise que permita estudos de otimização.

Sugere-se que se inclua uma equação de reumedecimento do grão a ser aplicada nas regiões de alta razão de umidade no interior da massa de grãos.

7. REFERÊNCIAS

AKDENIZ, R. C.; KARAKUS, A. A.; BOYAR, S.; HEPBASLI, A. **Energy utilization in the Turkish feed industry: An application of a feed factory in Izmir, Turkey**. Proceedings of XXVI. HAS-ATC Research and Development Conference, January 15-16, Godollo, Hungary. 2002.

AKPINAR, E. K. **Energy and exergy analysis of drying of red pepper slices in a convective type dryer**. International Communication Heat Mass Transfer, vol. 31, No. 8, pp. 1165-1176, 2004.

AKPINAR, E. K.; MIDILLI, A.; BICER, Y. **The First and Second Law Analysis of Thermodynamics of Pumpkin Drying Process**. Journal of Food Engineering, vol. 72, pp. 320-331, 2006.

BAKKER-ARKEMA, F. W.; BROOK, R. C.; LEREW, L. E. **Cereal grain drying**. In: Advances of Cereal Science and Technology, ed. Y. Pomeranz, vol.2, 1-90. St Paul, MN: American Association of Cereal Chemists. 1978.

BEJAN, A. **Advanced engineering thermodynamics**. New York: Wiley. 1988.

BOZTOSUN, I.; CHARAFI, A. **An analysis of the linear advection–diffusion equation using mesh-free and mesh-dependent methods**. Engineering Analysis with Boundary Elements, v. 26, pp. 889–895, 2002.

BROOKER, D. B.; BAKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying and Storage of Grains and Oilseeds**. New York: The AVI Publishing Company. 1992.

CORZO, O.; BRACHO, N.; VÁSQUEZ, A.; PEREIRA, A. **Energy and exergy analyses of thin layer drying of coroba slices**. Journal of Food Engineering, 2007.

DEHGHAN, M; TATARI, M. **Determination of a control parameter in a one-dimensional parabolic equation using the method of radial basis functions**. Mathematical and Computer Modeling, v. 44, p.1160-1168, 2006.

DINCER, I.; AL-MUSLIM, H. **Energy and Exergy Efficiencies of Reheat Cycle Steam Power Plants**. Proceedings of ECOS'01, July 4-6, Istanbul, Turkey, p. 331-338, 2001.

DINCER, I.; SAHIN, A. Z. **A new model for thermodynamic analysis of a drying process**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 47, p 645–652, 2004.

FORTES, M.; FERREIRA, W. R. **Second law analysis of drying: - modeling and simulation of fluidized bed grain drying**. 14th International Drying Symposium (IDS), São Paulo, Brazil, 2004. CD-ROM, 8p.

FORTES, M.; OKOS, M. R. BARRETT, J.R. **Heat and mass transfer analysis of intra-kernel wheat drying and rewetting**. Journal of Agricultural Engineering Research, v. 26, p.109-125, 1981.

FRANÇA, A. S.; FORTES, M.; HAGHIGHI, K. **Numerical Simulation of Intermittent and Continuous deep-bed drying of Biological Materials.** Drying technology, v. 12, p. 1537-1560, 1994.

HARDY, R. **Multiquadratic Equations of Topography and Other Irregular Surfaces.** Journal of Geophysical Research, n. 76, p. 1905-1915. 1971.

HOFFMAN, J. D. **Numerical Methods for Engineers and Scientists.** New York. Mc Graw-Hill Inc., 1992.

INABA, H. **Heat and Mass Transfer Analysis of Fluidized Bed Grain Drying.** Memoirs of the Faculty of Engineering, Okayama University, V.41, P.52-62, 2007.

KANSA, E.J. **Multiquadrics-A scattered data approximation scheme with applications to computational fluid dynamics: I. Surface approximations and partial derivative estimates.** Comput. Math. Appl., n. 19, v. 6-8, p. 127-145 (1990).

KANSA, E. J; HON, Y. C. **Circumventing the Ill-Conditioning Problem with Multiquadric Radial Basis Functions: Applications to Elliptic Partial Differential Equations.** Computers and Mathematics with Applications, v.39, p.123-137, 2000.

KARAKUS, A. A.; BOYAR, S.; AKDENIZ, R. C.; HEPBASL, A. **An exergy analysis in a mixed feed industry: Evaluation of an extruder pellet line.** Proceedings of the EE&AE'2002 – International Scientific Conference, Rouse, Bulgaria, Cd-ROM or <http://octus.ru.acad.bg/baer/> An exergy analysis. pdf. 2002

KEEY, R.B. **Drying - Principles and Practice.** New York, Pergamon Press. 1972.

KOC, M. B.; BOZTOSUN, I.; BOZTOSUN, D. **On the Numerical Solution of Black-Scholes Equation.** In: International Workshop on Mesh Free Methods. 2003.

LI, J.; HON, Y. C; CHEN, C. S. **Numerical comparisons of two meshless methods using radial basis functions.** Engineering Analysis with Boundary Elements, v.26, p.205-225, 2002.

MORAN, M. J. **Availability analysis: A guide to efficient energy use.** New York: ASME Press. 1989.

MUJUMDAR, A. S. **An overview of innovation in industrial drying: current status and R&D needs.** Transport in Porous Media, vol. 66, p. 3-18, 2007.

ROSEN, M. A.; DINCER, I. **Exergy as the confluence of energy, environment and sustainable development.** Exergy, an International Journal, v.1, n.1, p. 3-13, 2001.

SARRA, S. C. **Adaptive radial basis function methods for time dependent partial differential equations.** Applied Numerical Mathematics, v.54, p.79-94, 2005.

STRUMILLO, C.; LOPEZ-CACICEDO, C. **Energy aspects in drying**. In: Handbook of Industrial Drying, ed. A.S. Mujundar, New York: Marcel Dekker. 1987.

SYAHRUL, S.; DINCER, I.; HAMDULLAHPUR, F. **Thermodynamic modeling of fluidized bed drying of moist particles**. International Journal of Thermal Sciences, v. 42, p.691-701, 2003.

SYAHRUL, S.; HAMDULLAHPUR, F.; DINCER, I. **Exergy analysis of fluidized bed drying of moist particles**. Exergy an International Journal, v. 2, p. 87-98, 2002.

SZARGUT, J., MORRIS, D. R., STEWARD, F. R. **Exergy analysis of thermal, chemical and metallurgical processes**. New York: Hemisphere. 1988.

THOMPSON, T. L; PERT, R. M.; FOSTER, G. H. **Mathematical simulation of corn drying: A new model**. Transactions of the ASAE, v.11, n.4, p.582-586, 1968.

TOPIC, R. **Mathematical model for exergy analysis of drying plants**. Drying Technology, v. 13, p. 437-445, 1995.

WALL, G. **Exergy - A Useful Concept within Resource Accounting**. Institutes of Theoretical Physics Report No. 77-42, Gotenbourg. 1977.

WARK, K. **Advanced Thermodynamics for Engineers**. New York: McGraw-Hill. 1995.

APÊNDICE 1

Expressões finais para H_+ e H_- .

Anexo I. Expressões finais para H_+ e H_- .

Equação de secagem:

$$\left| \begin{array}{l} \text{HH}_{i,j} \leftarrow \phi_{i,j} + \alpha \cdot \left[\frac{\phi_{i,j}}{3600 \left[A^2 + \left(\frac{1}{900} \right) B \cdot (\text{time} + \Delta t) \right]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ if HFLAG= "Hleft"} \\ \text{HH}_{i,j} \leftarrow \phi_{i,j} - \beta \cdot \left[\frac{\phi_{i,j}}{3600 \left[A^2 + \left(\frac{1}{900} \right) B \cdot \text{time} \right]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ otherwise} \end{array} \right.$$

Equação de continuidade para o vapor de água do ar

$$\left| \begin{array}{l} \text{HH}_{i,j} \leftarrow \phi_{i,j} + \alpha \cdot \frac{V_a}{\varepsilon} \cdot \frac{x_1 - x_j}{\phi_{i,j}} \text{ if HFLAG= "Hleft"} \\ \text{HH}_{i,j} \leftarrow \phi_{i,j} - \beta \cdot \frac{V_a}{\varepsilon} \cdot \frac{x_1 - x_j}{\phi_{i,j}} \text{ otherwise} \end{array} \right.$$

Equações de energia para o ar de secagem

$$\left| \begin{array}{l} \text{HH}_{i,j} \leftarrow \phi_{i,j} + \frac{\alpha}{\varepsilon} \cdot \left[\frac{h \cdot a \cdot (\phi_{i,j})}{\rho_a (TT_i) \cdot (ca + WW_i \cdot cv)} + V_a \cdot \frac{x_1 - x_j}{\phi_{i,j}} \right] \text{ if HFLAG= "Hleft"} \\ \text{HH}_{i,j} \leftarrow \phi_{i,j} - \frac{\beta}{\varepsilon} \cdot \left[\frac{h \cdot a \cdot (\phi_{i,j})}{\rho_a (TT_i) \cdot (ca + WW_i \cdot cv)} + V_a \cdot \frac{x_1 - x_j}{\phi_{i,j}} \right] \text{ otherwise} \end{array} \right.$$

Equação de energia para a massa de grãos

$$\left| \begin{array}{l} \text{HH}_{i,j} \leftarrow \left[\rho_s \cdot cp (MM_i) + \alpha \cdot \left[\frac{Me (WW_i, TT_i) - MM_i}{3600 \left[A^2 + \left(\frac{1}{900} \right) B \cdot (\text{time} + \Delta t) \right]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \phi_{i,j} \text{ if HFLAG= "Hleft"} \\ \text{HH}_{i,j} \leftarrow \left[\rho_s \cdot cp (MM_i) - \beta \cdot \left[\frac{Me (WW_i, TT_i) - MM_i}{3600 \left[A^2 + \left(\frac{1}{900} \right) B \cdot (\text{time} + \Delta t) \right]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \phi_{i,j} \text{ otherwise} \end{array} \right.$$

APÊNDICE 2

Algoritmo de implementação da técnica de Função de Base Radial para o sistema de equações de secagem.

Anexo II. Algoritmo de implementação da técnica de Função de Base Radial para o sistema de equações de secagem.

RBF - MQ - MÉTODO DE FUNÇÃO DE BASE RADIAL

FUNÇÕES PARA CÁLCULO DE PROPRIEDADES PSICROMÉTRICAS

$$pg(T) := (6.9680 \cdot 10^{-3} + 2.3114 \cdot 10^{-4} \cdot T + 2.9717 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 - 1.8802 \cdot 10^{-7} \cdot T^3 + 8.6524 \cdot 10^{-9} \cdot T^4) \cdot 100000$$

$$p_{v,rhh}(T) := rhh \cdot pg(T) \quad \text{Celsius e Pascal!}$$

$$w(rhh, TC) := 0.622 pg(TC) \cdot \frac{rhh}{P - rhh \cdot pg(TC)} \quad rh(w, T) := 500 \cdot w \cdot \frac{P}{pg(T) \cdot (500 \cdot w + 311)}$$

$$vl(T) := 1.0001 - 4 \cdot 10^{-5} \cdot T + 6 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 - 2 \cdot 10^{-8} \cdot T^3 \quad sl(T) := 0.01329T + 0.0294$$

$$hg(T) := (2501.841 + 1.81333T) \cdot 10^3 \quad hl(T) := (0.2255 + 4.182768T) \cdot 10^3$$

$$\rho_a(T, rhh) := \frac{(P - rhh \cdot pg(T))}{Ra \cdot (T + 273.15)} \quad \rho_a(25, 0) = \blacksquare \quad \rho_v(T, rhh) := \frac{rhh \cdot pg(T)}{Rv \cdot (T + 273.15)}$$

$$\rho_a(T) := \frac{P}{Ra \cdot (T + 273.15)} \quad \rho_a(25) = \blacksquare$$

$$hfg(T) := hg(T) - hl(T) \quad hfg(T) := (2501.6155 - 2.369438T) \cdot 10^3$$

Dados de entrada:

Valor máximo na direção x: $x_{max} := 0.609t$ Número de malhas: $N := 10$

Tempo final de simulação: $Timef := 720t$ Método de Integração: $\theta := 0.5$

Velocidade $Va := 0.0702t$ Porosidade do leito: $\varepsilon := 0.44$

$$Va := 0.2$$

$$\Delta x := \frac{x_{max}}{N} \quad \Delta x =$$

Passo de tempo: $\Delta t := \frac{\Delta x \cdot \varepsilon}{Va}$ $\Delta t =$

Nº de subdivisões do tempo: $nt := \text{trunc}\left(\frac{Timef}{\Delta t}\right)$ $nt =$ $c := \frac{1}{10}$

Tempo final real: $Timef := nt \cdot \Delta t$ $Timef =$ Courant := $\frac{Va \cdot \Delta t}{\varepsilon \cdot \Delta x} =$


```

final :=
  λ1 ← lsolve(φ,Minicial)
  λ2 ← lsolve(φ,Winicial)
  λ3 ← lsolve(φ,Tinicial)
  λ4 ← lsolve(φ,TGinicial)
  i ← 2
  aux ← 1
  niter ← 0
  while i ≤ (N·4) + 2
    Tprov1,i ← xaux
    Tprov1,i+1 ← xaux
    Tprov1,i+2 ← xaux
    Tprov1,i+3 ← xaux
    Tprov2,i ← Minicialaux
    Tprov2,i+1 ← Winicialaux
    Tprov2,i+2 ← Tinicialaux
    Tprov2,i+3 ← TGinicialaux
    MMaux ← Minicialaux
    WWaux ← Winicialaux
    TTaux ← Tinicialaux
    TTGaux ← TGinicialaux
    aux ← aux + 1
    i ← i + 4
  Tprov1,1 ← "Perfil"
  itime ← 3
  Tprovitime,1 ← 0
  time ← 0
  for it ∈ 3..nt + 2
    time ← time + Δt
    λ1 ← lsolve(φ,MM)
    C1 ← H1(time,Δt,"Hright")·λ1
    for i ∈ 1..N + 1
      WWi ← 
$$\frac{310689.0 \cdot \text{pg}(TT_i)}{(500000.0 \cdot P - 499500.0 \cdot \text{pg}(TT_i))^{1.0}}$$
 if  $500 \cdot WW_i \cdot \frac{P}{\text{pg}(TT_i) \cdot (500 \cdot WW_i + 311)} \geq 1$ 
      C1i ← C1i + 
$$\frac{\text{Me}(WW_i,TT_i) \cdot \Delta t}{3600 \left[ A^2 + \left( \frac{1}{900} \right) B \cdot (\text{time}) \right]^{\frac{1}{2}}}$$


```

on error $Me(WW_i, TT_i) > 1$

$Me(WW_i, TT_i)$
break

$\lambda_1 \leftarrow \text{lsolve}(H1(\text{time}, \Delta t, \text{"Hleft"}), C1)$

$MM \leftarrow \phi \cdot \lambda_1$

$\lambda_1 \leftarrow \text{lsolve}(\phi, WW)$

for $i \in 1..N + 1$

$$WW_i \leftarrow \frac{310689.0 \cdot pg(TT_i)}{(500000.0 \cdot P - 499500.0 \cdot pg(TT_i))^{1.0}} \text{ if } 500 \cdot WW_i \cdot \frac{P}{pg(TT_i) \cdot (500 \cdot WW_i + 311.)} \geq 1$$

$$C1_i \leftarrow \frac{-\rho s \cdot \Delta t}{\varepsilon \cdot \rho a(TT_i)} \cdot \frac{Me(WW_i, TT_i) - MM_i}{3600 \left[A^2 + \left(\frac{1}{900} \right) B \cdot (\text{time}) \right]^2} \cdot \frac{1}{2}$$

$C1 \leftarrow H2(\text{time}, \Delta t, \text{"Hright"}) \cdot \lambda_1 + C1$

$\lambda_1 \leftarrow \text{lsolve}(H2(\text{time}, \Delta t, \text{"Hleft"}), C1)$

$WW \leftarrow \phi \cdot \lambda_1$

$WW_1 \leftarrow WS$

for $i \in 1..N + 1$

$$WW_i \leftarrow \frac{310689.0 \cdot pg(TT_i)}{(500000.0 \cdot P - 499500.0 \cdot pg(TT_i))^{1.0}} \text{ if } 500 \cdot WW_i \cdot \frac{P}{pg(TT_i) \cdot (500 \cdot WW_i + 311.)} \geq 1$$

$$c \leftarrow \frac{1}{2}$$

$\lambda_1 \leftarrow \text{lsolve}(\phi, TT)$

for $i \in 1..N + 1$

$$C1_i \leftarrow \frac{\Delta t \cdot \frac{h}{\varepsilon} \cdot a \cdot TT_i}{\rho a(TT_i) \cdot (ca + WW_i \cdot cv)}$$

$C1 \leftarrow H3(\text{time}, \Delta t, \text{"Hright"}, TT, WW) \cdot \lambda_1 + C1$

$\lambda_1 \leftarrow \text{lsolve}(H3(\text{time}, \Delta t, \text{"Hleft"}, TT, WW), C1)$

$TT \leftarrow \phi \cdot \lambda_1$

$TT_1 \leftarrow TS$

$\lambda_1 \leftarrow \text{lsolve}(\phi, TTG)$

for $i \in 1..N + 1$

$$C1_i \leftarrow \Delta t \cdot \left[h \cdot a \cdot TT_i + \rho s \cdot (hfgp(MM_i, TT_i) + cv \cdot TT_i) \cdot \frac{Me(WW_i, TT_i) - MM_i}{3600 \left[A^2 + \left(\frac{1}{900} \right) B \cdot (\text{time}) \right]^2} \cdot \frac{1}{2} \right]$$

```

C1 ← H4(time, Δt, "Hright", TT, WW, MM) · λ1 + C1
λ1 ← Isolve(H4(time, Δt, "Hleft", TT, WW, MM), C1)
TTG ← φ · λ1
for i ∈ 1..N + 1
  TTG1 ← Re(TTG1)
  TTG1 ← TG if TTG1 ≤ TG
aux ← 1
j ← 2
if niter = 1
  Tprovitime,1 ← Tprovitime-1,1 + Interv · Δt if itime > 2
  while j ≤ (N · 4) + 2
    Tprovitime,j ← MMaux
    Tprovitime,j+1 ← WWaux
    Tprovitime,j+2 ← TTaux
    Tprovitime,j+3 ← TTGaux
    aux ← aux + 1
    j ← j + 4
  itime ← itime + 1
niter ← 0 if niter = Interv
niter ← niter + 1
Tprov

```