

FERNANDO DE SOUZA BASTOS

**ANÁLISE CONJUNTA DE FATORES BASEADA EM ESCOLHAS:
ESTIMAÇÃO E INFERÊNCIAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2010

FERNANDO DE SOUZA BASTOS

**ANÁLISE CONJUNTA DE FATORES BASEADAS EM ESCOLHAS:
ESTIMAÇÃO E INFERÊNCIAS**

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Viçosa, como
parte das exigências do Programa de
Pós-Graduação em Estatística Aplicada
e Biometria, para obtenção do título de
Magister Scientiae.

APROVADA: 23 de abril de 2010.

Prof. José Ivo Ribeiro Júnior
(Co-orientador)

Prof. Paulo Roberto Cecon
(Co-orientador)

Prof. Rodrigo Gava

Prof. Sidney Martins Caetano

Prof. Carlos Henrique Osório Silva
(Orientador)

Aos meus pais Adalberto de Aguiar Bastos e
Maria José de Souza Bastos.

Agradecimentos

- Agradeço primeiro à Deus, por sempre estar presente em minha vida e estar sempre me abençoando!
- Agradeço a minha mãe e a meu pai, pois nunca mediram esforços para ajudar a mim e a meu irmão, em especial a minha mãe, mesmo que a palavra “obrigado” signifique tanto, não expressará por inteiro o quanto você fez por mim, te amo muito.
- À minha família, agradeço todo o amor, carinho, compreensão e respeito. Em especial a minha tia Tereza, sem a sua força e sua dedicação não poderia chegar onde cheguei, do fundo do coração o meu muito obrigado!
- Ao Professor Carlos Henrique, meu orientador, por sua paciência, dedicação e amizade.
- Aos Professores José Ivo e Paulo Cecon, meus coorientadores, por dedicarem um tempo para me ajudar sempre que precisei, muito obrigado!
- A Lucy Tiemi Takahashi, pela amizade, força e carinho!
- A meus cumpadres, Bruno Benjamin e Diogo da Silva Machado, pela amizade e companheirismo!
- A minha namorada Elizete, por fazer parte da minha vida, por me escutar, me dar carinho, me aturar e estar sempre presente desde nosso primeiro baile.
- Ao meu irmão Renato Luiz, pelo companheirismo e amizade.
- À Viçosa, por ter sido a cidade que me acolheu em seu berço.

- Aos amigos da UFV e de Viçosa, que me “aturam” durante 7 anos, amigos da matemática e estatística, alunos e professores. Muitas das pessoas que passaram e passam pelo que eu passei e passo: ficar longe da família em busca de um ideal comum. Tenho muito a agradecer e a muitas pessoas. Não cito nomes para não ser injusto com pessoas que me auxiliaram até onde já cheguei...
- A todos que colaboraram direta ou indiretamente para a concretização deste sonho, o meu muito obrigado.

Sumário

Lista de Tabelas	viii
Resumo	x
Abstract	xii
Introdução	1
1 Histórico da Modelagem nos Estudos da Preferência do Consumidor	4
2 Análise Conjunta de Fatores (<i>Conjoint Analysis</i>)	8
2.1 Importância da Análise Conjunta de Fatores	9
2.2 Conceituação de Alguns Termos Técnicos	11
2.3 Etapas para Elaboração de uma Pesquisa	13
2.3.1 Exemplos de Utilização	16
2.4 Modelo para a Utilidade	17
2.4.1 Exemplo de Aplicação da ANCF.	20

2.4.2	Dificuldades na Implementação	28
3	Análise Conjunta de Fatores Baseada em Escolhas (<i>Choice Based Conjoint Analysis</i>)	30
3.1	Modelos de Escolha Discreta	30
3.2	Modelos Não-Ordenados de Escolha Múltipla	33
3.2.1	O Modelo Logit Multinomial	35
3.2.2	Razão de Escolhas	39
3.3	Função de Verossimilhança	40
3.3.1	Função de Máxima Verossimilhança pelo Algoritmo de Newton-Raphson	40
3.3.2	Exemplo de Aplicação da ANCFE e de como Estimar os Parâmetros da Função de Máxima Verossimilhança	43
4	Comparação entre os Resultados da ANCF e da ANCFE (Simulação)	52
5	Considerações Finais	60
	Referências Bibliográficas	62
	Apêndices	70
A		70

Comandos do SAS (versão 9.1) utilizados para gerar dados correspondentes as notas de aceitação ou de intenção de compra atribuídas por 200 consumidores para 8 alternativas de um produto hipotético (trata- mento)	70
B	75
Comandos do SAS (versão 9.1) utilizados para implementar o exemplo da ANCFE apresentado no capítulo 3	75
C	78
Comandos do MAPLE 12, versão de avaliação, utilizados para implementar o algoritmo de Newton-Raphson e determinar os valores dos betas no exemplo de aplicação da ANCFE.	78

Lista de Tabelas

2.1	Níveis do fator “Preço”, “Cor” e “Marca” utilizados no estudo por simulação de dados para a exemplificação da ANCF	20
2.2	Valores do componente determinístico associados aos oito tratamentos antes da simulação do erro aleatório	21
2.3	Notas atribuídas pelo consumidor 1 aos oito tratamentos	22
2.4	Estimativas dos coeficientes da preferência dos níveis dos fatores e importâncias relativas (%) dos fatores.	28
3.1	Níveis do fator “Franquia” e “Tipos de Cobertura” utilizados para a exemplificar a aplicação da ANCFE	44
4.1	Notas atribuídas aos oito tratamentos e respectivas escolhas, apresentados somente para os consumidores 1 e 2, do estudo por simulação para comparar os resultados obtidos com a ANCF e ANCFE.	53
4.2	Coefficientes da Preferência (CP) dos níveis dos fatores e Importâncias Relativas (IR) (%) dos fatores obtidos na análise agregada dos dados simulados.	54
4.3	Saída do SAS confirmando a convergência do modelo	55

4.4	Medidas referentes ao ajuste do modelo dadas pelo Log de verossimilhança, pelo Critério Bayesiano de Schwarz (SBC) e pelo Critério de Informação de Akaike (AIC).	55
4.5	Testes <i>Likelihood Ratio</i> , <i>Score</i> e <i>Wald</i> para testar a hipótese de nulidade $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$	56
4.6	Estimativas dos parâmetros e das razões de escolha de tratamentos que se obtém na mudança dos níveis de um fator mantendo os outros fixados.	56
4.7	Probabilidades estimadas e observadas (frequência de escolha), associadas às diversas alternativas dos tratamentos.	58

Resumo

BASTOS, Fernando de Souza M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, abril de 2010.
Análise conjunta de fatores baseada em escolhas: Estimação e inferências.
Orientador: Carlos Henrique Osório Silva. Coorientadores: Paulo Roberto Cecon,
José Ivo Ribeiro Júnior.

Qualquer empresa orientada para o mercado consumidor tem por objetivo oferecer um produto ou serviço, melhor do que seus concorrentes, para que o consumidor venha a preferí-lo e até mesmo pagar um preço maior por ele. Portanto é de interesse conhecer métodos de análise estatística que possam auxiliar nas pesquisas que visem estudar a preferência do consumidor. Uma das metodologias de maior difusão para a análise do mercado consumidor utilizada atualmente é a *conjoint analysis* traduzida como Análise Conjunta de Fatores (ANCF), conforme proposto por Minim et al. (2006). Apesar da literatura sobre a utilização desta metodologia em pesquisas de mercado ser extensa, ainda existem muitas oportunidades para o estudo de sua utilização, principalmente, relacionadas à análise per si, tais como a inclusão de interações entre fatores no modelo e testes de significância para as importâncias relativas dos fatores. Quando utilizada para avaliar muitos atributos ou atributos com muitos níveis, a ANCF na sua forma tradicional não é indicada. Uma

alternativa é apresentar todos os tratamentos ao consumidor e este escolhe o(s) de sua preferência ao invés de atribuir notas ou rank a todos, o que na prática é mais representativo do ambiente real de compra. Essa metodologia é denominada, *Choice Based Conjoint Analysis*, traduzida como Análise Conjunta de Fatores Baseada em Escolhas (ANCFE). Na presente dissertação descreve-se o modelo da ANCF e suas pressuposições, além de mostrar como é feito a estimação dos parâmetros do modelo, apresenta-se algumas das principais vantagens e desvantagens do modelo e um exemplo de aplicação. Descreve-se também detalhadamente o desenvolvimento do modelo da ANCFE, a estimação dos parâmetros por máxima verossimilhança, com exemplos de aplicação, além de apresentar um estudo por simulação de dados para ilustrar uma comparação entre as metodologias ANCF e ANCFE. Neste estudo foram simuladas notas de aceitação ou intenção de compra atribuídas por 200 consumidores para 8 alternativas de um produto hipotético. Na análise dos resultados da simulação é possível notar que em termos de interpretação as duas metodologias se complementam, dificultando a escolha de uma delas. Porém, a metodologia ANCFE tem a vantagem de ser mais próximo do ambiente real de compra.

Abstract

BASTOS, Fernando de Souza M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, april, 2010.
Choice based conjoint analysis: estimation e inference. Adviser: Carlos Henrique Osório Silva. Co-advisers: Paulo Roberto Cecon, José Ivo Ribeiro Júnior.

In order to achieve consumer preference and higher sell prices, enterprises nowadays must develop products and services that are better than those offered by the competitors. Better in the sense that they meet consumers desires or needs because they were developed from research work that evaluated consumer preferences. Conjoint analysis (CA) is a statistical methodology very useful in such studies. Although the literature on CA applied to marketing research is vast, there still exists plenty of topics for important research work such as inclusion of interaction among attributes (or factors) in the regression model and significance test for the relative importance of attributes estimated from CA. When there exists many important attributes, for example five or more, the usual CA should not be used because requires consumer to evaluate many alternatives of a product or service (treatments). An alternative is to use choice based conjoint analysis (CBCA) in which the set of treatments is presented and the consumer is required only to choose one or more of its preference, rather than to evaluate each one as in the usual CA. Hence, CBCA

even presents a more realistic scenario than *CA*. In this text we present a review on consumer preference studies, including its origins and examples of applications, a review on conjoint analysis (*CA*) with modelling details, interpretation of results and examples. We present in details this alternative to *CA* named choice based conjoint analysis (*CBCA*). Details of the model development and estimation by maximum likelihood are presented as well as an example of application, a simulation study to compare both techniques, *CA* and *CBCA*, involving preference rates given by 200 consumers to eight alternatives of an hypothetical product. From this simulation study we concluded that both techniques give important informations and should be considered complementary to each other rather than competitive ones. References and appendix with *SAS* and *Maple* programs complement are text.

Introdução

O mundo está se transformando muito rapidamente e aproximando pessoas e mercados, com isso, surgem novas oportunidades a partir da mudança de vida das pessoas, o consumidor, neste contexto, torna-se cada vez mais exigente. Logo, como todo empreendimento tem como objetivo final a aceitação e a satisfação de um consumidor, as empresas para competirem com sucesso, devem entender e estar cada vez mais próximas dos clientes, ou seja, é de fundamental importância que a empresa conheça e compreenda o seu consumidor e o comportamento dele.

Nesse contexto, para lançar um novo produto, melhorar um já existente, descobrir e testar novos mercados, saber como um produto já existente está posicionado num mercado-alvo e qual o impacto da mudança de uma ou mais características, as empresas necessitam da mensuração da estrutura de preferência do consumidor. Uma das metodologias mais empregadas atualmente para mensurar essa estrutura é a análise conjunta de fatores (ANCF) outra metodologia que pode ser empregada, porém é pouco conhecida no Brasil é a Análise Conjunta de Fatores Baseada em Escolhas (ANCFE) a qual vamos apresentar nesta dissertação.

Objetivos

- Fazer uma revisão bibliográfica sobre a estrutura de preferências do consumidor;
- Mostrar detalhadamente como é feito uma análise com a ANCF;
- Mostrar em detalhes como foi desenvolvido o modelo estatístico empregado na

ANCFE;

- Mostrar como o modelo da ANCFE pode ser ajustado pelo algoritmo de Newton-Raphson;
- Desenvolver um exemplo por simulação de dados, para realizar ambas as análises, ANCF e ANCFE, de modo que se possa comparar os resultados obtidos (inferências estatísticas) a partir das duas metodologias.

Estrutura do Trabalho

No Capítulo I é apresentado um histórico dos estudos da preferência do consumidor, suas origens, aplicações, exemplos de utilização e as dificuldades de implementação.

O Capítulo II aborda o problema da mensuração da estrutura de preferências do consumidor utilizando a Análise Conjunta de Fatores (ANCF). Descrevem-se o modelo da ANCF e suas pressuposições, além de mostrar como é feito a estimação dos parâmetros do modelo, apresenta-se algumas das principais vantagens e desvantagens do modelo e um exemplo de aplicação.

O Capítulo III aborda a mensuração da estrutura de preferências do consumidor utilizando a Análise Conjunta de Fatores Baseada em Escolhas (ANCFE). Descreve-se detalhadamente o desenvolvimento do modelo da ANCFE, a estimação dos parâmetros por máxima verossimilhança, com exemplos de aplicação.

O Capítulo IV apresenta um estudo por simulação de dados para ilustrar uma comparação entre as metodologias ANCF e ANCFE. Neste estudo foram simuladas notas de aceitação ou intenção de compra atribuídas por 200 consumidores para 8 alternativas de um produto hipotético.

Para finalizar, o capítulo V apresenta um resumo onde são ressaltadas as principais contribuições e limitações da tese, juntamente com recomendações para futuros

trabalhos. Uma seção de referências bibliográficas e de apêndices com programas SAS e Maple complementa o texto.

Capítulo 1

Histórico da Modelagem nos Estudos da Preferência do Consumidor

A estrutura de preferências do consumidor pode ser entendida como as atividades diretamente relacionadas a o comportamento de escolha, decisão de compra e de consumo de bens e/ou serviços, incluindo os processos de decisão que antecedem e sucedem estas ações. Definir os fatores que influenciam esta estrutura e mensurá-los corretamente é uma necessidade vital não apenas para as empresas, mas para toda a organização que se assuma como orientada para o mercado.

Segundo Da Silva (2004) as origens das técnicas hoje utilizadas para o estudo e análise das preferências e escolha dos consumidores surgiram na primeira metade do século passado e têm origem nos modelos probabilísticos utilizados em experiências biológicas de escolha binária.

A primeira aplicação na área econômica, foi denominada *Conjoint Measurement* (Lucey e Tukey, 1964), sendo os autores, respectivamente, um psicólogo matemático e um estatístico. Após a publicação deste trabalho houve uma grande evolução das técnicas, principalmente, com o estudo de pesquisadores da área de marketing, os

quais estavam interessados em modelos e técnicas que enfatizassem a transformação de respostas subjetivas aos estímulos objetivos em parâmetros estimados. As formas funcionais propostas pela teoria de *Conjoint Measurement* forneceram a base teórica para relacionar a utilidade do produto aos valores dos fatores do produto e, adotou-se o nome de *Conjoint Analysis* para ressaltar esta distinção.

Atualmente, o termo *conjoint analysis* traduzido como Análise Conjunta de Fatores (ANCF), conforme proposto por Minim et al.(2006) é muitas vezes confundido com o de Preferência Declarada (PD), mas na verdade é um dos métodos que fazem parte das técnicas empregadas na PD (Brito, 2007).

A técnica de PD refere-se a uma família de técnicas, que utiliza declarações de indivíduos sobre suas preferências, dentro de um conjunto de alternativas hipotéticas, objetivando definir funções utilidade e estimar os parâmetros destas funções (Kroes e Sheldon, 1988). Foi originada na década de 70 na área de Marketing, na busca de soluções para os problemas comumente encontrados nas pesquisas de Preferência Revelada (PR). A PR segundo Dutra et al.(2002), são técnicas baseadas em escolhas reais dos indivíduos para análise de preferência e previsão de comportamento. Lobo (2003) afirma que, para alguns tipos de análises, como mudanças e implantações de novos serviços oferecidos, a PR é uma técnica pouco eficaz. Portanto, as técnicas de PD são uma alternativa para suprir as deficiências apresentadas pela PR.

Desde o primeiro artigo sobre a aplicação da metodologia conjunta ao estudo da conduta do consumidor, os métodos baseados em PD têm se tornado a metodologia mais amplamente aplicada para medir e analisar preferências do consumidor. Abaixo cita-se alguns trabalhos que utilizaram a PD.

- Kocur et al; Guide to Forecasting Travel Demand with Direct Utility Assessment, 1982.
- Kroes e Sheldon; Stated Preference Methods: An Introduction, 1988.
- Permain et al; Stated Preference Techniques: A Guide to Practice, 1991.
- Hensher; Stated Preference Analysis of Travel Choice: The State of Practice,

1994.

- Souza; Delineamento Experimental em Ensaios Fatoriais Utilizados em Preferência Declarada, 1999.
- Louviere et al; Stated Choice Methods: Analysis and Application, 2000.
- Train; Discrete Choice Methods with Simulation, 2003.

No ano de 1990, Green e Srinivasan propuseram uma taxonomia das diferentes abordagens de PD:

- **Abordagem Composicional:** Modelos Auto-explicativos;
- **Abordagem Decomposicional:** Modelos Conjuntos (Preferências ou Escolhas);
- **Abordagem Composicional – Decomposicional:** Modelos Híbridos.

Na abordagem composicional, o consumidor avalia os níveis de cada fator em forma sequencial e isolada dos outros fatores. Partindo-se das avaliações em separado dos fatores e seus níveis, deseja-se conhecer a preferência global por um tratamento (produto/ serviço/ conceito).

A abordagem decomposicional objetiva estimar a importância de cada fator (utilidades dos níveis dos fatores) a partir da avaliação do efeito conjunto do tratamento. Desta forma, mediante a avaliação de combinações de níveis, quer-se conhecer a contribuição de cada fator na formação da preferência do consumidor.

A abordagem híbrida, formada pela união dos modelos de preferência composicionais e decomposicionais, envolve duas tarefas: uma que submete o entrevistado à avaliação de fatores independentemente dos outros e outra, posterior, onde este desenvolve um exercício conjunto (Córdova, 2002).

Na abordagem decomposicional, dois métodos principais têm sido sugeridos: uma abordagem baseada em preferências, a qual requer que o entrevistado classifique

cada alternativa numa escala métrica (rating) e outra, baseada em escolha, em que o entrevistado escolhe uma entre diferentes alternativas. Ambos os métodos operacionalizam a mensuração das preferências a partir do princípio comportamental denominado “maximização da utilidade” (Ben-Akiva e Lerman, 1985).

A análise conjunta de fatores (*conjoint analysis*)(ANCF) é um exemplo de modelagem empregada na abordagem baseada em preferências; e a análise conjunta de fatores baseada em escolhas (*Choice Based Conjoint Analysis*)(ANCFE) na modelagem baseada em escolha.

Existe, no Brasil, uma grande quantidade de trabalhos que utilizam a ANCF, como será visto no próximo capítulo. Entretanto, poucos trabalhos abordam a ANCFE.

Capítulo 2

Análise Conjunta de Fatores (*Conjoint Analysis*)

A *Conjoint Analysis*, a qual se traduz como Análise Conjunta de Fatores (ANCF), é uma metodologia que permite interpretar preferências com base em modelos ajustados aos dados obtidos em estudos planejados para este propósito. Deseja-se, em geral, estimar a importância de fatores pré-estabelecidos na formação da preferência do consumidor por diferentes versões de um produto, serviço ou situação hipotética.

De acordo com Green e Rao (1971), esta é uma técnica utilizada para estudar o efeito conjunto de duas ou mais variáveis independentes sobre a ordenação de uma variável dependente. O objetivo é estudar a influência que cada variável independente exerce na variável dependente.

Para Hair Junior (1998), a ANCF é uma técnica que baseia-se na premissa de que os consumidores avaliam o valor ou a utilidade de um produto ou serviço por meio da combinação do valor ou utilidade de cada fator que o compõe.

De acordo com Siqueira (2000), a análise conjunta de fatores é um método estatístico utilizado para analisar dados primários obtidos por experimentação e é um método que auxilia na compreensão da preferência dos consumidores por produtos ou serviços que possuam os mesmos fatores.

Kotler (2000) define a ANCF como uma técnica estatística por meio da qual as preferências por diferentes produtos são decompostas, para determinar o valor e a importância relativa atribuída, pelos mesmos, a cada fator do produto.

Pode-se entender então que, a hipótese fundamental da ANCF quando aplicada às pesquisas de mercado, é que a avaliação de diferentes alternativas é baseada em valores subjetivos métricos de utilidade alocados a cada nível dos fatores que se combinam para formar a alternativa. O conceito de utilidade é oriundo da Teoria do Consumidor* e representa o benefício ou a satisfação percebida por um consumidor (Varian, 1999). Atualmente esse conceito é muito empregado nos estudos de preferência declarada.

2.1 Importância da Análise Conjunta de Fatores

Desde o surgimento das primeiras contribuições às teorias sobre as quais a análise conjunta se sustenta até as formas mais modernas do método, grande evolução tem ocorrido no sentido de aumentar a confiabilidade e o poder de predição do método sobre a preferência dos consumidores na hora da aquisição de um novo produto. Alguns trabalhos apresentam revisões detalhadas dos desenvolvimentos relacionados aos tópicos envolvidos com o método de análise conjunta como, por exemplo: Green e Srinivasan (1990), Wittink et al. (1994) e Carroll e Green (1995).

O fato desta metodologia possuir a capacidade de responder a uma gama de questões de marketing, faz com que esta teoria continue a ser estudada e gere uma quantidade crescente de aplicações práticas. Gerentes de marketing se defrontam

*A Teoria do consumidor, ou Teoria da escolha, é uma teoria microeconômica, que busca descrever como os consumidores tomam decisões. De acordo com esta teoria os fatores que influenciam as escolhas dos consumidores estão basicamente ligados a sua restrição orçamentária, suas escolhas e a suas preferências.

com inúmeras dificuldades quando avaliam lucros futuros, vendas e participação de mercado para novos produtos ou para modificações de produtos existentes ou para diferentes estratégias de marketing. Esta técnica pode auxiliar no prognóstico de muitas questões, tais como:

- A lucratividade e/ou a participação de mercado para um novo produto dada a oferta atual dos concorrentes. Deve o novo produto ser introduzido? Em caso positivo, qual a configuração ótima para este?
- O impacto de novos produtos dos concorrentes sobre o lucro ou a participação de mercado se a empresa não efetuar mudanças na sua posição competitiva. Quais as possíveis reações competitivas? Deve-se modificar o preço ou outro fator dos produtos da empresa em resposta à competição?
- Deslocamentos de consumidores ou dos produtos atuais da empresa para novos produtos oferecidos por esta ou de produtos dos concorrentes para o novo produto da empresa.
- Resposta aos itens anteriores de forma diferenciada, em termos de segmentos de mercado.
- Reações competitivas às estratégias da empresa de introdução de novos produtos.
- Respostas dos segmentos perante planos alternativos de marketing.

Para um melhor entendimento da terminologia empregada em estudos que utilizam a ANCF, a conceituação de alguns termos técnicos é apresentada a seguir.

2.2 Conceituação de Alguns Termos Técnicos

- **Consumidor, Respondente ou Julgador** - Correspondem às pessoas que participam da avaliação dos tratamentos, respondem questionários, etc. Em geral, trata-se de uma amostra aleatória de consumidores.
- **Fator ou Atributo** - Os fatores ou atributos são características, que compõem o tratamento (produto ou serviço), objeto de estudo da análise conjunta. Também são denominados fatores controláveis, variáveis independentes ou atributos e, geralmente, são representados por letras maiúsculas.
- **Nível de fator** - São desmembramentos ou alternativas dos fatores que servem para qualificá-los ou quantificá-los.
- **Tratamentos** - Os tratamentos são as combinações de níveis de fatores que serão apresentadas aos consumidores.
- **Estímulos** - É o conjunto de tratamentos aos quais o consumidor é apresentado para avaliar, julgar, atribuir uma nota, responder perguntas a respeito e etc. Pode ser uma instrução, um questionário, um objeto real a ser pesquisado.
- **Ortogonalidade** - É uma restrição matemática que exige que os efeitos dos fatores sejam estimados de forma independente uns dos outros. Dessa forma, o cálculo de um efeito não é alterado por variações dos outros efeitos.
- **Método do perfil completo ou fatorial completo** (*full-profile*) - Método de formação dos tratamentos, que consiste na completa descrição do tratamento pela combinação de um nível de cada fator.
- **Planejamento fatorial fracionado** - Planejamentos empregados para reduzir o número de tratamentos a serem avaliados com a abordagem do perfil completo.

- **Análise conjunta tradicional** - Metodologia que emprega os princípios “clássicos” de análise conjunta, usando um modelo aditivo de preferência do consumidor.
- **Utilidade parcial** - É a estimativa de análise conjunta para as preferências ou utilidades associadas a cada nível dos fatores. Conhecida também como coeficiente da preferência (CP) do modelo da ANCF tradicional.
- **Efeitos principais** - São os efeitos que cada fator tem individualmente sobre a preferência dos consumidores.
- **Utilidade total** - Se refere ao valor atribuído pelo consumidor ao tratamento. Em análise conjunta é assumido que a utilidade é formada pela combinação das utilidades parciais de um específico conjunto de níveis de fatores (tratamento).
- **Modelo de composição** - Classe de modelos multivariados que relaciona as variáveis dependentes e independentes. É o modelo estatístico adotado na ANCF. Pode ou não incluir interações entre os fatores. A escolha do modelo para a ANCF depende dos objetivos e restrições do estudo. Para a estimação dos parâmetros do modelo existem muitas alternativas (Artes, 1991).

2.3 Etapas para Elaboração de uma Pesquisa

Para conduzir uma pesquisa utilizando a análise conjunta, Della Lucia (2008) aconselha seguir os seguintes passos: seleção de fatores, determinação dos níveis do fator, escolha do modelo para a análise, seleção do método de coleta de dados, definição do arranjo de tratamentos e da forma de apresentação, avaliação dos tratamentos, análise dos dados e a interpretação dos resultados, como descritos a seguir:

1. **Seleção dos fatores** - Esse passo exige conhecimento técnico do produto, pois todos os fatores do produto que possam afetar o processo de decisão dos consumidores devem ser identificados. Nesta etapa, pode-se realizar um questionário aberto com um pequeno número de consumidores para identificar os fatores relevantes. Os pesquisadores podem incluir ainda fatores que eles julgam importantes pelo histórico de reclamações ou por contatos prévios com os consumidores.
2. **Determinar os níveis de cada fator** - Os níveis dos fatores devem ser significativos, informativos e realistas. Devem capturar a forma como os indivíduos responsáveis pela decisão de compra pensam. A escolha dos níveis de fatores adequados influenciam diretamente na validade do julgamento de preferência dos consumidores.
3. **Escolha do modelo para a análise** - O modelo define a forma de combinação entre os fatores para que os mesmos expliquem a preferência do consumidor. O mais comum é o modelo aditivo ou de efeitos principais, em que as contribuições dos fatores são somadas para gerar a preferência global pelo tratamento.
4. **Seleção do método de coleta de dados** - Os principais procedimentos de coleta de dados na ANCF são os métodos *trade-off* e o de perfil com-

pleto definido na página anterior. No método *trade-off*, os tratamentos são apresentados aos consumidores, de modo que os fatores em avaliação sejam comparados dois a dois por vez. Os consumidores deverão ordenar todos os tratamentos em termos de sua preferência. Nesse método, o número de fatores não deve ser muito grande, devido a uma possível sobrecarga de informação para os consumidores.

5. **Planejamento experimental:** Definição do arranjo de tratamentos e da forma de apresentação - O delineamento do experimento inclui a definição da ordem de apresentação dos tratamentos e do número de consumidores. A escolha do delineamento é precedida pela definição dos tratamentos, originados pela combinação de níveis de fatores por meio de um arranjo fatorial. Quando o número de fatores e níveis é pequeno, pode-se adotar um fatorial completo no experimento. Contudo, ao se aumentar o número de fatores e níveis, poderá ocorrer um grande aumento no número de tratamentos, o que leva à fadiga do consumidor, tornando inviável a utilização do fatorial completo, dando lugar ao uso de fatoriais fracionados.
6. **Avaliação dos tratamentos** - Os tratamentos são avaliados pelos consumidores de maneira global quanto à intenção de compra, aceitação ou preferência.
7. **Análise dos dados** - Os dados da avaliação dos consumidores podem ser submetidos à análise individual, agregada ou por segmentos.
 - (a) **Análise individual** - Os CP's e as IR's são estimadas para cada consumidor, ou seja, para cada consumidor é definida uma função para prever sua preferência.
 - (b) **Análise agregada** - Um único modelo é ajustado para todos os consumidores.
 - (c) **Análise por segmentos** - Inicialmente, estimam-se os CP's individuais dos participantes; posteriormente, agrupam-se os consumidores que apresentaram comportamento semelhante, com base nestes valores de CP's. Em seguida, realiza-se a análise agregada, sendo estimados os CP's para

cada nível de cada fator em um mesmo segmento ou grupo. Alternativamente, podem-se agrupar os consumidores com base em questionários demográficos (sexo, renda, profissão etc.) e analisar cada grupo. A segunda alternativa permite identificar grupos de interesse primeiro e depois proceder à análise agregada para cada grupo.

8. **Interpretação dos resultados** - Os resultados são avaliados em termos da contribuição de cada nível de cada fator (representada pelos valores de CP's) e quanto à importância relativa dos fatores na intenção de compra ou preferência dos consumidores.

2.3.1 Exemplos de Utilização

Há inúmeros estudos que se valeram da ANCF. Abaixo são apresentados alguns trabalhos brasileiros atuais:

Dantas (2001) utilizou a ANCF para avaliar o impacto de fatores da embalagem de couve minimamente processada. A informação, o tipo de produção, a cor do rótulo e o preço foram fatores que afetaram significativamente a intenção de compra de tal produto, enquanto a visibilidade fornecida pela embalagem não proporcionou alterações no julgamento.

Carneiro (2002) utilizou a ANCF para estudar o impacto da embalagem de óleo de soja na intenção de compra, com a avaliação dos fatores marca, preço, informação nutricional e sobre o tipo de soja. Quatro grupos de consumidores foram identificados; para os grupos 1 e 2, a informação sobre o tipo de soja e o preço foram fatores importantes, respectivamente; para o grupo 3, os quatro fatores tiveram a mesma importância e, para o grupo 4, o preço foi o mais importante.

Abadio (2003) utilizou a técnica para avaliar o efeito de diferentes fatores de informação da embalagem de suco de abacaxi na intenção de compra do consumidor. Foram avaliados cinco fatores: (1) Marca (três níveis) que apresentou $\widehat{IR} = 24\%$, (2) Definição do Produto (dois níveis) com $\widehat{IR} = 1,4\%$, (3) Informação sobre tecnologia (três níveis) com $\widehat{IR} = 10,6\%$, (4) Tipo de produção (dois níveis) com $\widehat{IR} = 9,5\%$ e (5) Preço (dois níveis) com $\widehat{IR} = 25,9\%$. Neste estudo também foi aplicado o teste t para inferir quanto às diferenças significativas entre os coeficientes de preferência.

Castro (2006) aplicou a ANCF na Indústria Hoteleira para avaliar os pacotes de serviços preferidos pelos clientes de um hotel na cidade de São Paulo. Foram avaliados cinco fatores: (1) Equipamentos (com três níveis) que resultou em uma $\widehat{IR} = 27,60\%$, (2) Apartamentos (com três níveis) com $\widehat{IR} = 32,39\%$, (3) Serviços de quarto (com três níveis) e $\widehat{IR} = 17,15\%$, (4) Café da Manhã (dois níveis) e \widehat{IR}

= 12,77% e (5) Conforto do Banheiro (dois níveis) com $\widehat{IR} = 10,19\%$.

Della Lucia (2008) aplicou a ANCF na avaliação da intenção de compra e da escolha do iogurte light sabor morango. Ela estimou a \widehat{IR} de três fatores, todos com dois níveis cada um e obteve os seguintes resultados: (1) Informação sobre o conteúdo de açúcar, $\widehat{IR} = 60,2\%$, (2) Informação sobre o conteúdo de gordura, $\widehat{IR} = 10,6\%$ e (3) Informação sobre o conteúdo de proteína, $\widehat{IR} = 29,2\%$.

2.4 Modelo para a Utilidade

Considere um experimento com r fatores, cada um com m_r níveis. Assim, é possível definir $J = \prod_{s=1}^r m_s$ tratamentos distintos. Seja U_{nj} a utilidade do j -ésimo tratamento para o n -ésimo consumidor. Considere o seguinte modelo de efeitos aditivos entre os fatores (sem interações entre eles),

$$U_{nj} = \beta_0 + \sum_{s=1}^r \sum_{i=1}^{m_r} X_{si}^j \beta_{si} + \varepsilon_{nj}, \quad (2.1)$$

em que,

1. $\beta_0 + \sum_{s=1}^r \sum_{i=1}^{m_r} X_{si}^j \beta_{si}$ é o componente determinístico, obtido pela combinação de um vetor de incidências, $1 \times (1 + \sum_{s=1}^r m_r)$, que define quais níveis dos fatores compõem o tratamento e, um vetor $(1 + \sum_{s=1}^r m_r) \times 1$, não observável de utilidades parciais,

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_{11}, \dots, \beta_{1m_1}, \beta_{21}, \dots, \beta_{2m_2}, \dots, \beta_{r1}, \dots, \beta_{rm_r})'$$

$X_{si}^j = 1$ quando o i -ésimo nível do s -ésimo fator está presente no j -ésimo

tratamento e $X_{si}^j = 0$ caso contrário. β_0 é o intercepto[†] ou constante do modelo e corresponde à nota média de todos os tratamentos, β_{si} é o coeficiente de preferência (CP) associado ao i -ésimo nível do s -ésimo fator (denominados *part-worths*) para $s = 1, 2, \dots, r$ fatores cada um com m_s níveis.

2. e ε_{nj} é o erro aleatório, não observável que inclui o efeito de todas as outras variáveis não contempladas pelo modelo tais como, diferenças de preferências entre os indivíduos, erros de medição na execução do experimento e/ou na coleta e digitação dos dados, dentre outras.

Considerando-se um estudo com $n = 1, 2, 3, \dots, N$, consumidores, onde cada um avalia todos os $j = 1, 2, 3, \dots, J$, tratamentos, ou, $J^* < J$ tratamentos convenientemente selecionados (fatorial fracionado); defini-se o vetor

$$\mathbf{Y} = (U_{11} \dots U_{1J} \quad U_{21} \dots U_{2J} \quad \dots \quad U_{N1} \dots U_{NJ})'$$

e a matriz

$$\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1 \quad \mathbf{X}_2 \quad \dots \quad \mathbf{X}_N)',$$

onde,

[†]Pode-se trabalhar com as utilidades centradas na média. Neste caso, na análise dos dados por consumidor (análise individual) $U_{nj} = Y_{nj} - \bar{Y}_n$ e, na análise dos dados de todos os consumidores (análise agregada) $U_{nj} = Y_{nj} - \bar{Y}$ ou seja, Y_{nj} é a nota do consumidor, \bar{Y}_n é a média do consumidor e \bar{Y} é a média geral. Ao centrar o valor das notas, o objetivo é tornar o intercepto do modelo ou constante do modelo de regressão (β_0) igual a zero.

$$\mathbf{X}_n = \begin{bmatrix} 1 & X_{11}^1 & X_{12}^1 & \cdots & X_{1m_1}^1 & \cdots & X_{r1}^1 & X_{r2}^1 & \cdots & X_{rm_r}^1 \\ 1 & X_{11}^2 & X_{12}^2 & \cdots & X_{1m_1}^2 & \cdots & X_{r1}^2 & X_{r2}^2 & \cdots & X_{rm_r}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{11}^J & X_{12}^J & \cdots & X_{1m_1}^J & \cdots & X_{r1}^J & X_{r2}^J & \cdots & X_{rm_r}^J \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

é a mesma matriz para $n = 1, 2, \dots, N$ e,

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_{11}, \dots, \beta_{1m_1}, \beta_{21}, \dots, \beta_{2m_2}, \dots, \beta_{r1}, \dots, \beta_{rm_r})'$$

de onde obtém-se o sistema,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}.$$

O objetivo da ANCF é estimar o vetor $\boldsymbol{\beta}$ e há diversas metodologias disponíveis (Artes, 1991). Uma alternativa é pelo método dos mínimos quadrados ordinários, o que requer a solução do sistema de equações normais $\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$. Na ANCF, para facilitar a interpretação das estimativas $\hat{\beta}_{si}$ impõe-se as restrições $\sum_{i=1}^{m_i} \beta_{si} = 0$, para todo fator s . Estas restrições completam o posto da matriz \mathbf{X} , de modo que o sistema de equações normais passa a ter solução única e, adicionalmente, permitam interpretações importantes para as estimativas dos $\hat{\beta}_{si}$.

- $\hat{\beta}_{si} < 0$ significam efeito desfavorável, ou seja, que diminuem a nota de preferência pelo produto, enquanto;
- $\hat{\beta}_{si} > 0$ significam efeito favorável na preferência do consumidor.

Com os valores $\widehat{\beta}_{si}$, pode-se estimar a Importância de um fator s , que é dado por,

$$I_s = \max(\widehat{\beta}_s) - \min(\widehat{\beta}_s)$$

A Importância Relativa (IR) de cada fator é estimada como:

$$IR_s(\%) = \frac{I_s}{\sum_{s=1}^r I_s} \cdot 100 \quad (2.3)$$

A importância relativa pode ser interpretada como o “impacto”, ou o efeito que o fator tem sobre a preferência do produto pelo consumidor.

Considere o seguinte exemplo de aplicação da ANCF:

2.4.1 Exemplo de Aplicação da ANCF.

Realizou-se um pequeno estudo por simulação de dados a fim de exemplificar a ANCF. Considera-se 3 (três) fatores com 2 (dois) níveis cada de acordo com a Tabela (2.1),

Tabela 2.1: Níveis do fator “Preço”, “Cor” e “Marca” utilizados no estudo por simulação de dados para a exemplificação da ANCF

Preço		Cor		Marca	
Baixo	Alto	Preto	Branco	X_1	X_2
0	1	0	1	0	1

Quer-se mostrar como mensurar a importância dos fatores sobre a intenção de compra de 200 consumidores. O que vamos fazer então é obter utilidades atribuídas pelos 200 consumidores aos 8 (oito) tratamentos que se obtém pela combinação em

um fatorial completo. Para isso, fixamos primeiro os valores da parte determinística dados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Valores do componente determinístico associados aos oito tratamentos antes da simulação do erro aleatório

	Tratamentos							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Componente Determinístico	7	6,5	6	5,5	5	4,5	4	3

Posteriormente, no software SAS, versão 9.1, licenciado para a Universidade Federal de Viçosa (veja apêndice 1), simulamos números com distribuição normal, média 0 e variância 1 e tomamos a parte inteira desses números para formar a parte aleatória do modelo (ε_{nj}). Para obter as utilidades atribuídas aos tratamentos consideramos o valor absoluto da soma entre a parte determinística (tabela (2.3)) e os valores ε_{nj} simulados. Isso foi feito de forma que as utilidades associadas a cada tratamento pelos 200 consumidores hipotéticos fossem números no intervalo de 1 a 10. Sendo nota 1 para a menor intenção e nota 10 para a maior intenção. Comumente em tais estudos na área de Ciência e Tecnologia de Alimentos (Della Lucia, 2008) notas 1 e 10 correspondem a definitivamente não compraria e definitivamente compraria, respectivamente.

A função utilidade para a análise desse exemplo é:

$$U_{nj} = (\beta_{11}X_{11}^j + \beta_{12}X_{12}^j) + (\beta_{21}X_{21}^j + \beta_{22}X_{22}^j) + (\beta_{31}X_{31}^j + \beta_{32}X_{32}^j) + \varepsilon_{nj},$$

para $n = 1, 2, \dots, 200$ e $j = 1, 2, \dots, 8$.

Para um melhor entendimento do exemplo vamos mostrar como é feita a análise individual dos dados e no final mostraremos o resultado da análise agregada.

Na Tabela 2.3 estão apresentados os dados simulados do consumidor 1.

Tabela 2.3: Notas atribuídas pelo consumidor 1 aos oito tratamentos

Fatores	Tratamentos (Níveis dos Fatores)							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Preço	0	0	0	0	1	1	1	1
Cor	0	0	1	1	0	0	1	1
Marca	0	1	0	1	0	1	0	1
Notas (Y_{1j})	8	4	6	5	4	5	4	3
Centradas (U_{1j})	3,125	-0,875	1,125	0,125	-0,875	0,125	-0,875	-1,875

Na tabela (2.3), tem-se que $U_{1j} = Y_{1j} - \bar{Y}_1$, em que Y_{1j} é a nota de preferência do consumidor 1 e

$$\bar{Y}_1 = \frac{8 + 4 + 6 + 5 + 4 + 5 + 4 + 3}{8} = 4,875$$

a nota média do consumidor 1.

O modelo, para o consumidor 1, pode ser representado compactamente sob a forma matricial como $\mathbf{U}_{1j} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}' + \boldsymbol{\varepsilon}_{1j}$,

$$\begin{bmatrix} 3,125 \\ -0,875 \\ 1,125 \\ 0,125 \\ -0,875 \\ 0,125 \\ -0,875 \\ -1,875 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{11} \\ \beta_{12} \\ \beta_{21} \\ \beta_{22} \\ \beta_{31} \\ \beta_{32} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{14} \\ \varepsilon_{15} \\ \varepsilon_{16} \\ \varepsilon_{17} \\ \varepsilon_{18} \end{bmatrix}$$

Para a análise dos dados simulados do consumidor 1, o sistema de equações normais que fornece uma solução é:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta^\circ = \mathbf{X}'\mathbf{U}_{1j},$$

ou seja,

$$\begin{bmatrix} 8 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 4 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 4 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 0 & 4 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 2 & 2 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 2 & 2 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_0^\circ \\ \beta_{11}^\circ \\ \beta_{12}^\circ \\ \beta_{21}^\circ \\ \beta_{22}^\circ \\ \beta_{31}^\circ \\ \beta_{32}^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3,5 \\ -3,5 \\ 1,5 \\ -1,5 \\ 2,5 \\ -2,5 \end{bmatrix}$$

As restrições nos parâmetros, são as seguintes:

$$\sum_{i=1}^2 \beta_{1i} = \sum_{i=1}^2 \beta_{2i} = \sum_{i=1}^2 \beta_{3i} = 0.$$

Essas restrições na forma matricial, $\mathbf{B}'\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\emptyset}$ são,

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_0^\circ \\ \beta_{11}^\circ \\ \beta_{12}^\circ \\ \beta_{21}^\circ \\ \beta_{22}^\circ \\ \beta_{31}^\circ \\ \beta_{32}^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

O sistema de equações normais com restrições nos parâmetros, é dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{X} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}' & \boldsymbol{\emptyset} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}} \\ \hat{\mathbf{l}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{U}_{1j} \\ \boldsymbol{\emptyset} \end{bmatrix}$$

isto é,

$$\begin{bmatrix}
8 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 4 & 0 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 4 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\
4 & 2 & 2 & 4 & 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\
4 & 2 & 2 & 0 & 4 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\
4 & 2 & 2 & 2 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
4 & 2 & 2 & 2 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_{11} \\ \hat{\beta}_{12} \\ \hat{\beta}_{21} \\ \hat{\beta}_{22} \\ \hat{\beta}_{31} \\ \hat{\beta}_{32} \\ \hat{l}_1 \\ \hat{l}_2 \\ \hat{l}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3,5 \\ -3,5 \\ 1,5 \\ -1,5 \\ 2,5 \\ -2,5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema de equações normais com restrições nos parâmetros, têm-se a solução única que fornece as estimativas desejadas: $\hat{\beta}$.

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{X} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}' & \emptyset \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}'\mathbf{U}_{1j} \\ \emptyset \end{bmatrix},$$

dadas por,

$$\begin{bmatrix} \widehat{\beta}_0 \\ \widehat{\beta}_{11} \\ \widehat{\beta}_{12} \\ \widehat{\beta}_{21} \\ \widehat{\beta}_{22} \\ \widehat{\beta}_{31} \\ \widehat{\beta}_{32} \\ \widehat{l}_1 \\ \widehat{l}_2 \\ \widehat{l}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 1/8 & -1/8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/8 & 1/8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/8 & -1/8 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/8 & 1/8 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/8 & -1/8 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/8 & 1/8 & 0 & 0 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3,5 \\ -3,5 \\ 1,5 \\ -1,5 \\ 2,5 \\ -2,5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ou,

$$\widehat{\beta} = \begin{bmatrix} \widehat{\beta}_0 \\ \widehat{\beta}_{11} \\ \widehat{\beta}_{12} \\ \widehat{\beta}_{21} \\ \widehat{\beta}_{22} \\ \widehat{\beta}_{31} \\ \widehat{\beta}_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,875 \\ -0,875 \\ 0,375 \\ -0,375 \\ 0,625 \\ -0,625 \end{bmatrix}$$

Note que $\widehat{\beta}_0 = 0$ por que se utilizou as notas centradas na nota média.

As importâncias dos fatores são,

$$I_1 = [0,875 - (-0,875)] = 1,750$$

$$I_2 = [0,375 - (-0,375)] = 0,750$$

$$I_3 = [0,625 - (-0,625)] = 1,250$$

E as importâncias relativas são,

$$\widehat{IR}_1 = \frac{1,750}{3,75} \cdot 100 = 46,67\%$$

$$\widehat{IR}_2 = \frac{0,750}{3,75} \cdot 100 = 20\%$$

$$\widehat{IR}_3 = \frac{1,250}{3,75} \cdot 100 = 33,33\%$$

Notemos que o preço do produto hipotético é o fator que apresenta maior impacto na intenção de compra do consumidor 1, com importância relativa (\widehat{IR}) de 46,67%.

Observa-se que o consumidor estudado prefere um produto com preço baixo, de cor preta e da marca X_1 . A estimativa da nota de intenção de compra desse tratamento pode ser obtida somando-se os CPs dos seus níveis:

$$\widehat{Y}_{11} = 0,875 + 0,375 + 0,625 = 1,875$$

O mesmo consumidor apresentou menor intenção de compra para o produto com preço alto, cor branca e marca X_2 , cuja estimativa de intenção de compra é:

Tabela 2.4: Estimativas dos coeficientes da preferência dos níveis dos fatores e importâncias relativas (%) dos fatores.

Fatores	Níveis	Coeficientes da preferência	Importâncias Relativas (%)
Preço	Baixo	0,875	46,67
	Alto	-0,875	
Cor	Preto	0,375	20
	Branco	-0,375	
Marca	X_1	0,625	33,33
	X_2	-0,625	

$$\hat{Y}_{18} = -0,875 - 0,375 - 0,625 = -1,875$$

2.4.2 Dificuldades na Implementação

Quando se utiliza a ANCF, o consumidor é solicitado a avaliar tratamentos em geral hipotéticos, realizando, obrigatoriamente, um “trade-off”, que é uma avaliação considerando-se relações de custo e benefício na qual ele expressa sua preferência de modo comparativo entre os fatores.

O consumidor, porém, ao avaliar ou informar a preferência por um determinado tratamento, não avalia cada fator separadamente, mas o conjunto de fatores simultâneos que o tratamento contém, o que torna a decisão muitas vezes não consciente e difícil de ser manifestada com exatidão. Além disso, se um produto, por exemplo, for definido pela combinação de níveis de dez fatores determinantes de decisão, com dois níveis cada, então podem ser teoricamente definidos $2^{10} = 1024$ alternativas para o produto.

Como a metodologia de análise estatística empregada no estudo deve ter por

objetivo diminuir o esforço do consumidor, e replicar a situação real de compra à situação de pesquisa, há alguns problemas decorrentes da avaliação simultânea de muitos atributos na ANCF, por exemplo, escolha não honesta devido ao tempo, o alto custo envolvido, além de certa complexidade que pode ocorrer na implementação da metodologia.

Logo nas situações em que um grande número de alternativas de tratamentos precisam ser submetidos à avaliação pelos consumidores, não é um bom procedimento requerer que cada consumidor avalie todas as alternativas, como na ANCF. Uma possível solução é apresentar os tratamentos a cada indivíduo e ele escolherá uma, nenhuma ou mais de uma alternativa. Esse método de análise é denominado *Choice Based Conjoint Analysis*(ANCFE) (veja por exemplo Toubia et al. (2003) e Train (1993)) e é o objeto de estudo desta dissertação.

Capítulo 3

Análise Conjunta de Fatores Baseada em Escolhas (*Choice Based Conjoint Analysis*)

3.1 Modelos de Escolha Discreta

Na modelagem da decisão de escolha e compra do consumidor surgem os denominados Modelos de Escolha Discreta. O termo escolha discreta (*discrete choice*) refere-se às situações em que a variável resposta do modelo é do tipo discreta e especifica a decisão de escolha do consumidor. Em especial, na ANCFE, o modelo Logit Multinomial (*Multinomial Logit Models*) é utilizado para modelar a complexa decisão de escolha. Portanto, é importante que se entenda as etapas do desenvolvimento deste modelo bem como a estimação dos seus parâmetros na ANCFE.

Segundo Ben-Akiva e Lerman (1985), o problema básico abordado pela análise de escolha discreta é a modelagem da escolha de um conjunto de alternativas mutuamente exclusivas e coletivamente exaustivas. O modelo consiste de funções parametrizadas de utilidade em termos de variáveis independentes observáveis e parâmetros desconhecidos, e seus valores são estimados a partir de uma amostra

observada de escolhas feitas pelos consumidores.

Um dos principais objetivos dos modelos de escolha discreta é justamente medir a preferência do consumidor sobre produtos e serviços competitivos, expressando matematicamente a importância dos diferentes fatores de escolha. A técnica é construída com base no pressuposto de que consumidores tomam decisões complexas baseadas não apenas em cada fator isoladamente, mas na combinação de diversos fatores. Neste processo de escolha, decisões de compra são tomadas não só com base em fatores racionais, mas também são influenciadas por fatores subjetivos que o consumidor não consegue verbalizar diretamente. Esta subjetividade estaria relacionada aos valores associados às características dos fatores que compõem um produto, como, por exemplo, sua Marca.

Os produtos ou serviços pesquisados são descritos por meio de “configurações”. Cada configuração é uma combinação de “níveis” de diferentes “fatores”. Por exemplo, o produto “Arroz” pode ser descrito pelos fatores “Marca”, “Preço” e “Tipo”. O fator “Tipo” pode ter dois níveis: “Tipo 1” e “Tipo 2”. A combinação dos níveis de cada fator constrói uma configuração, como por exemplo: “Arroz: Marca X, Tipo 1, R\$10,00”.

Diversas configurações de um produto são apresentadas ao consumidor, que por sua vez escolhe uma, nenhuma ou mais de uma configuração. O objetivo do modelo é conseguir captar a subjetividade do processo de escolha do consumidor. Embora não declare sua preferência por esta ou aquela marca ou nível de preço, estas informações estarão representadas pelas suas escolhas, e serão captadas pelo modelo estatístico. Na prática, no entanto, é frequente que indivíduos aparentemente similares efetuem diferentes escolhas quando se deparam com um conjunto de alternativas. De fato, um indivíduo poderia fazer diferentes escolhas quando defrontado com as mesmas alternativas em ocasiões diferentes. Portanto, existem inúmeras dificuldades de modelagem.

Existem na literatura dois tipos de modelos matemáticos para explicar o comportamento de escolha do consumidor: os modelos determinísticos e os modelos probabilísticos (também denominados estocásticos). Ambos são focados no resul-

tado e sempre respondem a alguma pergunta específica, como por exemplo: “Que marca será escolhida?”, “Qual a probabilidade desta marca ser a escolhida?”, “Qual a probabilidade de se escolher o produto com preço mais alto?”, etc.

Os modelos determinísticos propostos na literatura nunca tiveram importância prática em estudos de preferência do consumidor.

Nos modelos probabilísticos as utilidades das alternativas são variáveis aleatórias, logo o modelo é utilizado para estimar a probabilidade de uma alternativa ter a máxima utilidade e, por conseguinte, a probabilidade com a qual será escolhida (Louviere, 1984).

Dentre os modelos probabilísticos de escolha discreta podemos citar os modelos baseados na maximização da utilidade (Meyer e Kahn, 1991); o modelo de Markov* (Bronson, 1985); e o modelo de aprendizado linear (Lilien, Kotler e Moorthy, 1992). Outros modelos probabilísticos encontrados são fundamentalmente extensões ou casos particulares desses modelos citados (Goldstein, 1997).

Os modelos probabilísticos de escolha discreta baseados na maximização da utilidade são classificados em duas categorias: Modelos de Escolha binária (duas alternativas para escolha) e Modelos de Escolha múltipla (mais de duas alternativas). Adicionalmente, os modelos de escolha múltipla abrangem modelos não-ordenados no qual o entrevistado efetua uma única escolha do conjunto de alternativas e ordenados no qual o entrevistado efetua uma ordenação total ou parcial do conjunto de escolha.

Nesta dissertação, abordaremos somente os modelos de escolha discreta baseados na maximização da utilidade, pois estes são os empregados na metodologia denominada análise conjunta de fatores baseada em escolhas (ANCFE) ou *choice based conjoint analysis*.

*Muito utilizado para previsão de participação de mercado por ser bastante simples e eficaz.

3.2 Modelos Não-Ordenados de Escolha Múltipla

A base teórica para a formulação dos modelos de escolha discreta é dada pela teoria da utilidade aleatória que tem como premissa fundamental que um indivíduo, em um processo de escolha, analise as variáveis envolvidas e tome suas decisões considerando todas estas, de forma a maximizar seu benefício ou utilidade, ou seja, o indivíduo seleciona j , se e somente se:

$$U_{nj} > U_{nk}, \quad \forall j \neq k, \quad j, k \in \{1, 2, \dots, J\},$$

Em (2.4) apresentamos uma alternativa para o modelo da utilidade U_{nj} . Na ANCFE são realizadas algumas modificações essenciais. Considere r fatores presentes no experimento, cada um com m_r níveis, assim podemos definir $J = \prod_{s=1}^r m_s$ tratamentos distintos. Define-se,

$$U_{nj} = \mathbf{X}_j \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{nj}, \quad (3.1)$$

em que,

- $\mathbf{X}_j = [x_1^j, x_2^j, \dots, x_r^j]$ é o vetor cujas entradas são os códigos dos níveis dos r fatores presentes no tratamento j , ou seja, X_i^j representa o nível do fator i presente no tratamento j $i = 1, 2, \dots, r$ e $j \in \{1, 2, \dots, J\}$;
- $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r]$ é o vetor de parâmetros a serem estimados, sendo que na ANCFE apenas um parâmetro é estimado por fator.

Considere que a probabilidade P do n -ésimo consumidor escolher a j -ésima alternativa será dada por:

$$\begin{aligned}
P(Y_n = j|\mathbf{X}) &= P(U_{nj} > U_{nk}), \quad \forall j \neq k \in \{1, 2, \dots, J\} \\
&= P(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{nj} > \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{nk}) \\
&= P(\varepsilon_{nk} < \varepsilon_{nj} + \mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta}) \\
&= P(\varepsilon_{n1} < \Delta_{j1}, \varepsilon_{n2} < \Delta_{j2}, \dots, \varepsilon_{nJ} < \Delta_{jJ}), \quad j \neq k \quad (3.2)
\end{aligned}$$

onde:

- U_{nj} é a função utilidade do tratamento j definida no estudo.
- Y_n é a variável resposta correspondente à escolha do consumidor n .
- ε_{nj} , é o erro aleatório associado a mensuração da escolha do tratamento j pelo consumidor n .
- $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_J]'_{J \times r}$ é a matriz cujas linhas são os vetores de incidências correspondentes aos níveis de fatores de cada tratamento.
- $\Delta_{jk} = \varepsilon_{nj} + \mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta}$

A expressão (3.2) recebe a denominação de modelo de utilidade estocástico e requer que se estabeleça uma distribuição para o termo aleatório, ε_{nk} . Neste contexto dois modelos multinomiais denominados *logit* e *probit*, têm sido comumente considerados.

No modelo *probit* assume-se que o erro aleatório comporta-se segundo uma distribuição normal,

$$F(\varepsilon_{ij}) = \Phi(\varepsilon_{ij}) = \int_{-\infty}^{\varepsilon_{ij}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt \quad (3.3)$$

No modelo logit, o erro comporta-se segundo uma distribuição de Gumbel (Ben-Akiva; Lerman, 1985),

$$F(\varepsilon_{ij}) = e^{-e^{-\varepsilon_{ij}}} \quad (3.4)$$

Devido à necessidade de se avaliar integrais múltiplas da distribuição normal, o modelo *probit* tem tido uso limitado neste contexto. O modelo logit, pelo contrário, tem sido amplamente utilizado em muitos campos, tais como, economia, em pesquisas de mercado, engenharia, transporte, etc (Greene, 2002).

3.2.1 O Modelo Logit Multinomial

Assumindo-se que os termos aleatórios da função de utilidade são independentes (ind.) em relação às alternativas de escolha e identicamente distribuídos (i.d.) com distribuição Gumbel (*logit*), tem-se,

$$\begin{aligned}
P(Y_n = j | \mathbf{X}) &= P(\varepsilon_{n1} < \Delta_{j1}, \varepsilon_{n2} < \Delta_{j2}, \dots, \varepsilon_{nJ} < \Delta_{jJ}) \\
&\stackrel{\text{ind}}{=} P(\varepsilon_{n1} < \Delta_{j1})P(\varepsilon_{n2} < \Delta_{j2}) \cdots P(\varepsilon_{nJ} < \Delta_{jJ}), \quad j \neq k \\
&= \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^J P(\varepsilon_{nk} < \Delta_{jk}) \tag{3.5}
\end{aligned}$$

Já que para duas variáveis aleatórias W e L , tem-se,

$$\begin{aligned}
P(W \leq L) &= E_L [P_W(W \leq l|l)] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f_L(t) P_W(W \leq t) dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f_L(t) F_W(t) dt
\end{aligned}$$

Considerando que $\Delta_{jk} = \varepsilon_{nj} + \mathbf{X}_j \boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k \boldsymbol{\beta}$, temos a partir da expressão (3.5),

$$\begin{aligned}
P(Y_n = j|\mathbf{X}) &= E \left(\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^J P(\varepsilon_{nk} < \varepsilon_{nj} + \mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta} | \varepsilon_{nj}) \right) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon_{nj}) \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^J F_{\varepsilon_{nk}}(\varepsilon_{nj} + \mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta}) d\varepsilon_{nj} \\
&\stackrel{\text{i.d.}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\varepsilon_{nj}} \cdot e^{-e^{-\varepsilon_{nj}}} \cdot \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^J e^{-e^{-(\varepsilon_{nj} + \mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}} d\varepsilon_{nj} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\varepsilon_{nj}} \cdot \prod_{k=1}^J e^{-e^{-(\varepsilon_{nj} + \mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}} d\varepsilon_{nj} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\varepsilon_{nj}} \cdot \exp\left(-\sum_{k=1}^J e^{-(\varepsilon_{nj} + \mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}\right) d\varepsilon_{nj} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\varepsilon_{nj}} \cdot \exp\left(-e^{-\varepsilon_{nj}} \sum_{k=1}^J e^{-(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}\right) d\varepsilon_{nj}
\end{aligned}$$

Fazendo $t = e^{-\varepsilon_{nj}}$ tem-se que $dt = -e^{-\varepsilon_{nj}} d\varepsilon_{nj}$. Notemos que se $\varepsilon_{nj} \rightarrow \infty$ então $t \rightarrow 0$ e se $\varepsilon_{nj} \rightarrow -\infty$ então $t \rightarrow \infty$, logo,

$$\begin{aligned}
P(Y_n = j|\mathbf{X}) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\varepsilon_{nj}} \cdot \exp\left(-e^{-\varepsilon_{nj}} \sum_{k=1}^J e^{-(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}\right) d\varepsilon_{nj} \\
&= \int_{-\infty}^0 -\exp\left(-t \sum_{k=1}^J e^{-(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}\right) dt \\
&= \int_0^{\infty} \exp\left(-t \sum_{k=1}^J e^{-(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}\right) dt \\
&= \frac{-\exp\left(-t \sum_{k=1}^J e^{-(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}\right)}{\sum_{k=1}^J e^{-(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}} \Big|_0^{\infty} \\
&= \frac{1}{\sum_{k=1}^J e^{-(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}} \\
&= \frac{e^{(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta})}}{\sum_{k=1}^J e^{(\mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}}
\end{aligned}$$

Portanto obtém-se o modelo para a escolha utilizado na ANCFE,

$$P(Y_n = j|\mathbf{X}) = \frac{e^{(\mathbf{X}_j\boldsymbol{\beta})}}{\sum_{k=1}^J e^{(\mathbf{X}_k\boldsymbol{\beta})}}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, J \quad (3.6)$$

O modelo (3.6) é denominado modelo logit multinomial (MLM) e representa a probabilidade de escolha da j -ésima alternativa (dentre J possíveis) para o n -ésimo consumidor. A rigor $P(Y_n = j|\mathbf{X})$ é uma probabilidade de escolha condicional, dado o conjunto de fatores (\mathbf{X}) que compõem todos os tratamentos.

3.2.2 Razão de Escolhas

A ANCFE fornece um resultado inferencial de particular interesse, que é a razão entre a probabilidade de escolha do tratamento p e a probabilidade de escolha do tratamento q , onde q é obtido de p fixando $r - 1$ níveis dos r fatores presentes nesses tratamentos e alterando o nível de apenas 1 fator, ou seja, se $\mathbf{X}_p = [x_1^p, x_2^p, \dots, x_k^p, \dots, x_r^p]$ é o vetor dos níveis dos fatores presentes no tratamento p e, $\mathbf{X}_q = [x_1^q, x_2^q, \dots, x_k^q, \dots, x_r^q]$ é o vetor dos níveis dos fatores presentes no tratamento q , então $x_i^p \neq x_i^q$ para um único $i \in \{1, 2, \dots, r\}$.

Sem perda de generalidade, consideremos $x_k^p \neq x_k^q$ e $x_i^p = x_i^q$, $\forall i \in \{1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, r\}$. A razão considerada será denominada como razão de escolhas e denotada por,

$$RE_k(\mathbf{X}_p, \mathbf{X}_q) = \frac{P(Y_n = p|X)}{P(Y_n = q|X)} = e^{(x_k^p - x_k^q)\beta_k}. \quad (3.7)$$

- Se $RE_k(\mathbf{X}_p, \mathbf{X}_q) > 1$, então a probabilidade de se escolher o produto p é maior do que a probabilidade de se escolher o produto q , que é obtido de p pela troca do nível do fator k .
- Se $RE_k(\mathbf{X}_p, \mathbf{X}_q) < 1$, então a probabilidade de se escolher o produto p é menor do que a probabilidade de se escolher o produto q .

Outra interpretação importante da razão de escolhas é que a relação entre a probabilidade de escolha dos tratamentos p e q depende exclusivamente de seus componentes observáveis sendo, por isso, possível incluir ou retirar outros tratamentos ao modelo sem que a relação entre p e q se altere.

3.3 Função de Verossimilhança

Definido o modelo (3.6) para a ANCFE e dada uma amostra aleatória das escolhas de N consumidores, $(Y_1 = i, Y_2 = j, Y_3 = k, \dots, Y_N = l)$, $i, j, k, \dots, l \in \{1, 2, \dots, J\}$, define-se como função de verossimilhança a probabilidade conjunta desta amostra. Os estimadores de máxima verossimilhança fornecem as estimativas dos parâmetros $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r)$ que maximizam a probabilidade da amostra (após conhecidas as escolhas). Portanto, ajustar o modelo por máxima verossimilhança consiste em estimar o vetor $\boldsymbol{\beta}$ que maximiza a função de verossimilhança definida como $L(\boldsymbol{\beta}) = P(Y_1 = i, Y_2 = j, Y_3 = k, \dots, Y_N = l)$ para $i, j, k, \dots, l \in \{1, 2, \dots, J\}$. Sob a pressuposição de independência entre as decisões de escolha dos consumidores, tem-se,

$$L_n(\boldsymbol{\beta}) = \prod_{j=1}^J P(Y_n = j | \mathbf{X})^{I_{nj}},$$

onde I_{nj} é a indicadora da escolha da j -ésima alternativa pelo indivíduo n .

Assim, a função de verossimilhança pode ser escrita como:

$$L(\boldsymbol{\beta}) = \prod_{n=1}^N L_n(\boldsymbol{\beta}) = \prod_{n=1}^N \prod_{j=1}^J \left(\frac{e^{(\mathbf{X}'_j \boldsymbol{\beta})}}{\sum_{k=1}^J e^{(\mathbf{X}'_k \boldsymbol{\beta})}} \right)^{n_j}, \quad (3.8)$$

onde n_j representa o número de vezes que o tratamento j foi escolhido.

3.3.1 Função de Máxima Verossimilhança pelo Algoritmo de Newton-Raphson

Como $L(\boldsymbol{\beta})$ é uma função não linear em $\boldsymbol{\beta}$, a maximização, isto é, a solução $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ que maximiza $L(\boldsymbol{\beta})$ é por métodos numéricos iterativos. O método conhecido como

Newton-Raphson (Gallant, 1984) o qual escreveremos a seguir, é uma alternativa para solucionar este problema.

Resumidamente, o método consiste em sugerir “valores iniciais” para as estimativas dos parâmetros e, a partir destes valores dá-se início a um processo iterativo o qual termina segundo algum critério de paragem.

O algoritmo

Considere a função de verossimilhança (3.8), a qual define uma função não linear de r parâmetros $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r)$, queremos encontrar o ponto $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_r)$ de máximo dessa função, isto é, o ponto onde sua derivada é nula. Considere o vetor \mathbf{g}_{β_0} de derivadas parciais (vetor gradiente) avaliado no ponto $\beta_0 = (\beta_{10}, \beta_{20}, \dots, \beta_{r0})$,

$$\mathbf{g}_{\beta_0} = \begin{bmatrix} g_{10} \\ g_{20} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g_{r0} \end{bmatrix}, \quad \text{em que} \quad g_{i0} = \left. \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_i} \right|_{\beta_0}, \quad i = 1, 2, \dots, r$$

O ponto β_0 é tomado como uma aproximação inicial para a solução $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_r)$, que satisfaz $\mathbf{g}_{\hat{\beta}} \equiv 0$.

Considere a aproximação de Taylor de primeira ordem de $\mathbf{g}_{\hat{\beta}}$, pelo ponto β_0 dada

por,

$$\mathbf{g}_{\hat{\beta}} \approx \mathbf{g}_{\beta_0} + \mathbf{H}_{\beta_0}(\hat{\beta} - \beta_0) = 0$$

logo,

$$\hat{\beta} = \beta_0 - \mathbf{H}_{\beta_0}^{-1} \mathbf{g}_{\beta_0} \quad (3.9)$$

onde $\mathbf{H}_{\beta_0} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \beta'}|_{\beta_0}$ é a matriz hessiana calculada no ponto β_0 , ou seja,

$$\mathbf{H}_{\beta_0} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \beta'} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_{10}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial g_{10}}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial g_{10}}{\partial \beta_r} \\ \frac{\partial g_{20}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial g_{20}}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial g_{20}}{\partial \beta_r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_{r0}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial g_{r0}}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial g_{r0}}{\partial \beta_r} \end{pmatrix} \Big|_{\beta_0},$$

e $\mathbf{H}_{\beta_0}^{-1}$ é a sua inversa.

Na prática o algoritmo do método de Newton-Raphson para funções de r variáveis consiste nos seguintes passos:

1. Determinar o gradiente de $L(\beta)$ no ponto β_0 e a matriz Hessiana;
2. Determinar o incremento $\mathbf{H}_{\beta_0}^{-1} \mathbf{g}_{\beta_0}$;
3. Encontrar a seguinte aproximação,

$$\beta_1 = \beta_0 + \mathbf{H}_{\beta_0}^{-1} \mathbf{g}_{\beta_0};$$

4. Verificar se β_1 cumpre um determinado critério de paragem. Caso contrário voltar ao passo 1, tomando como aproximação inicial o valor de β_1 .

O critério de paragem pode ser um (ou a combinação) destes critérios:

- $\|\beta_1 - \beta_0\| < \epsilon_1$ - Tolerância absoluta;
- $\frac{\|\beta_1 - \beta_0\|}{\|\beta_1\|} < \epsilon_2$ - Tolerância relativa;
- Impor um número máximo de iterações.

Gallant (1987, p.39) faz o seguinte alerta com respeito à determinação dos parâmetros:

“O sucesso em termos de convergência para $\hat{\beta}$ não é garantido por qualquer método. A experiência indica que a falha no processo de convergência depende da distância do valor inicial a resposta correta e do grau de parametrização da função resposta relativamente ao conjunto de dados utilizado. Estes problemas estão interrelacionados no sentido de que funções respostas mais apropriadas conduzem a uma amplitude maior do raio de convergência. Quando a convergência não ocorre, deve-se tentar encontrar valores iniciais melhores (mais próximos de $\hat{\beta}$) ou utilizar uma função resposta mais parcimoniosa (com menos fatores na ANCFE). Uma boa maneira de verificar a precisão da solução numérica é provocando distúrbios nas condições iniciais e verificando se os novos valores iniciais conduzem à mesma solução.”

Vejamos agora um exemplo de como estimar os parâmetros na ANCFE.

3.3.2 Exemplo de Aplicação da ANCFE e de como Estimar os Parâmetros da Função de Máxima Verossimilhança

Para ilustrar a estimação dos parâmetros no modelo da ANCFE considere um exemplo hipotético no qual os tratamentos são quatro planos de saúde ($J = 4$) e que estes sejam definidos pela combinação de dois fatores ($r = 2$). Os fatores utilizados

para compor o plano de saúde são franquias e Tipos de cobertura cada um com dois níveis de acordo com a Tabela (3.1) ,

Tabela 3.1: Níveis do fator “Franquia” e “Tipos de Cobertura” utilizados para a exemplificar a aplicação da ANCFE

Franquia		Cobertura	
baixa	Alta	pequena	total
0	1	0	1

Assim temos a matriz dos planos de saúde dada por:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_A \\ X_B \\ X_C \\ X_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^A & x_2^A \\ x_1^B & x_2^B \\ x_1^C & x_2^C \\ x_1^D & x_2^D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

em que A, B, C e D são os tratamentos (planos de saúde) submetidos à escolha.

Considere que tenha sido realizada uma pesquisa com uma amostra aleatória de 30 funcionários, e que $n_A = 5$, $n_B = 8$, $n_C = 7$ e $n_D = 10$, onde, n_j , $j = A, B, C, D$ é o número de vezes que o plano de saúde j foi escolhido. Considere também,

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix},$$

o vetor de parâmetros a ser determinado. Dessa forma podemos definir as funções utilidade, para o n -ésimo funcionário, $n = 1, 2, \dots, 30$, da seguinte forma:

$$U_{nj} = \mathbf{X}_j \boldsymbol{\beta}' + \varepsilon_{nj}, \quad j = A, B, C, D$$

Como queremos somente ilustrar como é feita a estimação dos parâmetros, iremos considerar $\varepsilon_{nj} = 0$ e assim, determiná-los matematicamente. A utilidade que o n -ésimo funcionário associa ao plano j é dada, então, por:

$$\begin{bmatrix} U_{nA} \\ U_{nB} \\ U_{nC} \\ U_{nD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 x_1^A + \beta_2 x_2^A \\ \beta_1 x_1^B + \beta_2 x_2^B \\ \beta_1 x_1^C + \beta_2 x_2^C \\ \beta_1 x_1^D + \beta_2 x_2^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_1 + \beta_2 \end{bmatrix}, \quad j = A, B, C, D$$

A partir da função utilidade acima podemos definir a probabilidade de escolha do j -ésimo plano de saúde pelo n -ésimo funcionário, pelo modelo (3.6), ou seja,

$$P(Y_n = A | \mathbf{X}) = \frac{1}{1 + \exp(\beta_1) + \exp(\beta_2) + \exp(\beta_1 + \beta_2)};$$

$$P(Y_n = B | \mathbf{X}) = \frac{\exp(\beta_1)}{1 + \exp(\beta_1) + \exp(\beta_2) + \exp(\beta_1 + \beta_2)};$$

$$P(Y_n = C|\mathbf{X}) = \frac{\exp(\beta_2)}{1 + \exp(\beta_1) + \exp(\beta_2) + \exp(\beta_1 + \beta_2)};$$

$$P(Y_n = D|\mathbf{X}) = \frac{\exp(\beta_1 + \beta_2)}{1 + \exp(\beta_1) + \exp(\beta_2) + \exp(\beta_1 + \beta_2)}.$$

Para determinar os parâmetros, considere a função de máxima verossimilhança para cada funcionário, dada por:

$$L(\beta) = (P(Y_n = j|\mathbf{X}))^{I_{nj}} \quad j = A, B, C, D, \quad n = 1, 2, \dots, 30,$$

onde I_{n_j} é a indicadora da escolha do tratamento j pelo indivíduo n .

Logo, considerando a amostra completa, podemos escrever $L(\beta)$, como:

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{30} \prod_{j=A}^D (P(Y_i = j | \mathbf{X}))^{n_j}$$

É comum utilizar a função log de verossimilhança, obtida após a aplicação do logaritmo natural em ambos os lados da expressão acima, assumindo a forma:

$$\mathfrak{L}(\beta) = \sum_{i=1}^{30} \sum_{j=A}^D n_j \ln(P(Y_i = j | \mathbf{X})) \quad (3.10)$$

O gráfico da função (3.10) é apresentado na figura (3.1), no qual se verifica que ela possui um ponto de máximo.

A partir dessa função obtemos o vetor gradiente,

$$\mathbf{g}_{\beta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathfrak{L}(\beta)}{\partial \beta_1} \\ \frac{\partial \mathfrak{L}(\beta)}{\partial \beta_2} \end{bmatrix}_{[\beta_{1t}, \beta_{2t}]},$$

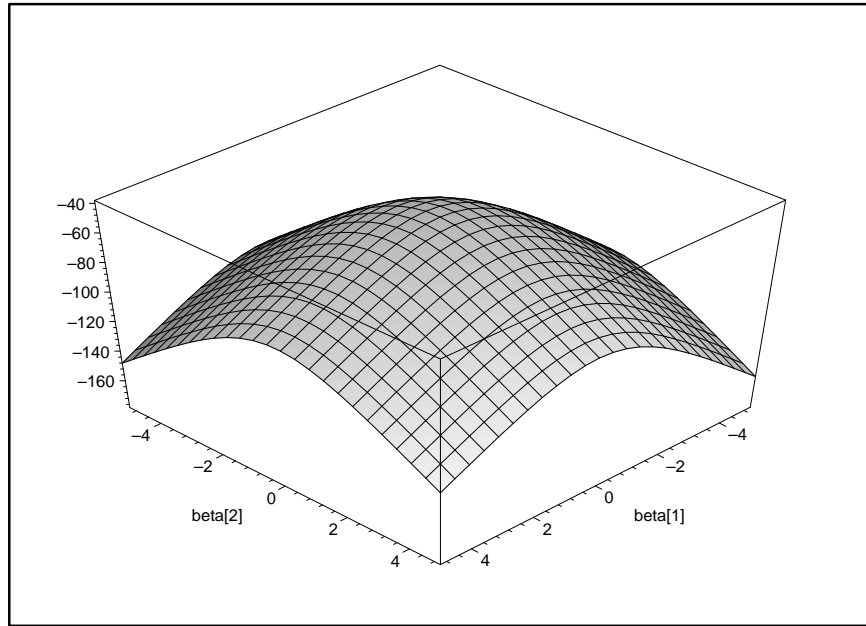


Figura 3.1: log de verossimilhança

e sua matriz Hessiana,

$$\mathbf{H}_{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1^2} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} \\ \frac{\partial^2 \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_2 \partial \beta_1} & \frac{\partial^2 \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_2^2} \end{bmatrix}_{[\beta_{1t}, \beta_{2t}]},$$

Aplicando-se o resultado (3.9) o método iterativo de Newton-Raphson é dado por:

$$\begin{bmatrix} \beta_{1,t+1} \\ \beta_{2,t+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{1,t} \\ \beta_{2,t} \end{bmatrix} + (-(\mathbf{H}_\beta)^{-1}) \cdot \mathbf{g}_\beta, \quad t = 0, 1, \dots$$

Por inspeção ao gráfico da função log de verossimilhança supomos os valores iniciais de β ,

$$\beta_0 = \begin{bmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

O método iterativo foi implementado no software Maple 12, versão de avaliação. Como critério de paragem foi estabelecido o número máximo de 10 iterações, cujos resultados são apresentados a seguir,

$$\beta_1 = \begin{bmatrix} \beta_{11} \\ \beta_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3334149328 \\ 0,1638762253 \end{bmatrix}, \quad \beta_2 = \begin{bmatrix} \beta_{12} \\ \beta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4050081140 \\ 0,2677265572 \end{bmatrix}$$

$$\beta_3 = \begin{bmatrix} \beta_{13} \\ \beta_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4054650864 \\ 0,2682639673 \end{bmatrix}, \quad \beta_4 = \begin{bmatrix} \beta_{14} \\ \beta_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4054651065 \\ 0,2682639863 \end{bmatrix}$$

$$\beta_5 = \begin{bmatrix} \beta_{15} \\ \beta_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4054651078 \\ 0,2682639863 \end{bmatrix}, \beta_6 = \begin{bmatrix} \beta_{16} \\ \beta_{256} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4054651091 \\ 0,2682639883 \end{bmatrix}$$

$$\beta_7 = \begin{bmatrix} \beta_{17} \\ \beta_{27} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4054651071 \\ 0,2682639857 \end{bmatrix}, \beta_8 = \begin{bmatrix} \beta_{18} \\ \beta_{28} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4054651084 \\ 0,2682639857 \end{bmatrix}$$

$$\beta_9 = \begin{bmatrix} \beta_{19} \\ \beta_{29} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4054651097 \\ 0,2682639877 \end{bmatrix}, \beta_{10} = \begin{bmatrix} \beta_{110} \\ \beta_{210} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4054651097 \\ 0,2682639870 \end{bmatrix}$$

com esses dois últimos valores, temos para todo $n = 1, 2, \dots, N$,

$$P(Y_n = A|\mathbf{X}) = 0,1733$$

$$P(Y_n = B|\mathbf{X}) = 0,2600$$

$$P(Y_n = C|\mathbf{X}) = 0,2267$$

$$P(Y_n = D|\mathbf{X}) = 0,3400$$

Note, que como esperado,

$$\sum_{j=A}^D P(Y_n = j|\mathbf{X}) = 1.$$

De acordo com os resultados, podemos concluir que o n -ésimo consumidor tem maior probabilidade de escolher o plano D e menor probabilidade de escolha do plano A.

As razões de escolhas são:

- Fixando os níveis do fator franquia e variando os níveis do fator cobertura:

$$RE_2(C, A) = \frac{P(Y_n = C|\mathbf{X})}{P(Y_n = A|\mathbf{X})} = 1,308$$

Que mostra que a probabilidade de escolher o plano C é 1,308 vezes maior do que a probabilidade de escolher o plano A . Observe que se tivéssemos calculado a razão de escolhas entre o produto D e B o valor encontrado seria o mesmo, mostrando que o plano D é preferido em relação ao plano B .

- Fixando os níveis do fator cobertura e variando os níveis do fator franquia:

$$RE_1(B, A) = \frac{P(Y_n = B|\mathbf{X})}{P(Y_n = A|\mathbf{X})} = 1,5$$

Que mostra que a probabilidade de escolher o plano B é 1,5 vezes maior do que a probabilidade de escolher o plano A . Observe que se tivéssemos calculado a razão de escolhas entre o produto D e C o valor encontrado seria o mesmo, mostrando que o plano D é preferido em relação ao plano C .

Capítulo 4

Comparação entre os Resultados da ANCF e da ANCFE (Simulação)

Simulou-se utilidades atribuídas por 200 consumidores a oito alternativas de um produto hipotético (tratamentos). Os oito tratamentos foram definidos pela combinação em um fatorial completo de 3 (três) atributos com 2 (dois) níveis cada identificado de acordo com a Tabela 2.1. Na implementação das análises no software SAS, versão 9.1, licenciado para a UFV, as notas simuladas foram utilizadas diretamente na ANCF, e as escolhas (correspondentes às notas máximas) foram utilizadas na ANCFE, conforme os dados apresentados na Tabela (4.1) , apenas para os consumidores 1 e 2.

Tabela 4.1: Notas atribuídas aos oito tratamentos e respectivas escolhas, apresentados somente para os consumidores 1 e 2, do estudo por simulação para comparar os resultados obtidos com a ANCF e ANCFE.

Fatores	Tratamentos (Níveis dos Fatores)							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Preço	0	0	0	0	1	1	1	1
Cor	0	0	1	1	0	0	1	1
Marca	0	1	0	1	0	1	0	1
Consumidor 1								
Notas	8	4	4	5	4	5	4	3
Escolhas	1	0	0	0	0	0	0	0
Consumidor 2								
Notas	7	4	5	6	6	2	4	2
Escolhas	1	0	0	0	0	0	0	0

A partir das notas simuladas dos 200 consumidores foi possível implementar a ANCF e proceder a análise agregada para determinar a importância relativa dos fatores e a utilidade que os consumidores associam aos níveis dos fatores (Coeficientes da preferência). Um resumo dos resultados é apresentado:

Tabela 4.2: Coeficientes da Preferência (CP) dos níveis dos fatores e Importâncias Relativas (IR) (%) dos fatores obtidos na análise agregada dos dados simulados.

Fatores	Níveis	CP	IR
Intercepto		4,4881	
Preço	Baixo	0,9506	48,672%
	Alto	-0,9506	
Cor	Preto	0,5119	26,208%
	Branco	-0,5119	
Marca	X_1	0,4906	25,120%
	X_2	-0,4906	

Esses resultados permitem concluir que o atributo preço é o de maior impacto na opinião dos consumidores uma vez que possui uma estimativa de IR=48,672% e que o tratamento obtido com a combinação preço baixo, cor preta e marca X_1 é o preferido pelos consumidores.

Após a aplicação da ANCF as escolhas (correspondentes às notas máximas) foram utilizadas para implementar a ANCFE no software SAS, versão 9.1, licenciado para a UFV (Veja apêndice 1). Segue os resultados obtidos com o SAS e algumas inferências de interesse.

Antes de interpretar os resultados do modelo é importante analisar se o modelo é adequado, o primeiro indicador é o critério de convergência apresentado na tabela (4.3)

Se o modelo não converge os resultados não são confiáveis.

Na tabela (4.4) apresenta-se a estimativa $-2LogL$, o Critério de informação de

Tabela 4.3: Saída do SAS confirmando a convergência do modelo

Convergence Status
Convergence criterion ($GCONV = 1E - 8$) satisfied.

Akaike (AIC) (Akaike, 1974; Akaike, 1987) e o Critério Bayesiano de Schwarz (SBC) (Schwarz, 1978; Sclove 1987) que são critérios para selecionar o melhor modelo entre os modelos candidatos. O modelo que produz o menor valor tanto de AIC quanto de SBC é considerado o melhor. Esta tabela mostra as estimativas de $-2\text{Log}L$, de AIC e de SBC do modelo sem covariáveis, ou seja, somente com β_0 e do modelo com covariáveis e mostra que as covariáveis são importantes para o modelo pois as estimativas dos testes apresentaram menor valor para este modelo com covariáveis.

Tabela 4.4: Medidas referentes ao ajuste do modelo dadas pelo Log de verossimilhança, pelo Critério Bayesiano de Schwarz (SBC) e pelo Critério de Informação de Akaike (AIC).

Model Fit Statistics		
Criterion	Without	With
	Covariates	Covariates
-2Log L	1280,936	872,291
AIC	1280,936	878,291
SBC	1280,936	889,481

A próxima tabela apresenta os testes de Verossimilhança, Score e Wald. Como a tabela (4.4) mostrou que as covariáveis são importantes para o modelo aplica-se os testes *Likelihood Ratio*, *Score* e *Wald* os quais testam a hipótese nula de que os três coeficientes de interesse são simultaneamente iguais a zero. Como interpretação do p-valor ($p - \text{valor} < 0,0001$), rejeitamos a hipótese nula, ou seja, pelo menos um

$\beta_i, i = 1, 2, 3$ difere de zero.

Tabela 4.5: Testes *Likelihood Ratio*, *Score* e *Wald* para testar a hipótese de nulidade $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$.

Testing Global Null Hypothesis: $\beta = 0$ ($H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$)			
Testing	Chi-square	DF	Pr>ChiSq
Likelihood Ratio	408,645	3	< .0001
Score	361,039	3	< .0001
Wald	258,129	3	< .0001

Na tabela (4.6) vemos que os três coeficientes influenciam na escolha do consumidor ($p - valor < 0,0001$).

Tabela 4.6: Estimativas dos parâmetros e das razões de escolha de tratamentos que se obtém na mudança dos níveis de um fator mantendo os outros fixados.

Analysis of Maximum Likelihood Estimates						
Fator	DF	Parameter Estimate	Standard Error	Chi-Square	Pr>ChiSq	Razão de Escolhas
Preço	1	-2,565	0,221	134,400	< .0001	0,077
Cor	1	-1,047	0,130	64,958	< .0001	0,351
Marca	1	-0,980	0,128	58,771	< .0001	0,375

As razões de escolhas apresentadas na tabela (4.6) são calculadas e interpretadas da seguinte forma:

- $RE_1(E, A) = \frac{0,0385}{0,4999} = 0,077$, para facilitar a interpretação podemos fazer,
 $RE_1(A, E) = \frac{1}{RE_1(E, A)} = 12,98$ de onde concluímos que, a probabilidade de

escolher o produto A é quase 13 (treze) vezes maior do que a probabilidade de escolher o produto E .

- $RE_2(B, D) = \frac{1}{RE_2(D, B)} = 2,84$, logo, a probabilidade de escolher o produto B é quase 3 (três) vezes maior do que a probabilidade de escolher o produto D e;

- $RE_3(A, B) = \frac{1}{RE_3(B, A)} = 2,66$, logo, a probabilidade de escolher o produto A é quase 3 (três) vezes maior do que a probabilidade de escolher o produto B .

Da mesma forma como podemos concluir baseado na tabela (4.2) que o produto A com a combinação preço baixo, cor preta e marca X_1 é o preferido pelos consumidores é possível visualizar baseado na tabela (4.6) que este também é o mais escolhido pelos consumidores na simulação.

Na tabela (4.7) apresenta-se as estimativas da probabilidade de escolha dos tratamentos em estudo.

Tabela 4.7: Probabilidades estimadas e observadas (frequência de escolha), associadas às diversas alternativas dos tratamentos.

Preco	Cor	Marca	Prob. Est.	Prob. Obser.
baixo	preto	X_1	0,4999	0,74
baixo	preto	X_2	0,1875	0,31
baixo	branco	X_1	0,1754	0,29
baixo	branco	X_2	0,0658	0,09
alto	preto	X_1	0,0385	0,07
alto	preto	X_2	0,0144	0,02
alto	branco	X_1	0,0135	0,02
alto	branco	X_2	0,0051	0

Conforme esperado observa-se que a maior probabilidade de escolha está associada ao produto que também teve maior preferência como visto na ANCF, visto que as maiores notas foram atribuídas escolhas.

As probabilidades observadas apresentadas na Tabela 4.7 correspondem às frequências de escolhas observadas e estão sujeitas a fatores aleatórios não controlados na pesquisa.

Com o objetivo prioritário de compreender o processo de tomada de decisão do consumidor a ANCF considera que a tarefa de julgamento baseada em ordenação captura as escolhas do consumidor. Entretanto, pesquisadores argumentam que essa não é a forma mais realista de descrever um processo de decisão real e outros apontam para a falta de teoria formal que conecte esses julgamentos com escolha.

A ANCFE surgiu com a finalidade de suprir esses problemas, pois todos concordam que a ANCFE é mais representativo do real processo de selecionar um produto a partir de um conjunto de produtos competitivos. Além disso, a ANCFE oferece a opção de não escolher qualquer um dos estímulos apresentados o que permite a contração do mercado se todas as alternativas em um conjunto são sem atrativos ao contrário da ANCF que considera que as preferências dos consumidores sempre serão alocadas ao conjunto de estímulos.

Capítulo 5

Considerações Finais

A personalização de produtos e serviços exigem altos custos e por isso as organizações orientadas para o mercado não têm condições de atender individualmente cada consumidor. No entanto, observa-se uma tendência crescente dessas organizações em focalizar seus esforços em segmentos cada vez menores de consumidores que respondem, ou poderiam responder, positivamente às ofertas das organizações e, portanto, há a necessidade de modelos que permitam, antes do comprometimento de recursos das organizações, caracterizar as preferências do consumidor de forma mais precisa e aproveitar este conhecimento na identificação de ações lucrativas focalizadas neste.

No texto desta dissertação mostraram-se em detalhes como foi desenvolvido e como pode ser ajustado o modelo utilizado na Análise Conjunta de Fatores Baseada em Escolhas (*Choice Based Conjoint Analysis*)(ANCFE), que é uma alternativa da Análise Conjunta de Fatores (*Conjoint Analysis*)(ANCF), para a qual há uma carência de publicações, principalmente na literatura Brasileira.

Após a apresentação e comparação das metodologias ANCF e ANCFE, o estudo pode auxiliar as organizações na identificação de oportunidades de mercado e na formulação e avaliação de estratégias alternativas de marketing para melhor aproveitar as oportunidades que possam surgir.

Algumas sugestões para a complementação deste trabalho,

1. Em relação à modelagem, sugere-se o estudo dos modelos ordinais no qual o respondente informa uma ordenação de suas preferências.
2. Ainda em relação a modelagem, a inferência Bayesiana possui a característica de possibilitar a incorporação de conhecimento prévio do pesquisador em relação ao problema abordado. Nesse sentido sugere-se o estudo do modelo e a estimação utilizando a inferência Bayesiana, que poderá flexibilizar a modelagem por possibilitar que se incorpore mais parâmetros ao modelo, para contemplar outros efeitos tais como a interação entre fatores ou ainda características demográficas do respondente.

Referências Bibliográficas

- [1] ABADIO, F. D. B. **Efeito de diferentes fatores de informação da embalagem de suco de abacaxi (ananas comosus l. merr) no comportamento do consumidor** 59 p. Tese (Mestrado em Ciência e Tecnologia de Alimentos) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica - RJ, (2003).
- [2] AGRESTI, A. **Categorical Data Analysis**, John Wiley & Sons, New York, 558p., (1990).
- [3] AKAIKE, H. **A new look at the statistical model identification**, IEEE Transactions on Automatic Control, (1974).
- [4] AKAIKE, H. **Factor Analysis and AIC**, Psychometrika, (1987).
- [5] AMEMIYA, T., **Qualitative Response Models: A Survey**, Journal of Economic Literature, 19, p. 1483-1536, (1981).
- [6] ANDRADE, D. F.; OGLIARI, P. J. **Estatística para as ciências agrárias e biológicas: com noções de experimentação** Florianópolis: Editora da UFSC, 432 p., (2007).
- [7] ARTES, R. **Análise de preferência “conjoint analysis”**. 189 p. Tese (Mestrado em Estatística Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, (1991).
- [8] ARENALES, S.; DAREZZO, A. **Cálculo Numérico: Aprendizagem com apoio de Software** São Paulo, Thomson Learning, 2008.
- [9] BEN-AKIVA, M. e S. R. Lerman, **Discrete Choice Analysis**. MIT Press, Cambridge, MA, (1985).

- [10] BRITO, André Nozawa. **Aplicação de um procedimento com preferência declarada para estimativa do valor do tempo de viagem de motoristas em uma escolha entre rotas rodoviárias pedagiadas e não pedagiadas** A.N. Brito. – ed.rev. – São Paulo, 185 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes, (2007).
- [11] BRONSON, Richard. **Pesquisa operacional**. São Paulo, McGraw-Hill, (1985).
- [12] BURTON, M.; Rigby, D.; Young, T.; James, S. **Consumer attitudes to genetically modified organisms in food in the uk**. European Review of Agricultural Economics, v.28,n.4,p.479-498,(2001).
- [13] CARLSSON, F.; Frykblom, P.; Lagerkvist, C.J. **Consumer Willingness to pay for farm animal welfare: mobile abattoirs versus transportation to slaughter**. (2007)
- [14] CARNEIRO, J. D. S. **Estudo dos fatores da embalagem e do rótulo de cachaça no comportamento dos consumidores**. 109 p. Tese (Doutorado em Ciência e Tecnologia de Alimentos) - Universidade Federal de Viçosa - Viçosa - MG, (2007).
- [15] CARNEIRO, J. D. S. **Impacto da embalagem de óleo de soja na intenção de compra do consumidor, via conjoint analysis**. 80 p. Tese (Mestrado em Ciência e Tecnologia de Alimentos) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG, (2002).
- [16] CARNEIRO, J. D. S.; Silva, C. H. O.; Minim, V. P. R. **Análise Conjunta de Fatores**. In: MINIM, V. P. R. (Ed.). *Análise sensorial: estudos com consumidores*. Viçosa: Editora UFV, Cap. 6, p. 127-172, (2006).
- Carroll CARROLL, J.D. e Green, P.E. **Psychometric methods in marketing research: Part I, Conjoint analysis**. Journal of Marketing Research, 23 (November), 385-391, (1995).
- [17] CASELLA, G.; BERGER, R. L. **Statistical inference**. California: Editora Duxbury. 2ed, 660 p.,(2002).
- [18] CASTRO, L. R. K. **Valor percebido como ferramenta para tomada de decisão: uma aplicação na indústria hoteleira utilizando a análise conjunta**. 187 p. Tese (Mestrado em Engenharia de Produção) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, (2006).

- [19] CHURCHILL, Jr., Gilbert A. **Marketing research: methodological foundation**. Orlando: The Dryden Press, (1999).
- [20] Córdova, Luis Alberto Aguilar. **Um Modelo Desagregado De Escolha Discreta para a Análise das Preferências do Mercado: Uma Abordagem Bayesiana**, 130 p. Dissertação (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, (2002)
- [21] DA SILVA, F. A. B.; **Modelos Paramétricos de Escolha Discreta Aplicados à Receita Médica e Automedicação no Continente Português**, Mestrado em: Econometria Aplicada e Previsão, (2004).
- [22] DANTAS, M. I. S. **Impacto da embalagem de couve (Brassica oleracea cv. acephala) minimamente processada na intenção de compra do consumidor**. 77p. Tese (Mestrado em Ciência e Tecnologia de Alimentos) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG, (2001).
- [23] DELLA LUCIA, S. M. **Métodos estatísticos para a avaliação da influência de características não sensoriais no comportamento do consumidor**. 135 p. Tese (Doutorado em Ciência e Tecnologia de Alimentos) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa - MG, (2008).
- [24] DEMÉTRIO, C. G. B.; **Modelos Lineares Generalizados em Experimentação Agronômica**. (2002)
- [25] DUTRA, N. G. S., et al. **Aplicação de Técnicas de Preferência Declarada na Identificação de Características Relevantes sob a Ótica dos Usuários do Sistema Bancário**, (2002). Disponível em: http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENEGEP2002_TR26_0801.pdf Acesso em: 05 abril. 2009.
- [26] ENNEKING, U. **Willingness-to-pay for safety improvements in the German meat sector: the case of the Q&S label**. European Review of Agricultural Economics, v.31, n.2, p.205-223, (2004).
- [27] ENNEKING, U.; NEUMANN, C.; HENNEBERG, S. **How important intrinsic and extrinsic product attributes affect purchase decision. Food Quality and Preference**. (2007)

- [28] FERREIRA, D. F. **Estatística básica** Lavras: Editora UFLA, 664 p., (2005).
- [29] FONSECA, M. C. P.; SALAY, E. **Opinião de consumidores dos município de Campinas (SP) sobre riscos à saúde provenientes de alimentos**. Disponível em www.unicamp.br/nepa/arquivo_san/Opinio_de_Consumidores_e_riscos_alimentares.pdf, acesso em 15 ago. (2008).
- [30] GALLANT, A. R, NYCHKA, D. W. **Semi-Nonparametric Maximum Likelihood Estimation** *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, (1987)
- [31] GALLANT, A.R; **Nonlinear Statistical Models**, New York: John Wiley and Sons, Inc, forthcoming, (1984).
- [32] GREEN, P. E.; Wind, Y. **New way to measure consumer's judgments**. *Harvard Business Review*. July-August, p. 107-117, (1975).
- [33] GREEN, P. E.; Srinivasan, V. **Conjoint Analysis in Consumer Research: Issues and Outlook**. *Journal of Consumer Research*. v. 5 , September, p. 103-123, (1978).
- [34] GREEN, P. E.; Srinivasan, V. **Conjoint Analysis in Marketing: New Developments with Implications for Research and Practice**. *Journal of Marketing*. October, p. 3- 19, (1990).
- [35] GREEN, P.E.; Krieger, A.M. **Individualized hybrid models for conjoint analysis**. *Management Science*. v. 42, p. 850-867, (1996).
- [36] GREEN, P.E. e Srinivasan, V. **Conjoint analysis in marketing: New developments with implications for research and practice**. *Journal of Marketing*, 54 (Oct), 3-19, (1990).
- [37] GREEN, P.E. e Rao, V.R. **Conjoint measurement for quantifying judgmental data**. *Journal of Marketing Research*, 8, 355-363, (1971).
- [38] GREENE, J. J. **High School Graduation Rates in the United States, Manhattan Institute, Center for Civic Innovation, November 2001 (Revised, April 2002)**. Available online: http://www.manhattan-institute.org/pdf/cr_bao.pdf

- [39] GOLDSTEIN, M. **Modelos integrativos de comportamento do consumidor: análise crítica e perspectivas**. São Paulo, 151 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, (1997).
- [40] HAIR, J.; ANDERSON, R. E.; TATHAM, R. L.; BLACK, W. C. **Conjoint Analysis**. In: Hair Junior; Anderson, R. E.; Tatham, R. L.; Black, W. C. *Multivariate data analysis with readings* . 4 ed. Englewood Cliss/ New Jersey: Prentice Hall, P. 556-615, (1995).
- [41] HAIR, J. F., R. E. Anderson, R. L. Tatham e W. C. Black, **Multivariate Data Analysis**, NJ: Prentice Hall, Englewood Cliffs, (1998).
- [42] HENRIQUE, J. L.; Buss, C., **Teste de conceito de novo produto utilizando Conjoint Analysis**, (2003).
- [43] Hu, W.; HUNNEMEYER, A.; VEEMAN, M.; ADAMOWICZ S., L. **Trading off health, environmental and genetic modification attributes in food**. (2004)
- [44] INTELLIQUEST - **Information Solutions For Global Technology Marketing. Preference Structure Me Techniques - A Guide dor Designing and Interpreting Conjoint Studies**. 2.ed. Austin: American Marketing Association, s.d. 29p. (Marketing Research Techniques Series).
- [45] JUPI, V. S.; RODRIGUES, M. A., **O comportamento do consumidor: Fatores que influenciam em sua decisão de compra**, Revista de Administração Nobel, N° 03, p. 59-70, jan./jun.(2004)
- [46] KROES, ERIC P. e SHELDON, R. J., **Stated Preference Methods - An Introduction**, Journal of Transport Economics and Policy, (January), p. 11-20, (1988).
- [47] KOHLI, R. **Assessing Attribute Significance in Conjoint Analysis: Nonparametric Tests and Empirical Validation; Journal of Marketing Research**, v. 25, no. 2 p. 123-133, (1988).
- [48] KUHFIELD, W. F. **Marketing Research Methods in SAS: Experimental design, Choice, Conjoint and Graphical Techniques**. (2009)
- [49] LILIEN, G. L.; Kotler, Philip; Moorthy, K. Sridhar. **Marketing models**. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, (1992).

- [50] LOBO, Débora da Silva. **Dimensionamento e Otimização Locacional de Unidades de Educação Infantil**, 200f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, (2003). Disponível em: <http://teses.eps.ufsc.br/defesa/pdf/4376.pdf> Último acesso em: 15 outubro, 2009.
- [51] LOCKSHIN, L.; JARVIS, W.; D'HAUTEVILLE, F.; PERROUTY, J.P. **Using simulations from discrete choice experiments to measure consumer sensitivity to brand, region, price and awards in wine choice**. (2006)
- [52] LOUVIERE, J.J. e GAETH, G.J. **Decomposing the determinants of retail facility choice using the method of hierarchical information integration: A supermarket illustration**. *Journal of Retailing*, 63, 25-48, (1987).
- [53] LOUVIERE, J.J. **Hierarchical information integration: A new method for the design and analysis of complex multiattribute judgment problems**. In T.C. Kinnear (Ed.), *Advances in consumer research* (No. , pp. 148-155). Provo, UT: Association of Consumer Research, (1984).
- [54] LOUVIERE, J., Hensher, D. e Swait, J. **Conjoint preference elicitation methods in the broader context of random utility theory preference elicitation methods**. In A. Gustafsson, A. Herrmann e F. Huber (Eds.), *Conjoint measurement - methods and applications* (pp. 279-318). Berlin: Springer, (2000).
- [55] LOUVIERE, J.J. & Gaeth, G.J. **A comparison of rating and choice responses in conjoint analysis**. In R.M. Johnson (Ed.), *Proceedings of the Sawtooth Software Conference of Perceptual Mapping, Conjoint Analysis, and Computer Interviewing* (No. 2, pp. 59-73). Ketchum, ID: Sawtooth Software, (1988).
- [56] LUCE, R.D.; TUKEY, J.W. **Simultaneous conjoint measurement: A new type of fundamental measurement**. *Journal of Mathematical Psychology*, v.1, n.1, p.1-27, (1964).
- [57] LUCE, R. D. **The choice axiom after twenty years**. *Journal of Mathematical Psychology* 15, 215-233, (1977).
- [58] MAGALHÃES, M. N. **Probabilidade e variáveis aleatórias** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2ed, 428 p., (2006).

- [59] MEYER, Robert J. e Kahn, Barbara E. **Probabilistic models of consumer choice behavior**. In: Robertson, Thomas S. e Kassarijian, Harold H. Handbook of consumer behavior. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, (1991).
- [60] MINIM, V. P. R. **Análise sensorial: estudos com consumidores**. Viçosa: Editora UFV, 2006. 225p.
- [61] McFADDEN, D. **Econometric Models for Probabilistic Choice among Products**, Journal of Business, 53, p. 13-29, (1980).
- [62] McFADDEN, D. **Econometric Analysis of Qualitative Response Models**, in GRILICHES Z. e M. D. INTRILIGATOR (eds.), Handhook of Econometrics, Vol. 2, Amsterdam: North-Holland, (1984).
- [63] McFADDEN, D. **Conditional logit analysis of qualitative choice behavior**. pp. 105-142 in Frontiers in Econometrics, ed. by P. Zarembka. New York:Academic Press,(1974)
- [64] PHILIP. **Administração de Marketing: A edição do Novo Milênio**, 10° ed. 2° reimpressão, São Paulo-SP: Prentice Hall, Cap-4, p. 121-140 e Cap-11, p.349-363, (2000).
- [65] SAS Institute Inc., SAS Technical Report R-109, **Conjoint Analysis Examples**, Cary, NC: SAS Institute Inc., 85 p., (1993).
- [66] SCLOVE, S. L. **Application of model-selection criteria to some problems in multivariate analysis**. Psychmetrika, (1987).
- [67] Schwarz, G. **Estimating the Dimension of a Model**, The Annals of Statistics, Vol. 6, No. 2, pp. 461-464, (1978).
- [68] SILVA, C. H. O. **A proposed framework for establishing optimal genetic designs for estimating narrow-sense heritability**. Dissertation (Doctor of Philosophy in Statistics) North Carolina State University - North Carolina, (2000).
- [69] SIQUEIRA, J. O. **Mensuração da estrutura de preferência do consumidor: uma aplicação da conjoint analysis em marketing**, 250 p. Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, (2000).

- [70] SPERS, E. E.; SAES, M. S. M.; SOUZA, M. C. M. **Análise das preferências do consumidor brasileiro de café: um estudo exploratório dos mercados de São Paulo e Belo Horizonte.** Disponível em www.rausp.usp.br/download.asp?file=V390153.pdf, acesso em 15 ago. 2008.
- [71] TOUBIA, O.; Hauser, J. R.; Simester, D. I. **Polyhedral Methods for Adaptive Choice-Based Conjoint Analysis**, (2003)
- [72] TRAIN, K. **Qualitative Choice Analysis**, (1993).
- [73] TRINDADE, A. L. G; ROTONDARO, R. G. **Modificação da escala de classificação por postos utilizada em Análise Conjunta para aprimorar o modelo obtido por regressão com variáveis dummy.** Revista Produção Online, v. 4, p. 2678-2685, 2004.
- [74] VARIAN, H. **Intermediate Microeconomics: A Modern Approach**, Norton, New York, 5th edition, (1999).
- [75] VIEIRA, V. A. **Consumerismo: Uma revisão nas áreas de influencia do comportamento do consumidor.** In. Trabalho Acadêmico do Curso de Administração de Empresas e Comércio Exterior da Universidade Paranaense (UNIPAR) Campus Francisco Beltrão-Pr, (2004).
- [76] WITTINK, D.R., Vriens, M. e Burhenne, W. **Commercial use of conjoint analysis in europe: Results and critical reflections.** International Journal of Research in Marketing, 11, 41-52, (1994).

Apêndice A

Comandos do SAS (versão 9.1) utilizados para gerar dados correspondentes as notas de aceitação ou de intenção de compra atribuídas por 200 consumidores para 8 alternativas de um produto hipotético (tratamento)

```
options ls=78 ps=60 NODATE PAGENO=1; title 'Escolha de um produto hipotético';
```

```
/* Definição dos fatores e seus níveis */
```

```
proc format; value Preco 0 = 'baixo' 1='alto'; value Cor 0 = 'preto' 1='branco'; value Marca 0 = ' X ' 1=' Y '; run;
```

```
/* Gerando os tratamentos, que são combinações dos níveis dos fatores e a quantidade de consumidores que farão parte do estudo */
```

```
data teste; format Preco Preco. Cor Cor. Marca Marca.; do cons = 1 to 200; do Preco = 0 to 1; do Cor = 0 to 1; do Marca = 0 to 1; if (Preco=0) and (Cor=0) and(Marca=0) then trat='A'; if (Preco=0) and
```

```
(Cor=0) and(Marca=1) then trat='B'; if (Preco=0) and (Cor=1)
and(Marca=0) then trat='C'; if (Preco=0) and (Cor=1) and(Marca=1)
then trat='D'; if (Preco=1) and (Cor=0) and(Marca=0) then trat='E';
if (Preco=1) and (Cor=0) and(Marca=1) then trat='F'; if (Preco=1)
and (Cor=1) and(Marca=0) then trat='G'; if (Preco=1) and (Cor=1)
and(Marca=1) then trat='H'; output; end; end; end; end; run;
```

```
/* Nesta simulação ao invés de se fixar valores beta (CP) optou-se
por estabelecer valores para o componente determinístico de cada
tratamento, geramos valores com distribuição normal média 0 e
variância 1, consideramos como erro aleatório a parte inteira dos
valores gerados e definimos a utilidade como sendo o valor absoluto
da soma da parte determinística com o erro aleatório*/
```

```
data a; set teste; IA=(trat='A'); IB=(trat='B');IC=(trat='C');
ID=(trat='D'); IE=(trat='E'); IF=(trat='F');IG=(trat='G');
IH=(trat='H'); UA=7; UB=6.5; UC=6; UD=5.5; UE=5; UF=4.5; UG=4; UH=3;
e =normal(1239); e1=floor(e); DU = IA*UA + IB*UB + IC*UC + ID*UD +
IE*UE + IF*UF + IG*UG + IH*UH; U = int(DU + e1); run;
```

```
/* Escolhendo o valor maximo da utilidade atribuido por todos os
consumidores do estudo a cada tratamento*/
```

```
proc means data=a nway noprint max;
class cons ;
var U;
output out=outmn(drop=_TYPE_ _FREQ_) max=mx_U;
run;
```

```
proc sort data=a;
by cons ;
run;
```

```

proc sort data=outmn;
  by cons ;
run;

/* Transformando o valor máximo na escolha do consumidor*/

data join;
merge a(in=a) outmn(in=b);
  by cons ;
escolha=(U-mx_U)=0; t = 2 - escolha; run;

proc print data=join; var cons trat U mx_U escolha; run;

proc sort data=join; by trat cons; run;

proc freq data=join; tables trat*escolha; run;

proc means data=join; var escolha; by trat; run;

/*Simulação da ANCF*/

proc transreg data=join maxiter=50 utilities short; * data=a;
  ods select ConvergenceStatus FitStatistics Utilities;
  model linear(U) =
                class(Preco Cor Marca / zero=sum);
  output ireplace predicted;

run;

/* Simulação da ANCFE*/

```

```

proc phreg data=join outest=betas;
  strata cons;
  model t * escolha(0) = Preco Cor Marca;
  run;
proc print data=betas;
  run;

data p; set join;
retain sum 0;
set a end=eof;
if _n_ = 1 then
  set betas(rename=(Preco=b1 Cor=b2 Marca=b3));
keep Preco Cor Marca p;
array x[3] Preco Cor Marca;
array b[3] b1-b3;

* criar x * b para cada combinação;
p = 0;
do j = 1 to 3;
  p = p + x[j] * b[j];
end;

* Exponenciar x * b e depois somar;
p = exp(p);
sum = sum + p;

* Output a soma exp(x * b);
if eof then call symput('sum',put(sum,best12.));
run;

* Dividir cada exp(x * b) pela soma exp(x * b);
data p;

```

```
set p;  
p = p / (&sum);  
format Preco Preco. Cor Cor. Marca Marca.;  
run;  
proc sort; * ordenar p do maior pro menor;  
by descending p;  
run;  
proc print;  
run;
```


Apêndice B

Comandos do SAS (versão 9.1) utilizados para implementar o exemplo da ANCFE apresentado no capítulo 3

```
data a; input trat$ franquia cobertura; cards; A 0 0 B 1 0 C 0 1 D 1
1 ; run;
```

```
data c; do cons = 1 to 30;
  do trat = 'A', 'B', 'C', 'D'; * 5A, 8B, 7C, 10D;
  if (cons =1) or (cons =2) or (cons =3) or (cons =4) or (cons=5)
  then escolha=(trat in ('A')); if (cons =6) or (cons =7) or (cons
=8) or (cons =9) or (cons=10) or (cons =11) or (cons =12) or (cons
=13) then escolha=(trat in ('B')); if (cons =14) or (cons =15) or
(conse =16) or (cons =17) or (cons =18) or (cons=19) or (cons =20)
then escolha=(trat in ('C')); if (cons =21) or (cons =22) or (cons
=23) or (cons =24) or (cons =25) or (cons=26) or (cons =27) or
(conse =28) or (cons =29) or (cons =30) then escolha=(trat in
('D')); output;end; end; run; proc print data=c; run;
```

```
proc sort data=a; by trat; run; proc sort data=c; by trat cons; run;
data dados; merge a c; by trat; run;
```

```
proc print data=dados; var cons trat franquia cobertura escolha;
run;
```

```
proc freq data=dados; tables trat*escolha; run;
```

```
data dados; set dados; escolha2=2-escolha; run; proc phreg
data=dados nosummary outest=betas; model escolha2 = franquia
cobertura/ ties = discrete; strata cons; title ' choice based
conjoint analysis '; title2 ' exemplo tese MS'; run;
```

```
data p;
  retain sum 0;
  set a end=eof;
  if _n_ = 1 then
    set betas(rename=(franquia=b1 cobertura=b2));
  *keep trat sens rad price p; *OU;
  keep trat franquia cobertura p;
  array x[2] franquia cobertura;
  array b[2] b1-b2;

  * criar x * b para cada combinação;
  p = 0;
  do j = 1 to 2;
    p = p + x[j] * b[j];
  end;

  * calcular Exp(x * b) e somar ;
```

```

p    = exp(p);
sum = sum + p;

* Output sum exp(x * b);
if eof then call symput('sum',put(sum,best12.));
run;

*proc print data=p; * neste ponto tem-se p=exp(xb);
run;

proc format;
  value franqf  0 = 'baixa'      1 = 'alta' ;
  value coberf  0 = 'pequena'   1 = 'total' ;

run;

* Dividir cada exp(x * b) por sum exp(x * b);
data p;
  set p;
  p = p / (&sum);
  format franquia franqf. cobertura coberf. ;
run;

* ordenar do maior pro menor valor de p;
proc sort;
  by descending p;
run;

proc print data=p;

run;

```

Apêndice C

Comandos do MAPLE 12, versão de avaliação, utilizados para implementar o algoritmo de Newton-Raphson e determinar os valores dos betas no exemplo de aplicação da ANCFE..

```
> #Iniciamos o programa com restart para apagar tudo que está na memória do Mapl
> restart;
> #Pacotes para trabalhar com álgebra linear;
> with(linalg):
> with(LinearAlgebra):
> #n[i]=Número de pessoas que escolheram o tratamento i=1,2,3,4.
> n[1]:=5:n[2]:=8:n[3]:=7:n[4]:=10:
> #Definindo o vetor formado pelas escolhas de todos os tratamentos;
> v := Vector([n[1],n[2],n[3],n[4]]):
> #Total de consumidores que participaram da pesquisa;
> S:=(sum('v[k]',k=1..4));
> #Níveis dos fatores;
> x[11]:=0;x[12]:=1;x[21]:=0;x[22]:=1;
> #Matriz dos tratamentos;
> m:=Matrix([[x[11],x[21]], [x[12],x[21]], [x[11],x[22]], [x[12],x[22]]]);
```

```

> #Matriz dos parâmetros;
> mbet:=Matrix([[beta[1],beta[2]]]);
> #Transposta da matriz dos parâmetros;
> transmbet:=Transpose(mbet);
> #Produto da matriz dos tratamentos com a matriz dos parâmetros;
> M:=MatrixMatrixMultiply(m, transmbet);
> X[1]:=M[1,1]:
> X[2]:=M[2,1]:
> X[3]:=M[3,1]:
> X[4]:=M[4,1]:
> v1 := Vector([exp(X[1]),exp(X[2]),exp(X[3]),exp(X[4])]);
> Soma[X[j]]:=(sum('v1[k]',k=1..4));
> #Probabilidades de escolha de cada tratamento;
> P[1]:=exp(X[1])/Soma[X[j]];
> P[2]:=exp(X[2])/Soma[X[j]];
> P[3]:=exp(X[3])/Soma[X[j]];
> P[4]:=exp(X[4])/Soma[X[j]];
> #Definindo a função de Máxima Verossimilhança;
> L:=(P[1]^n[1])*(P[2]^n[2])*(P[3]^n[3])*(P[4]^n[4]);
> #Função log de verossimilhança;
> LogL:=ln(L);
> #Gráfico 3d da função log de verossimilhança;
> smartplot3d[beta[1], beta[2]]( LogL );
> #Estimativas dos parâmetros;
> R := Optimization[Maximize]( LogL );
> #Pacote para trabalhar com matriz Hessiana;
> with(VectorCalculus):
> #Definindo a matriz Hessiana;
>
> H:=Hessian( LogL, [beta[1],beta[2]] );
> whattype(H);
> G:=Jacobian( [LogL], [beta[1],beta[2]] );

```

```

> whattype(G);
> Hinv:=(-1)*MatrixInverse(<<H(1,1),H(1,2)>|<H(2,1),H(2,2)>>);
> dif(L1c1):=Hinv[1,1];
> dif(L1c2):=Hinv[1,2];
> #dif(L1c3):=Hinv[1,3]:
> dif(L2c1):=Hinv[2,1];
> dif(L2c2):=Hinv[2,2];
> P1:=dif(L1c1)*diff(LogL,beta[1])+dif(L1c2)*diff(LogL,beta[2]):
> P2:=dif(L2c1)*diff(LogL,beta[1])+dif(L2c2)*diff(LogL,beta[2]):
> #Aproximação de Taylor de primeira ordem da função gradiente;
> F1:=beta[1]+P1:
> F2:=beta[2]+P2:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> #Chute inicial para determinar os parâmetros dos modelos e
> #as 10 primeiras aproximações para estes;
> x[0] := 1.0:
> y[0] := 1.0:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> solve( {F11=beta[a1],F22=beta[a2]} );
>
> x[0] := 0.3334149328:
> y[0] := 0.1638762253:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> solve( {F11=beta[b1],F22=beta[b2]} );
>
> x[0] := 0.4050081140:
> y[0] := 0.2677265572:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):

```

```

> solve( {F11=beta[c1],F22=beta[c2]});
>
> x[0] := 0.4054650864:
> y[0] := 0.2682639673:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> solve( {F11=beta[d1],F22=beta[d2]});
> x[0] := 0.4054651065:
> y[0] := 0.2682639863:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> solve( {F11=beta[e1],F22=beta[e2]});
> x[0] := 0.4054651078:
> y[0] := 0.2682639863:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> solve( {F11=beta[f1],F22=beta[f2]});
> x[0] := 0.4054651091:
> y[0] := 0.2682639883:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> solve( {F11=beta[g1],F22=beta[g2]});
> x[0] := 0.4054651071:
> y[0] := 0.2682639857:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> solve( {F11=beta[h1],F22=beta[h2]});
> x[0] := 0.4054651084:
> y[0] := 0.2682639857:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> solve( {F11=beta[i1],F22=beta[i2]});

```

```

> x[0] := 0.4054651097:
> y[0] := 0.2682639877:
> F11:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F1):
> F22:=subs(beta[1]=x[0],beta[2]=y[0],F2):
> solve( {F11=beta[j1],F22=beta[j2]});
> restart;
> with(linalg):
> with(LinearAlgebra):
>
> a:=beta[1]=0.4054651097;b:=beta[2]=0.2682639870;
> P[1] := 1/(1+exp(beta[1])+exp(beta[2])+exp(beta[1]+beta[2]));
> P[2] := exp(beta[1])/(1+exp(beta[1])+exp(beta[2])+exp(beta[1]+beta[2]));
> P[3] := exp(beta[2])/(1+exp(beta[1])+exp(beta[2])+exp(beta[1]+beta[2]));
> P[4] := exp(beta[1]+beta[2])/(1+exp(beta[1])+exp(beta[2])+exp(beta[1]+beta[2]));
>
> #Probabilidades de escolhas associadas a cada tratamento;
> w1:=subs(a,b,P[1]):
> evalf(%);
> w2:=subs(a,b, P[2] ):
> evalf(%);
> w3:=subs(a,b, P[3] ):
> evalf(%);
> w4:=subs(a,b, P[4] ):
> evalf(%);
>
> v2 := Vector([w1,w2,w3,w4]);
> Soma[w[j]] :=(sum('v2[k]',k=1..4));

```