

**ELISÂNGELA APARECIDA DE OLIVEIRA**

**MÉTODOS ALTERNATIVOS PARA ESTIMAR TAMANHO ÓTIMO DE  
PARCELAS EXPERIMENTAIS:  
UMA APLICAÇÃO NA CULTURA DA BANANEIRA**

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa,  
como parte das exigências do  
Programa de Pós-Graduação em  
Estatística Aplicada e Biometria, para  
obtenção do título de *Magister  
Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS – BRASIL  
2011

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e  
Classificação da Biblioteca Central da UFV**

T

O48m  
2011

Oliveira, Elisângela Aparecida de, 1981-  
Métodos alternativos para estimar tamanho ótimo de  
parcelas experimentais: uma aplicação na cultura da  
bananeira / Elisângela Aparecida de Oliveira. – Viçosa,  
MG, 2010.  
xiv, 66f. : il. (algumas col.) ; 29cm.

Inclui apêndice.

Orientador: Paulo Roberto Cecon.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f. 56-61.

1. Estatística. 2. Modelos lineares (Estatística).  
3. Curvatura. 4. Biometria. I. Universidade Federal de  
Viçosa. II. Título.

CDD 22.ed. 519.5

**ELISÂNGELA APARECIDA DE OLIVEIRA**

**MÉTODOS ALTERNATIVOS PARA ESTIMAR TAMANHO ÓTIMO DE  
PARCELAS EXPERIMENTAIS:  
UMA APLICAÇÃO NA CULTURA DA BANANEIRA**

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa,  
como parte das exigências do  
Programa de Pós-Graduação em  
Estatística Aplicada e Biometria, para  
obtenção do título de *Magister  
Scientiae*.

APROVADA: 10 de fevereiro de 2011.

---

Prof. Fabyano Fonseca e Silva  
(Coorientador)

---

Prof. Fernando Luiz Finger

---

Prof. Gerson Rodrigues dos Santos

---

Prof. Paulo Roberto Cecon  
(Orientador)

**À minha mãe Maria José, fonte de exemplo nos estudos e na vida; e ao meu pai Vicente, homem trabalhador e honesto, sem os quais eu não teria chegado até aqui.**

**À minha vó Judith e aos meus irmãos Elaine, Rogério e Reginaldo, que sempre acreditaram em mim.**

## **AGRADECIMENTOS**

A DEUS, pela presença constante em minha vida e por ter permitido mais esta conquista.

Aos meus pais, pelo apoio em todos os momentos, fazendo-se sempre presentes ao longo desta caminhada, e por serem exemplos de luta e determinação para mim.

À minha família, aos meus irmãos, aos meus sobrinhos, e à minha vó, por terem estado ao meu lado sempre, incentivando-me, apoiando-me e rezando por mim nas horas mais difíceis.

Ao meu Orientador Professor e, acima de tudo, amigo Paulo Roberto Cecon, pela sábia e dedicada orientação, pelo apoio e compreensão em todos os momentos, requisitos que contribuíram para a conclusão deste trabalho. Agradeço a Deus por tê-lo colocado em minha vida, por ser essa pessoa humana, alegre e amiga, um exemplo de professor e de pessoa a ser seguido.

À Universidade Federal de Viçosa, por me acolher como estudante durante todo esse tempo.

Ao CNPq, pela bolsa de estudos.

Aos meus coorientadores Professores Fabyano Fonseca e Silva, Antonio Policarpo S. Carneiro e Sebastião Martins Filho, pelos conselhos e conhecimentos transmitidos.

Ao Pesquisador Sérgio Donato Luiz Rodrigues, pela disposição dos dados que foram trabalhados.

A todos do corpo docente do Departamento de Estatística da Universidade Federal de Viçosa, pela formação e pelos conhecimentos que me passaram.

Aos meus amigos de Ervália e de Viçosa, pela amizade, pelo companheirismo nas festas e nos estudos e pela paciência no convívio diário.

A todos os meus colegas e amigos da graduação e do mestrado, por terem-me ajudado e contribuído, direta ou indiretamente, para o alcance desta conquista.

À minha orientadora da graduação e agora amiga Lucy Tiemi Takahashi, pelo incentivo e pelas palavras de apoio que sempre me deu.

## **BIOGRAFIA**

ELISÂNGELA APARECIDA DE OLIVEIRA, filha de Vicente Paula de Oliveira e Maria José de Freitas Oliveira, nasceu no dia 16 de novembro de 1981, na cidade de Ervália, MG.

Cursou o Ensino Fundamental e Médio em sua cidade natal, onde residiu até o ingresso no ensino superior.

Em 2003, iniciou no Curso de Matemática da Universidade Federal de Viçosa (UFV), em Viçosa, MG, graduando-se em julho de 2008.

Em março de 2009, ingressou no Programa de Pós-Graduação, em nível de Mestrado, em Estatística Aplicada e Biometria do Departamento de Estatística da UFV, submetendo-se à defesa da dissertação em fevereiro de 2011.

## SUMÁRIO

	Página
RESUMO .....	viii
ABSTRACT .....	x
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. REVISÃO DE LITERATURA .....	3
2.1. A cultura da Bananeira .....	3
2.2. Tamanho ótimo de parcela .....	7
2.3. Regressão Não-Linear .....	9
2.4. Avaliadores da Qualidade de Ajuste .....	10
3. MATERIAL E MÉTODOS .....	12
3.1. Avaliações dos caracteres .....	15
3.2. Método para a determinação do tamanho ótimo de parcela .....	16
3.2.1. Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP) .....	16
3.2.1.1. Uma maneira alternativa (Método Linear) para obtenção do MLRP .....	18
3.2.2. Modelo Quadrático Segmentado com Response Platô (MQRP) .....	22
3.2.3. Modelo Não-Linear Exponencial com Response Platô (MERP) .....	24
3.2.4. Método da Máxima Curvatura Modificado (MMCM) .....	25
3.3. Estimação dos parâmetros para os modelos não-lineares .....	26



3.3.1. Método dos Mínimos Quadrados Generalizados para Modelos de Regressão Não Linear .....	26
3.3.2. Processo Iterativo de Newton .....	28
3.4. Avaliadores de qualidade de ajuste .....	29
3.4.1. Coeficiente de determinação .....	29
3.4.2. Critério de Informação de Akaike (AIC).....	30
3.4.3. Critério de Informação Bayesiano (BIC).....	30
3.5. Intervalo de Confiança para o parâmetro $X_0$ .....	31
3.6. Teste de Normalidade.....	31
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	33
4.1. Estimativas dos parâmetros para os modelos .....	34
4.2. Intervalos de Confiança para o Tamanho Ótimo de parcelas .....	49
5. CONCLUSÕES.....	53
6. REFERÊNCIAS .....	54
APÊNDICE.....	60

## RESUMO

OLIVEIRA, Elisângela Aparecida de, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2011. **Métodos alternativos para estimar tamanho ótimo de parcelas experimentais: uma aplicação na cultura da bananeira**. Orientador: Paulo Roberto Cecon. Coorientadores: Fabyano Fonseca e Silva, Antonio Policarpo S. Carneiro e Sebastião Martins Filho.

Unidade experimental, ou parcela, é a unidade que recebe a aplicação do tratamento e fornece os dados que deverão refletir o seu efeito. O tamanho ótimo de parcela experimental está diretamente relacionado com a precisão do experimento, uma vez que o tamanho apropriado reduz o erro experimental. Este trabalho teve como objetivos utilizar os métodos Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo Segmentado Quadrático com Response Platô (MQRP), Modelo Segmentado Exponencial com Response Platô (MERP) e o tradicional Método da Máxima Curvatura Modificada (MMCM), para determinação do tamanho ótimo de parcelas experimentais empregando dados reais na cultura da bananeira; comparar os métodos utilizados através dos seguintes avaliadores de qualidade de ajuste: coeficiente de determinação ( $R^2$ ), critério de informação de Akaike (AIC) e critério de informação baysiano (BIC); e obter intervalos de confiança para o Tamanho Ótimo de Parcela. O material utilizado correspondeu a um experimento em branco que foi realizado no Município de Sebastião

Laranjeiras, BA, onde foram avaliadas, em dois ciclos de produção (2006-2008), as características: altura da planta, perímetro do pseudocaule, número de folhas vivas, número de filhos emitidos e nota de sigatoka-amarela na época do florescimento. Nessa avaliação, cada planta foi julgada como uma unidade básica com área de 6 m<sup>2</sup>, perfazendo, assim, 240 unidades básicas, de cujas combinações foram formados os 19 diferentes tamanhos de parcelas. Os resultados indicaram que os valores das estimativas dos tamanhos de parcela obtidos, de forma geral, oscilaram de acordo com as características avaliadas, o ciclo de produção e os modelos utilizados. Tal oscilação correspondeu à variação de 7 a 66 plantas no primeiro ciclo e 7 a 40 no segundo. O método MERP determinou valores para as unidades básicas maiores que os do método MGRP, que por sua vez estimou valores maiores que os do método MLRP. De acordo com a qualidade de ajuste, o melhor modelo para os dados analisados foi o MERP, que estimou tamanho ótimo de parcela médio de 31 unidades básicas. O método MLRP indicou tamanho ótimo de parcela médio de nove unidades básicas e o método MGRP, tamanho ótimo de parcela médio de 22 unidades básicas. Estatisticamente, o melhor modelo seria o MERP, mas por razões de ordens práticas, uma vez que estima valores maiores para o tamanho ótimo de parcela, pode não ser viável para o pesquisador. Verificou-se que os métodos MLRP, MGRP e MERP podem ser utilizados na determinação do tamanho ótimo de parcelas experimentais. Assim, recomenda-se a utilização simultânea de mais de um método para determinação do tamanho ótimo da parcela, a fim de que o tamanho adotado atenda aos diversos fatores considerados em cada método e às necessidades do pesquisador.

## ABSTRACT

OLIVEIRA, Elisângela Aparecida de, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2011. **Alternative methods for estimating the optimum size of experimental plots: an application in banana.** Adviser: Paulo Roberto Cecon. Co-Advisers: Fabyano Fonseca e Silva, Antonio S. Polycarp Carneiro and Sebastião Martins Filho.

The experimental unit, or plot, is the unit that receives a particular treatment and provides the data which will reflect its effect. Optimum plot size is directly related to experimental accuracy, since the appropriate size reduces the experimental error. The objectives of this study were to use the methods Linear Segmented Model with Response Plateau (MLRP), Quadratic Segmented Model with Response Plateau (MQRP), Exponential Segmented Model with Response Plateau (MERP) and the traditional Modified Maximum Curvature Method (MMCM) to determine the optimum size of experimental plots using real data of banana crop; compare the methods using the following goodness of fit indices: coefficient of determination ( $R^2$ ), Akaike information criterion (AIC) and Bayesian information criterion (BIC); and obtain confidence intervals for the optimum plot size. For the study, we used data from a blank experiment conducted in the municipality of Sebastiao Laranjeiras, Bahia, in two growing seasons (2006-2008), where the following traits were evaluated: plant height, pseudostem circumference, number of live leaves, number of suckers and

yellow-Sigatoka score at flowering. At this evaluation, each plant was considered as a basic unit of 6 m<sup>2</sup>, totaling 240 basic units, whose combinations formed 19 different plot sizes. The results indicated that the estimates for plot sizes, in general, varied according to the evaluated characteristics, the production cycle and the used models. This variation corresponded to the range from 7 to 66 plants in the first cycle and 70 to 40 in the second cycle. The MERP model determined sizes for the basic units larger than the MQRP model, which, in turn, estimated larger sizes than the MLRP model. Based on the goodness of fit, the best model for the analyzed data was MERP, estimating a mean optimum plot size of 31 basic units. MLRP estimated mean optimum plot size of nine basic units and MQRP estimated a mean optimum plot size of 22 basic units. Statistically, the best model fitted was MERP, but for practical reasons, as it estimates larger optimum plot sizes, it may not be feasible for the researcher. The findings of this study indicate that the models MLRP, MQRP and MERP can be used to determine optimum plot size. Thus, we suggest the simultaneous use of more than one method for determining the optimum plot size, as it will meet the factors considered by each method and the needs of the researcher.

## 1. INTRODUÇÃO

Unidade experimental, ou parcela, é a unidade que recebe a aplicação do tratamento. É a parcela experimental que fornece os dados para serem avaliados. Como exemplos de parcelas experimentais, podem-se citar: vaso de planta, fileira de plantas, animal ou um grupo de animais. As unidades experimentais podem ser formadas por grupos de indivíduos ou por apenas um indivíduo. Por exemplo, quando se trabalha com a área agrônômica, pode-se ter apenas uma planta como unidade experimental, ou seja, apenas uma planta fornecerá a resposta do tratamento, ou, ainda, pode-se ter um conjunto de plantas em uma fileira fornecendo as informações. O uso de grupos ou indivíduos como unidades experimentais depende do fenômeno que se está estudando, da forma como o experimento é conduzido e dos recursos disponíveis. De modo geral, a escolha da unidade experimental deve ser feita de maneira a minimizar o erro experimental.

O erro experimental é a medida de variação existente entre as observações das unidades experimentais, tratadas igualmente. Em todo experimento, um dos objetivos principais é diminuir tal erro.

Sabe-se, teoricamente, que é possível aumentar a precisão experimental, aumentando também o número de repetições, uma vez que o incremento do grau de liberdade assegura estimativas mais fiéis dos efeitos de tratamentos. Entretanto, tal procedimento pode ser impraticável quando se adotam parcelas grandes. Verificou-se ainda que o tamanho da parcela é fator importante, pois, para a cultura do trigo, por exemplo, parcelas

pequenas permitem maior número de repetições em uma área, mas parcelas grandes frequentemente têm menor variância e são estatisticamente mais desejáveis (HENRIQUES NETO, 2003).

Embora se considere que, quanto maior o tamanho da parcela, menor o erro experimental e, conseqüentemente, maior a precisão do experimento, essa relação não é linear. O aumento no tamanho da parcela, inicialmente, leva a uma diminuição do erro experimental até determinado ponto, a partir do qual o ganho de precisão é muito pequeno. Daí a importância de métodos de determinação do tamanho ótimo de parcelas (PARANAÍBA, 2007).

A estimativa do tamanho ótimo de parcelas é feita por diferentes métodos, entre os quais os mais utilizados são o Método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima e o Método da Curvatura Máxima e o tradicional Método da Curvatura Modificado. Porém, métodos baseados no ajuste de modelos de regressão não lineares segmentados têm-se mostrado eficientes para determinação desse tamanho ótimo (PARANAÍBA, 2007).

É pequeno o número de trabalhos sobre determinação de tamanhos de parcela utilizando os métodos MLRP e MGRP sobre o enfoque não linear, e nada foi encontrado sobre o método MERP aplicado à cultura de bananeira nem em outras culturas.

Diante dessas considerações, este trabalho teve como objetivos:

- Utilizar os métodos MLRP, MGRP, MERP e o MMCM para determinação do tamanho ótimo de parcelas experimentais empregando dados reais na cultura da bananeira.
- Comparar os métodos utilizados por meio dos seguintes avaliadores de qualidade de ajuste: coeficiente de determinação ( $R^2$ ), critério de informação de Akaike (AIC) e critério de informação bayesiano (BIC).
- Obter intervalos de confiança para o Tamanho Ótimo de Parcelas para a cultura da bananeira.

## **2. REVISÃO DE LITERATURA**

### **2.1. A cultura da bananeira**

A banana constitui o quarto produto alimentar mais produzido no mundo, sendo superado pelo arroz, trigo e milho. É originária do Sudeste da Ásia e cultivada em 130 países, abrangendo hoje praticamente todas as regiões tropicais do planeta.

O consumo mundial anual de banana é de aproximadamente 9,1 kg/habitante e cresce a cada ano, graças ao empenho do setor produtivo na qualificação da produção e do setor mercadológico nos aspectos que envolvem a apresentação do produto e a divulgação dos benefícios para quem o consome (FAO, 2010).

Em relação às principais frutas produzidas em 2008, destacam-se a banana, melancia, maçã, laranja e uva que, juntas, responderam por 61,1% do volume total da fruticultura mundial, que foi de 705,9 milhões de toneladas. A banana foi em 2010 a fruta mais produzida no mundo, com 127,7 milhões de toneladas (SEAB/PR, 2010).

O Brasil destaca-se no mercado internacional como um dos maiores produtores de frutas. Devido à sua grande diversidade climática, o país produz desde frutas adaptadas ao clima temperado até as tipicamente tropicais. A produção de banana no Brasil em volume, em 2009, foi superada apenas pela laranja. Seu cultivo é realizado em todos os estados da federação, desde a faixa litorânea até os planaltos do interior (FAO, 2010).



Em 2008, o Brasil foi o quarto produtor mundial de banana (Tabela 1), com produção de 7,12 milhões de toneladas, em uma área aproximada de 513.656 mil hectares e produtividade média de 13,86 toneladas por hectare. Na Figura 1, encontra-se a participação, em porcentagem, dos principais países na produção mundial de banana em 2008.

Tabela 1 - Produção mundial de banana em 2008

<b>Países</b>	<b>Área colhida (ha)</b>	<b>Produção (t)</b>	<b>Rendimento (t/ha)</b>
Índia	646.900	23.204.800	35,87
Filipinas	438.593	8.687.624	19,81
China	311.106	8.042.702	25,85
Brasil	513.656	7.116.808	13,86
Equador	215.521	6.701.146	31,09
Outros	2.691.775	36.952.842	13,73
<b>Mundo</b>	<b>4.817.551</b>	<b>90.705.922</b>	<b>18,83</b>

Fonte: FAO, 2010.



Figura 1 - Participação dos principais países na produção mundial de banana em 2008.

Fonte: FAO, 2010.

O maior exportador mundial de banana é o Equador. Verifica-se que o Brasil, apesar de se destacar como um dos principais produtores, não é um grande exportador dessa fruta.

O Brasil registrou, em 2009, um total de 6,78 milhões de toneladas produzidas, em uma área de 479.614 mil hectares e produtividade média de 14,14 toneladas por hectare (Tabela 2).

A Região Nordeste destacou-se como a maior produtora, com 37,28% da produção nacional em uma área colhida de 196.391 hectares e produção total de 2,5 milhões de toneladas.

Tabela 2 - Produção brasileira de banana, por região, em 2009

<b>Regiões</b>	<b>Área colhida (ha)</b>	<b>Produção (t)</b>	<b>Rendimento médio (t/ha)</b>	<b>Participação na produção (%)</b>
Norte	74.218	812.941	10,95	11,98
Nordeste	196.391	2.529.018	12,88	37,28
Sudeste	134.905	2.230.364	16,53	32,88
Sul	53.113	975.527	18,37	14,38
Centro-Oeste	20.987	235.632	11,23	3,47
<b>Brasil</b>	<b>479.614</b>	<b>6.783.482</b>	<b>14,14</b>	<b>100,00</b>

Fonte: IBGE.

De acordo com a análise da Superintendência de Política e Economia Agrícola da Secretaria da Agricultura de Minas, a região Norte continua na liderança da produção mineira de banana, respondendo por mais de 50% da safra estadual. Os maiores produtores da fruta em 2009 foram os Municípios de Jaíba, Janaúba, Matias Cardoso, Nova Porteirinha e Varzelândia. Esse grupo produziu 229,8 mil toneladas de banana em 2009, um salto de 90,9% em relação ao período anterior, que teve o registro de 120,4 mil toneladas. Entre os municípios do norte de Minas, Janaúba destaca-se como a capital do polo fruticultor. Atualmente, existe uma área com cerca de 12 mil hectares plantados com frutas naquela região, e 67% da área irrigada

corresponde ao plantio de banana, predominantemente bananas do grupo Prata (SEAPA/MG).

Dados do IBGE apontam que a área colhida de banana no país praticamente dobrou em 40 anos (Tabela 3), em que se verificou aumento até o ano de 2000 e a partir de então ocorreu redução considerável. A Figura 2 mostra o desempenho da cultura da bananeira em termos de área colhida no Brasil no período de 1970/2009, em que é possível visualizar que o país vem perdendo área plantada nos últimos anos.

Tabela 3 - Área, produção e rendimento de banana no Brasil, no período 1970-2009

<b>Anos</b>	<b>Área colhida (ha)</b>	<b>Produção*</b>	<b>Rendimento**</b>
1970	277.744	492.900	1.775
1975	281.607	354.044	1.257
1980	371.274	448.046	1.207
1985	417.847	481.503	1.152
1990	487.883	550.561	1.128
1995	509.365	557.799	1.095
2000	524.750	566.336	1.079
2005	491.180	6.703.400	13,65
2009	479.614	6.783.482	14,14

Fonte: IBGE – Produção Agrícola Municipal, 2009.

\*até 2.000 (mil cachos) a partir de 2005 (t).

\*\* até 2.000 (cachos/ha) a partir de 2005 (t/ha).

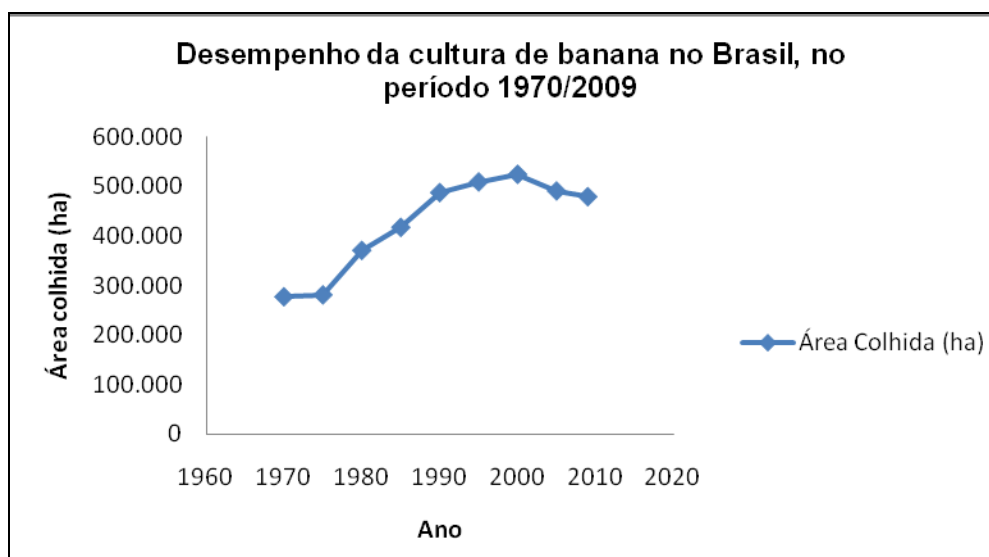


Figura 2 - Desempenho da cultura da banana no Brasil, área colhida, no período de 1970 até 2009.

Fonte: IBGE – Produção Agrícola Municipal, 2009.

Os números da Tabela 3 demonstram a importância dessa cultura na geração direta e indireta de empregos, sendo responsável pela renda de milhões de famílias brasileiras.

## 2.2. Tamanho ótimo de parcela

Na área de experimentação agropecuária, muitas vezes tem-se o interesse em determinar o tamanho, a forma e o número de repetições das parcelas experimentais. Isso porque esses fatores constituem problemas que devem ser sanados para que se possa reduzir o erro experimental decorrente da heterogeneidade das parcelas e, com isso, maximizar as informações obtidas num experimento (STEEL; TORRIE, 1960).

O controle do erro pode ser realizado por meio do uso de observações concomitantes ou simultâneas, delineamento experimental adequado e tamanho e forma de parcelas (STEEL; TORRIE, 1960).

Na avaliação de campo, a parcela corresponde, geralmente, a um conjunto de plantas cultivadas em uma faixa de terreno (STORCK et al., 2000). A produtividade é a principal característica considerada pelo

pesquisador na maioria das espécies vegetais. Em razão disso, as parcelas devem ter o número de plantas adequado que permita a estimação precisa da média dessa característica. Todavia, outras características devem ser contempladas na seleção, a exemplo das características de crescimento como altura da planta, perímetro do pseudocaule e número de folhas vivas.

A mensuração de outras características exige tempo, mão de obra e recursos adicionais, sendo, portanto, necessário que as observações sejam tomadas em apenas parte da parcela.

A maioria dos métodos empregados para estimar o tamanho ótimo da parcela experimental se baseia na utilização de ensaios em branco, também conhecidos como ensaios de uniformidade, nos quais toda a área experimental é plantada com um único cultivar, utilizando-se práticas idênticas de cultivo, sem efeitos de tratamentos.

Existem vários métodos para estimar tamanho ótimo de parcelas, entre os quais os mais usados são: o Método de Inspeção Visual da Curvatura Máxima (que é um método subjetivo e encontra valores grandes para as parcelas), o Método da Curvatura Máxima (que encontra valores pequenos para as parcelas) (PARANAÍBA, 2007) e o método da Máxima Curvatura Modificado (que também subestima o tamanho da unidade básica) (SILVA, 2010).

A teoria dos modelos lineares segmentados com platô foi aplicada, de forma pioneira, em culturas como arroz, trigo e mandioca (PARANAIBA, 2007). Esse autor concluiu que a metodologia é adequada para a determinação do tamanho ótimo da parcela.

Outros autores também utilizaram a teoria dos modelos segmentados para estimar tamanho de parcelas em diferentes culturas, como Campos et al. (2009), que empregaram os métodos MLRP e MQRP para estimar o tamanho ótimo de parcelas em experimentos com rabanete; e Oliveira et al. (2010), que utilizaram o método MLRP para estimar o tamanho ótimo para a cultura da mamona. Vale ressaltar que essas estimativas quase sempre são obtidas sobre um enfoque de regressão linear com a utilização de softwares como o SAEG.

Nota-se, portanto, que o tamanho ótimo de parcela para diversas culturas é feito por diferentes métodos, o que leva a uma discussão extensa

sobre o assunto. Para a cultura da bananeira são utilizados diferentes números de plantas por parcela, a saber: uma planta (FLORES, 2000; SILVA et al., 2000), seis plantas (MOURA et al., 2002; PASSOS et al., 2002; LIMA et al., 2005; DONATO et al., 2006), oito plantas por parcela (LEDO et al., 1997), 10 plantas (NUNES et al., 2001), 12 plantas (PEREIRA et al., 2002) e 25 plantas (LEITE et al., 2003; SILVA et al., 2003), citados por Donato (2007) e 12 plantas (SILVA, 2010). Tal diferença de tamanhos provavelmente ocorreu em razão das diferentes características consideradas nas análises e dos diferentes métodos utilizados.

Os modelos de regressão não linear com response platô têm-se mostrado úteis para estimar o tamanho ótimo de parcelas experimentais.

Assim, é justificável a necessidade de procurar determinar o tamanho adequado da unidade experimental e o número de repetições em experimentos convencionais de qualquer cultura, para permitir a detecção de diferenças significativas entre tratamentos com mínimo de investimento e alto grau de acurácia e precisão.

### **2.3. Regressão não linear**

Modelos de regressão linear têm aplicações nas mais diversas áreas do conhecimento. Entretanto, regressão linear não é adequada para todos os problemas porque, em muitas situações, a variável resposta e as variáveis regressoras estão relacionadas por uma função não linear conhecida. Tem-se, portanto duas classes distintas de modelos de regressão: os lineares e os não lineares (REGAZZI, 2003).

Draper e Smith (1998) classificaram os modelos como: Modelos Lineares, Modelos Linearizáveis e Modelos Não Lineares.

Os modelos lineares são aqueles que são lineares em relação aos parâmetros, ou seja, as derivadas parciais não são funções dos parâmetros. Isto é:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} f(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta}) = g(\mathbf{X})$$

com  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $j = 1, 2, \dots, p$ , em que  $n$  é o número de observações e  $p$  o número de parâmetros do modelo;  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]$  é um vetor de parâmetros  $p$  dimensional, e  $X_i$  representa um vetor de observações. Como exemplo considere:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i$$

Com função resposta:

$$\mathbf{Y} = f(X_i, \boldsymbol{\beta}) = \beta_0 + \sum_{j=1}^3 \beta_j X_{ji}$$

em que as derivadas parciais são:

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \beta_0} = 1 \quad \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \beta_1} = X_{1i} \quad \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \beta_2} = X_{2i} \quad \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \beta_3} = X_{3i}$$

Logo, é um modelo linear.

Os modelos linearizáveis são aqueles que podem ser transformados em lineares através de alguma transformação. Considere o modelo:

$$Y = \theta^X \cdot e$$

$$\frac{dY}{d\theta} = X\theta^{X-1} \cdot e$$

No qual o erro é assumido como multiplicativo. Linearizando a função através da aplicação de logaritmo, tem-se:

$$\ln Y = \ln(\theta^X \cdot e)$$

$$\ln Y = \ln \theta^X + \ln e$$

$$\ln Y = X \ln \theta + \ln e$$

sendo  $Z = \ln Y$ ;  $b = \ln \theta$ ;  $e^* = \ln e$  o modelo fica:

$$Z = bX + e^*$$

que é linear, pois

$$\frac{\partial Z}{\partial b} = X = g(X)$$

Logo, o modelo  $Y = \theta^X \cdot e$  é dito linearizável.

Os modelos não lineares são aqueles que não se enquadram nos casos anteriores, ou seja, não são lineares em relação aos parâmetros, nem podem ser linearizados por meio de transformações. Como exemplo, considere o modelo:

$$Y = a^X + e$$

em que:

$$\frac{\partial Y}{\partial a} = Xa^{X-1} = g(X, a)$$

Portanto, o modelo Y é dito não linear.

#### **2.4. Avaliadores da qualidade de ajuste**

Devido às diferenças entre os modelos de regressão não linear, quando estes são ajustados a um mesmo conjunto de dados é necessário utilizar ferramentas estatísticas, com o intuito de comparar os modelos e indicar o melhor (SILVEIRA, 2010). Tais ferramentas são denominadas avaliadores da qualidade de ajuste, e na literatura são apresentadas várias propostas para eles.

Neste trabalho foram utilizados: o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), obtido como o coeficiente de correlação ao quadrado; o critério de informação de Akaike, AIC (AKAIKE, 1974), e o critério de informação bayesiano, BIC (SCHWARZ, 1978).



### 3. MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados no trabalho são provenientes de ensaio em branco. O experimento foi realizado entre maio de 2006 e maio de 2008, em lote de agricultor, no Perímetro Irrigado do Estreito III (Enza), no Município de Sebastião Laranjeiras, BA, a 14°41'52,4"S 42°51'14,4" W e altitude de 548 m. O solo foi classificado como Latossolo Vermelho-Amarelo distrófico típico, de textura média, muito profundo, fase caatinga hipoxerófila, com relevo plano. As médias climáticas anuais de precipitação foram de 826 mm, temperatura média de 22 °C e umidade relativa do ar de 70% (Companhia de Desenvolvimento dos Vales do São Francisco e do Parnaíba, 1985).

Foram avaliadas, em dois ciclos de produção (2006-2008), as características: altura da planta (AP), perímetro do pseudocaule (PSD), número de folhas vivas (NFV), número de filhos emitidos (NFE) e nota de sigatoka-amarela (NS) na época do florescimento.

O experimento constituiu-se de um ensaio de uniformidade com a variedade Prata-Anã (mutante da 'Branca' – Santa Catarina; grupo genômico AAB), porte médio, produtividade média e suscetível à sigatoka-amarela, à sigatoka-negra e ao mal-do-panamá. O espaçamento usado foi o de 3 m x 2 m em fileira simples, formado de 14 fileiras espaçadas 3 m, num total de 42 m, sendo 22 plantas em cada fileira espaçada 2 m, num total de 44 m, perfazendo um total de 308 plantas, numa área de 1.848 m<sup>2</sup>, com bordadura externa; logo, foram consideradas como área útil as 12 fileiras centrais com 20 plantas, num total de 240 plantas e área de 1.440 m<sup>2</sup>. Nas avaliações, que foram procedidas em dois ciclos de produção, cada planta foi considerada uma unidade básica (ub), com área de 6 m<sup>2</sup>, sendo, assim, 240

unidades básicas, de cuja combinação foram formados os diferentes tamanhos e formas de parcelas. A unidade básica consta de uma planta devidamente identificada por sua posição na linha e na coluna, de forma a simular parcelas de diferentes formas e tamanhos. Assim, a partir do mapa do ensaio em branco com as respectivas características avaliadas no primeiro e segundo ciclos de produção das plantas devidamente numeradas e identificadas nas linhas e colunas, agruparam-se as 240 unidades básicas de 19 modos distintos, como descritos a seguir:

- a) 2 parcelas retangulares de 12 fileiras x 10 plantas por fileira (120 plantas cada, 720 m<sup>2</sup>);
- b) 3 parcelas retangulares de 4 fileiras x 20 plantas por fileira (80 plantas cada, 480 m<sup>2</sup>);
- c) 4 parcelas retangulares de 12 fileiras x 5 plantas por fileira (60 plantas cada, 360 m<sup>2</sup>);
- d) 5 parcelas retangulares de 12 fileiras x 4 plantas por fileira (30 plantas cada, 180 m<sup>2</sup>);
- e) 6 parcelas retangulares de 4 fileiras x 10 plantas por fileira (40 plantas cada, 240 m<sup>2</sup>);
- f) 8 parcelas retangulares de 3 fileiras x 10 plantas por fileira (30 plantas cada, 180 m<sup>2</sup>);
- g) 10 parcelas retangulares de 12 fileiras x 2 plantas por fileira (24 plantas cada, 144 m<sup>2</sup>);
- h) 12 parcelas em fileira de 1 fileira x 20 plantas por fileira (20 plantas cada, 120 m<sup>2</sup>);
- i) 15 parcelas quadradas de 4 fileiras x 4 plantas por fileira (16 plantas cada, 96 m<sup>2</sup>);
- j) 16 parcelas retangulares de 3 fileiras x 5 plantas por fileira (15 plantas cada, 90 m<sup>2</sup>);
- k) 20 parcelas retangulares de 12 fileiras x 1 planta por fileira (12 plantas cada, 72 m<sup>2</sup>);
- l) 24 parcelas em fileira de 1 fileira x 10 plantas por fileira (10 plantas cada, 60 m<sup>2</sup>);

- m) 30 parcelas retangulares de 4 fileiras x 2 plantas por fileira (8 plantas cada, 48 m<sup>2</sup>);
- n) 40 parcelas retangulares de 6 fileiras x 1 planta por fileira (6 plantas cada, 36 m<sup>2</sup>);
- o) 48 parcelas em fileira de 1 fileira x 5 plantas por fileira (5 plantas cada, 30 m<sup>2</sup>);
- p) 60 parcelas retangulares de 4 fileiras x 1 planta por fileira (4 plantas cada, 54 m<sup>2</sup>);
- q) 80 parcelas retangulares de 3 fileiras x 1 planta por fileira (3 plantas cada, 18 m<sup>2</sup>);
- r) 120 parcelas retangulares de 2 fileiras x 1 planta por fileira (2 plantas cada, 12 m<sup>2</sup>); e
- s) 240 parcelas de fileira de 1 fileira x 1 planta por fileira (1 planta cada, 6 m<sup>2</sup>).

O experimento em branco é aquele cultivado em toda a extensão com determinada espécie, submetendo-se toda a área a práticas culturais idênticas. Em seguida, a área é dividida em pequenas parcelas, nas quais a produção de cada parcela é medida separadamente, de tal maneira que o rendimento das parcelas próximas possa ser somado para formar parcelas de diferentes tamanhos e formas. Podem-se, assim, avaliar e comparar a variabilidade do solo, além de outros fatores que também atuam sobre o rendimento das plantas (STORCK et al., 2000).

Na Figura 3, tem-se um esquema do ensaio em branco, representando alguns tamanhos de parcela adotados, com as seguintes formas e dimensões:

- Forma: retangular, 4 fileiras com 20 plantas por fileira (4 x 20), 480 m<sup>2</sup> e 80 ub.
- Forma: fileira, 1 fileira e 20 plantas por fileira (1 x 20), 120 m<sup>2</sup> e 20 ub.
- Forma: planta, 1 fileira e 1 planta por fileira (1 x 1), 6m<sup>2</sup> e 1 ub.
- Forma: quadrada, 4 fileiras e 4 plantas por fileira (4 x 4), 96 m<sup>2</sup> e 16 ub.

3 m

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	21	41	61	81	101	121	141	161	181	201	221
2	2	22	42	62	82	102	122	142	162	182	202	222
3	3	23	43	63	83	103	123	143	163	183	203	223
4	4	24	44	64	84	104	124	144	164	184	204	224
5	5	25	45	65	85	105	125	145	165	185	205	225
6	6	26	46	66	86	106	126	146	166	186	206	226
7	7	27	47	67	87	107	127	147	167	187	207	227
8	8	28	48	68	88	108	128	148	168	188	208	228
9	9	29	49	69	89	109	129	149	169	189	209	229
10	10	30	50	70	90	110	130	150	170	190	210	230
11	11	31	51	71	91	111	131	151	171	191	211	231
12	12	32	52	72	92	112	132	152	172	192	212	232
13	13	33	53	73	93	113	133	153	173	193	213	233
14	14	34	54	74	94	114	134	154	174	194	214	234
15	15	35	55	75	95	115	135	155	175	195	215	235
16	16	36	56	76	96	116	136	156	176	196	216	236
17	17	37	57	77	97	117	137	157	177	197	217	237
18	18	38	58	78	98	118	138	158	178	198	218	238
19	19	39	59	79	99	119	139	159	179	199	219	239
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240

} 2 m

Figura 3 - Esquema do experimento (ensaio em branco), sem a bordadura, ilustrando alguns tamanhos de parcelas adotados.

### 3.1. Avaliações dos caracteres

As avaliações foram efetuadas na fase de florescimento no primeiro e no segundo ciclo de produção. Mensuraram-se os descritores fenotípicos relevantes e normalmente utilizados na caracterização de genótipos de bananeira, seguindo a metodologia proposta (CARVALHO, 1995; SILVA, 1999 citado por DONATO, 2007).

A característica Altura da Planta (AP) foi avaliada utilizando-se uma trena de 5 m, para medir a distância em centímetros da base do pseudocaule até a roseta foliar, na altura da inserção do engaço no pseudocaule. É denominada roseta foliar a região delimitada no pseudocaule entre a folha mais velha e a mais nova, considerando-se a posição da inserção do pecíolo no pseudocaule (limite pecíolo-bainha); essa distância é maior nas plantas jovens e menor nas plantas adultas que já floresceram. Já o Perímetro do Pseudocaule (PPSD) foi medido com fita métrica, medindo-se a circunferência do pseudocaule em centímetros, a uma altura de 30 cm do solo.

O Número de Folhas Vivas (NFV) presentes nas plantas na época do florescimento foi contado, considerando-se como viva ou funcional a folha que possuía mais de 50% do limbo verde, ainda que rasgado.

Foi contado também o Número de Filhos Emitidos (NFE) pela planta até a época do florescimento e, por último, avaliada a nota da sigatoka-amarela (NS).

### **3.2. Método para a determinação do tamanho ótimo de parcela**

Em cada característica foi determinado o tamanho ótimo de parcela ( $X_0$ ), usando-se três metodologias: Método do Modelo Linear de Response Platô (MLRP), Método do Modelo Quadrático de Response Platô (MQRP) e Método do Modelo Exponencial de Response Platô (MERP). Essas metodologias foram comparadas com o Método da Máxima Curvatura Modificado (MMCM).

#### **3.2.1. Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP)**

O MLRP foi aplicado, inicialmente, em ensaios sobre fertilidade do solo (BRAGA, 1983) e hoje é utilizado nas mais diversas áreas. Sua principal vantagem é que na presença de doses muito elevadas de algum elemento

se torna possível estimar a diminuição de desempenho ocasionada pelo excesso (REZENDE et al., 2007). Segundo Coelho et al. (1987), o MLRP permite a comparação de combinações alternativas de retas e platô possibilitando escolher como melhor opção de ajustamento a combinação que tenha apresentado a menor soma de quadrados dos desvios.

Esse modelo possui dois segmentos, dos quais o primeiro descreve uma reta crescente ou decrescente (dependendo do valor de  $\beta_1$  da equação apresentada a seguir) até determinada altura  $P$ , que é o platô. A partir desse ponto, o valor  $Y_i$  assume valor constante de  $P$ , que é o segundo segmento. O modelo platô de resposta linear é (FERREIRA, 2006):

$$Y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i & \text{se } X_i \leq X_0 \\ P + \varepsilon_i & \text{se } X_i > X_0 \end{cases}$$

em que:

$Y_i$  é a variável dependente (resposta);

$\beta_0$  é o intercepto do modelo linear simples do segmento anterior ao platô;

$\beta_1$  é o coeficiente angular nesse mesmo segmento;

$\varepsilon_i$  é o erro associado à  $i$ -ésima observação;

$P$  é o Platô; e

$X_0$  é o ponto de junção dos dois segmentos, que também é um parâmetro a ser estimado.

A teoria dos modelos lineares segmentados com platô foi aplicada no contexto de dimensionalidade de tamanhos ótimos de parcela. Para isso, adotou-se o seguinte modelo:

$$CV_{(X)} = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon_x & \text{se } X \leq X_0 \\ CVP + \varepsilon_x & \text{se } X > X_0 \end{cases}$$

em que:

$CV_{(X)}$  é o coeficiente de variação entre totais de parcela de tamanho  $X$ ;

$X$  é o tamanho de unidades experimentais básicas (UEB) agrupadas;

$X_0$  é o tamanho ótimo de parcelas para o qual o modelo linear se transforma em um platô, em relação à abscissa;

$CVP$  é o coeficiente de variação no ponto correspondente ao platô (junção do segmento linear e platô);

$\beta_0$  e  $\beta_1$  são intercepto e coeficiente angular, respectivamente, no segmento linear; e

$\varepsilon_x$  é o erro associado ao  $CV_{(x)}$  supostamente normal e independentemente distribuído com média 0 (zero) e variância  $\sigma_\varepsilon^2$  constante.

Tem-se que o MLRP é um modelo não linear, uma vez que as derivadas parciais de  $X_0$  são funções dos próprios parâmetros.

$$X_0 = \frac{-(P - \beta_0)}{\beta_1}$$

O Coeficiente de Variação  $CV$  das características avaliadas foi calculado utilizando a análise de classificação hierárquica (HATHEWAY; WILLIAMS, 1958).

Os coeficientes de variação estimados nos ensaios em branco são dados por:

$$CV_x = \frac{\sqrt{S_x^2}}{\bar{x}} \times 100$$

sendo  $\bar{x}$  a média da produção das parcelas de  $x$  unidades básicas, o que representa uma medida do tamanho da parcela em produção (LESSMAN; ATKINS, 1963; BAKKE, 1988 citado por DONATO, 2007).

### 3.2.1.1. Maneira alternativa (Método Linear) para obtenção do MLRP

É possível obter as equações do Modelo Linear com Response Platô (MLRP) através de um método de modelos lineares, como apresentado a seguir.

Para calcular a equação MLRP, primeiramente os  $n$  dados (organizados em ordem crescente das variáveis independentes  $X$ ) são separados em dois segmentos (ou grupos), um para formar a equação de platô e o outro para formar a equação da reta, como se segue:

duas (2) primeiras observações para a reta e  $(n - 2 + 1)$  últimas observações para platô (um ponto comum);

duas (2) primeiras observações para a reta e  $(n - 2)$  últimas observações para platô;

três (3) primeiras observações para a reta e  $(n - 3 + 1)$  últimas observações para platô (um ponto comum);

três (3) primeiras observações para a reta e  $(n - 3)$  últimas observações para platô;

...

(i) primeiras observações para a reta e  $(n - i + 1)$  últimas observações para platô (um ponto comum);

(i) primeiras observações para a reta e  $(n - i)$  últimas observações para platô; e

...

até  $(n)$  observações para a reta e uma (última) observação para o platô.

As equações lineares do primeiro grupo serão ajustadas pelo método dos mínimos quadrados (MMQ). Os estimadores do MMQ são apresentados a seguir:

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} \quad \hat{\beta}_1 = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}$$

O platô será a média dos valores da variável dependente Y do segundo grupo.

Após calcular o platô, deve-se calcular a sua soma de quadrado de desvios  $SQD_{Y(P)}$ , utilizando os dados obtidos para a sua formação.

Será escolhida para a equação de MLRP a equação referente ao platô que obtiver a menor  $SQD_{Y(P)}$ .

Como exemplo, considere os dados fictícios apresentados na Tabela 4.



Tabela 4 - Dados fictícios da aplicação de fósforo (P) e quantidade de matéria seca produzida (MSEC)

P	MSEC
0,0	6,74
32,5	8,73
65,0	10,89
97,5	12,56
130,0	14,11
195,0	15,21

Fonte: SAEG 9.1.

Tem-se que a variável dependente (Y) é MSEC e a variável independente (X), o P.

Formação das equações:

Primeiramente são escolhidas as duas primeiras observações para a formação da equação de reta que será:

$$Y = 6,74 + 0,061230769 X$$

e cinco últimas observações para a formação do platô:  $P = 12,3$ .

O platô é a média dos cinco últimos valores da MSEC.

	P	MSEC	
Linear	0.0	6.74	} Platô
	32.5	8.73	
	65.0	10.89	
	97.5	12.56	
	130.0	14.11	
	195.0	15.21	

$$SQD_{Y(P)} = (8,73-12,3)^2 + (10,89-12,3)^2 + \dots + (15,21-12,3)^2 = 26,5448$$

A seguir, as duas primeiras observações da equação linear e as quatro últimas do platô.

	P	MSEC	
Linear	0.0	6.74	} Platô
	32.5	8.73	
	65.0	10.89	
	97.5	12.56	
	130.0	14.11	
	195.0	15.21	

$$Y = 6,4 + 0,061230769 X$$

O platô será a média dos quatro valores de MSEC :  $P = 13,1925$ .

$$SQD_{Y(P)} = 10,6136723$$

E, assim, sucessivamente até obter todas as equações de todas as combinações possíveis. Na Tabela 5, encontram-se as estimativas dos parâmetros do segmento linear e o platô que foram estimados pelo SAEG 9.1.

Tabela 5 - Número de observações utilizadas para compor a reta e o platô do MLRP, soma de quadrado de desvios ( $SQD_{Y(P)}$ ) e estimativas dos parâmetros

Reta*	Platô **	$SQD_{Y(P)}$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	Platô
2	5	26,5448017	6,740000	0,06123076	12,30000
2	4	10,6136723	6,740000	0,06123076	13,19250
3	4	10,6184893	6,711666	0,06384616	13,19250
3	3	3,5498157	6,711666	0,06384616	13,96000
4	3	3,5923789	6,787000	0,06036924	13,96000
4	2	0,6523805	6,787000	0,06036924	14,66000
5	2	0,7626309	6,892000	0,05713847	14,66000
5	1	0,1576305	6,892000	0,05713847	15,21000
6	1	3,0058365	7,497143	0,04472528	15,21000

\* Número de observações utilizadas para estimar os parâmetros da reta que irá compor o MLRP.

\*\*Número de observações empregadas para estimar o platô que irá compor o MLRP.

Serão escolhidas para representarem o MLRP as equações que apresentarem a menor  $SQD_{Y(P)}$ . Nesse caso:  $\beta_0 = 6,892$ ;  $\beta_1 = 0,05713847$ ; e Platô = 15,21.

Para encontrar o valor de  $X_0$ , basta igualar as duas equações:

$$6,892 + 0,057 X_0 = 15,21$$

$$X_0 = \frac{8,318}{0,057}$$

$$X_0 = 145,9298$$

Daí:

$$Y_i = \begin{cases} 6,892 + 0,057 X_i & \text{se } X_i \leq 145,9298 \\ 15,210 & \text{se } X_i > 145,9298 \end{cases}$$

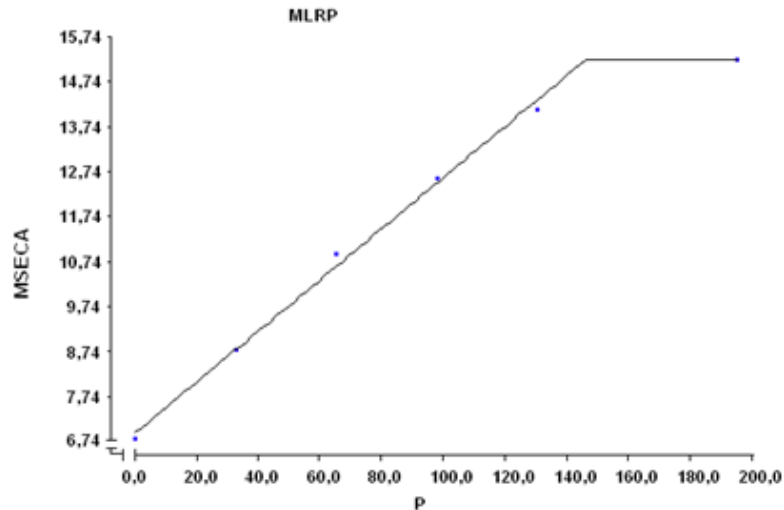


Figura 4 - Relação entre fósforo (P) e matéria seca (MSECA) do Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP).

Neste trabalho foi utilizado apenas o método não linear para obtenção do MLRP, uma vez que um dos objetivos foi comparar os métodos trabalhados, e não seria possível obter por essa metodologia linear o ajuste do MERP, o que dificultaria a comparação entre os métodos, pois iria envolver modelos lineares e não lineares. Outro motivo foi utilizar a teoria assintótica dos modelos não lineares para obtenção dos intervalos de confiança dos parâmetros.

### 3.2.2. Modelo Quadrático Segmentado com Response Platô (MPQ)

Seja o seguinte modelo quadrático com response platô:

$$Y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \varepsilon_i & \text{se } X_i \leq X_0 \\ P + \varepsilon_i & \text{se } X_i > X_0 \end{cases}$$

Para valores de  $X_i \leq X_0$ , os de  $Y$  são explicados por um modelo quadrático (parábola) e para valores de  $X_i > X_0$ , a equação explicativa é constante e paralela à abscissa. O ponto  $X_0$  é considerado desconhecido e deve ser estimado juntamente com os demais parâmetros do modelo. Esse

ponto representa a junção do segmento quadrático com o segmento de platô. As curvas devem ser contínuas (os dois segmentos devem-se encontrar em  $X_0$ ) e suavizada, ou seja, as primeiras derivadas com relação a  $X$  nos dois segmentos devem ser as mesmas no ponto  $X_0$  (para estimação dos parâmetros, o modelo deve apresentar propriedades matemáticas adequadas, isto é, deve ser função contínua e diferenciável em  $X_0$ ). Essas condições implicam algumas consequências descritas a seguir.

A primeira derivada de  $Y$  em relação a  $X$  no modelo quadrático é dada por:

$$\frac{dY_i}{dX_i} = \beta_1 + 2\beta_2 X_i$$

Ao igualar essa derivada a zero, resolver a equação resultante em  $X$  e substituir o valor de  $X$  por  $X_0$ , ponto onde a curva deve ser contínua e suavizada. Assim, obtém-se:

$$\beta_1 + 2\beta_2 X_i = 0$$

$$X_i = \frac{-\beta_1}{2\beta_2}$$

$$X_0 = \frac{-\beta_1}{2\beta_2}$$

Substituindo esse valor na equação do MQRP, obtém-se o máximo, que corresponde ao platô almejado. Assim, esse platô é dado por:

$$Y = P = \beta_0 + \beta_1 X_0 + \beta_2 X_0^2$$

$$P = \beta_0 - \frac{\beta_1^2}{2\beta_2} + \frac{\beta_1^2 \beta_2}{4\beta_2^2}$$

$$P = \beta_0 - \frac{\beta_1^2}{4\beta_2}$$

Nesse caso, têm-se apenas três parâmetros efetivos, pois tanto  $X_0$ , quanto  $P$  são determinados a partir de  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$ . Esse é um modelo não linear nos parâmetros, pois as derivadas parciais de  $Y$  são funções dos parâmetros em alguns casos.

No contexto de dimensionalidade de tamanhos ótimo de parcelas, o modelo quadrático de Response em platô será dado por:

$$CV_{(X)} = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \varepsilon_i & \text{se } X_i \leq X_0 \\ CVP + \varepsilon_i & \text{se } X_i > X_0 \end{cases}$$

em que:

$CV_{(X)}$  é o coeficiente de variação entre totais de parcela de tamanho  $X$ ;

$X$  é o tamanho de unidades experimentais básicas (UEB) agrupadas;

$X_0$  é o tamanho ótimo de parcelas para o qual o modelo quadrático se transforma em um platô;

$CVP$  é o coeficiente de variação no ponto correspondente ao platô;

$\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  parâmetros do modelo a serem estimados; e

$\varepsilon_x$  é o erro associado ao  $CV_{(X)}$ .

### 3.2.3. Modelo Não Linear Exponencial com Response Platô (MERP)

Considere o seguinte modelo apresentado por Rezende et al. (2000).

$$Y_i = \begin{cases} a \exp \left[ -c(X-b)^2 \right] + \varepsilon_i & \text{se } X < X_0 \\ P + \varepsilon_i & \text{se } X \geq X_0 \end{cases}$$

De modo análogo ao modelo anterior, derivando  $Y$  em relação a  $X$ , tem-se:

$$\frac{dY_i}{dX_i} = a e^{-c(X-b)^2} \cdot [-2c(X-b)]$$

Igualando o resultado da derivação a zero e resolvendo para  $X = X_0$ , obtém-se  $X_0 = b$ .

$$\begin{aligned} a \cdot e^{-c(X-b)^2} \cdot [-2c(X-b)] &= 0 \\ -2acXe^{-c(X-b)^2} + 2abce^{-c(X-b)^2} &= 0 \\ 2acXe^{-c(X-b)^2} &= 2abce^{-c(X-b)^2} \\ X &= b \\ X_0 &= b \end{aligned}$$

Substituindo  $X$  pelo valor de  $X_0$  na equação inicial, encontra-se:

$$P = f(X_0) = a \exp \left[ -c(b-b)^2 \right] = a$$

sendo  $X_0$  o ponto de intercessão das duas linhas;

$P$  é o estimador do platô; e

$a$ ,  $b$  e  $c$  são parâmetros do modelo a serem estimados.

Do ponto de vista da teoria da estimação, esse modelo é considerado não linear com relação a seus parâmetros, uma vez que as derivadas parciais dos parâmetros do segmento anterior ao ponto  $X_0$ , o platô e o próprio  $X_0$  são funções dos próprios parâmetros.

Neste trabalho, cujo objetivo foi calcular o tamanho ótimo de parcelas, o MERP será dado por:

$$CV_{(X)} = \begin{cases} a \exp \left[ c \left( X - b \right)^2 \right] + \varepsilon_i & \text{se } X < X_0 \\ CVP + \varepsilon_i & \text{se } X \geq X_0 \end{cases}$$

em que  $CV_{(X)}$  é o coeficiente de variação entre totais de parcela de tamanho  $X$ ;  $X$  é o tamanho de unidades experimentais básicas (UEB) agrupadas;  $X_0$  é o tamanho ótimo de parcelas para o qual o modelo exponencial se transforma em um platô;  $CVP$  é o coeficiente de variação no ponto correspondente ao platô;  $a$ ,  $b$  e  $c$  parâmetros do modelo a serem estimados; e  $\varepsilon_x$  é o erro associado ao  $CV_{(X)}$ .

Em todos os modelos segmentados apresentados, o efeito do erro aleatório não observável  $\varepsilon_i$  é suposto NIID com média zero e variância desconhecida  $\sigma^2$ , ou seja:

$$\varepsilon \sim \overset{iid}{N}(0, \sigma^2)$$

### 3.2.4. Método da Máxima Curvatura Modificado (MMCM)

Foi proposto por Lessman e Atkins (1963) e consiste em determinar, algebricamente, o ponto onde a curvatura é máxima na curva que relaciona coeficiente de variação com o tamanho de parcela. Essa relação entre CV e tamanho de parcela, segundo Meier e Lessman (1971), pode ser estimada pela equação geral:

$$Y = aX^{-b}$$

em que  $Y$  representa o índice de variabilidade e  $X$ , o correspondente tamanho da parcela em unidades básicas. Neste trabalho, utilizou-se a função:

$$CV = aX^{-b}$$

para a qual o valor correspondente ao ponto de máxima curvatura foi estimado pela fórmula seguinte (MEIER; LESSMAN, 1971), adotando-se o simétrico de  $b$  no procedimento de cálculo (CHAVES, 1985):

$$X_0 = \left[ \frac{a^2 b^2 - 2b + 1}{b + 2} \right]^{\frac{1}{2b+2}}$$

em que  $X_0$  é o valor da abscissa correspondente ao ponto de máxima curvatura, e  $a$  e  $b$  são parâmetros do modelo.

O software usado para obtenção dos resultados nas quatro metodologias foi o SAS® (Versem 9.2).

### 3.3. Estimación dos parâmetros para os modelos não lineares

Para ajustar os modelos de regressão não lineares apresentados anteriormente, utilizou-se o método dos quadrados mínimos generalizados, cujas soluções foram obtidas por meio do processo iterativo de Newton.

#### 3.3.1. Método dos mínimos quadrados generalizados para modelos de regressão não lineares

Sendo o modelo não linear  $f$  definido de forma geral para o vetor de parâmetros  $\theta = (\theta_1 \theta_2 \dots \theta_m)$  e para o vetor de variáveis regressoras da  $j$ -ésima unidade amostral  $X_j' = (X_{1j} X_{2j} \dots X_{pj})$ , tem-se:

$$Y_j = f_j(\theta, X_j) + \varepsilon_j,$$

em que  $E(\varepsilon_j) = 0$ ,  $Var(\varepsilon_j) = \sigma^2$  e  $\varepsilon_j \sim N(0, \sigma^2)$ . Este modelo pode ser escrito na forma matricial por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{X}) + \boldsymbol{\varepsilon}$$

no qual:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{X}) = \begin{pmatrix} f(\theta_1, X_1) \\ f(\theta_2, X_2) \\ \vdots \\ f(\theta_n, X_n) \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix},$$

em que se pode expressar o vetor do modelo  $f(\theta)$  simplesmente por  $f$ .

Um dos métodos utilizados para estimar os parâmetros baseia-se na minimização da soma de quadrados dos resíduos  $L(\theta) = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}$ . Assim, substituindo  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} - \mathbf{f}$  e derivando em relação a  $\theta$ , tem-se:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\theta}) &= \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} \\ &= (\mathbf{Y} - \mathbf{f})' (\mathbf{Y} - \mathbf{f}) \\ &= (\mathbf{Y}' - \mathbf{f}') (\mathbf{Y} - \mathbf{f}) \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{f} - \mathbf{f}'\mathbf{Y} + \mathbf{f}'\mathbf{f} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}'\mathbf{f} + \mathbf{f}'\mathbf{f} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{-\partial 2\mathbf{Y}'\mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial \mathbf{f}'\mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}},$$

em que:

$$\frac{-\partial 2\mathbf{Y}'\mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{-\partial 2\mathbf{Y}'\mathbf{f}}{\partial \mathbf{f}} \times \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = -2\mathbf{Y}'F,$$

sendo  $F = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  a matriz de derivadas parciais, tal que cada coluna é formada pela derivada da função linear em relação aos parâmetros.

Também, pode simplificar  $\frac{\partial \mathbf{f}'\mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ , obtendo-se:

$$\frac{\partial \mathbf{f}'\mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{\partial \mathbf{f}'\mathbf{f}}{\partial \mathbf{f}} \times \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = 2\mathbf{f}'F$$

Logo:

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = -2\mathbf{Y}'F + 2\mathbf{f}'F$$



Igualando a zero a primeira e considerando que as matrizes  $f$  e  $F$  são simétricas, obtêm-se as equações normais dos modelos não lineares:

$$\begin{aligned} -2\mathbf{Y}'F + 2\mathbf{f}'F &= 0 \\ \mathbf{Y}'F &= \mathbf{f}'F \\ F'\mathbf{f} &= F'\mathbf{Y} \end{aligned}$$

Como  $f$  e  $F$  são funções de  $\theta$ , o sistema de equações normais não apresenta solução explícita para  $\hat{\theta}$ , que é obtida por processos iterativos. Para isso, precisa-se de um valor inicial para o vetor de parâmetros, que deve ser melhorado continuamente até que a soma de quadrados dos resíduos seja minimizada.

Seja  $\theta_0$  esse valor inicial. Para o valor no  $k$ -ésimo passo do processo iterativo do vetor de parâmetros, devem-se calcular a matriz  $F$  e estimar o vetor de resíduos dado por  $\varepsilon = Y - f(\theta_k)$ , no ponto inicial ( $k = 0$ ). Nesse caso, sendo  $SQE(\theta_k) = \varepsilon'\varepsilon$  a soma de quadrados dos resíduos avaliados na  $k$ -ésima iteração; então,  $F$  e  $Y$  são usados para calcular um vetor  $\Delta$  de tal forma que:

$$SQE(\theta_k + \lambda\Delta) < SQE(\theta_k)$$

para uma constante  $\lambda$  qualquer, espera-se que  $\widetilde{\theta}_k + (\Delta)$  seja melhor do que  $\widetilde{\theta}_k$  (PARANAÍBA, 2007).

### 3.3.2. Processo Iterativo de Newton

O método ou processo iterativo de Newton utiliza a segunda derivada do erro em relação aos parâmetros  $\theta$  e obtém o vetor  $\Delta$ , dado por:

$$\Delta = G^{-1}F'\varepsilon,$$

em que:

$$G = F'F + \sum_{j=1}^n H_j(\theta_k) \varepsilon_j,$$

sendo a matriz  $H_j$ , de dimensões  $r \times r$ , avaliada para o vetor de parâmetros  $\theta_k$  no  $k$ -ésimo passo para a  $j$ -ésima observação amostral, a matriz Hessiana do vetor de erros  $\varepsilon$ . O elemento  $(l, k)$  dessa matriz,  $[H_j]_{lk}$ , é dado por:

$$[H_j]_{lk} = \left[ \frac{\partial^2 \varepsilon_j}{\partial \theta_l \partial \theta_k} \right]_{lk}$$

Estimado o vetor  $\Delta$ , devem-se aplicar as equações:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \lambda \Delta,$$

em que o escalar  $\lambda$  é escolhido no  $k$ -ésimo passo para que:

$$SQE(\theta_k + \lambda \Delta) < SQE(\theta_k),$$

de forma a obter nova equação e recalculer o vetor de parâmetros.

Pelo fato de o método de Newton utilizar as segundas derivadas (matriz  $G$ ), essa informação envolve avaliar  $G$  e resolver  $G\Delta = F'\varepsilon$ . Portanto, o processo é caro, em termos de trabalho computacional (tempo). Se o número de variáveis for muito grande, a memória necessária para armazenar essa informação pode ser insuficiente, e esse processo torna-se inviável (PARANAÍBA, 2007). Neste trabalho, como o número de variáveis era pequeno, foi possível utilizar com sucesso esse método.

### 3.4. Avaliadores de qualidade de ajuste

Nos tópicos subsequentes são apresentados os avaliadores da qualidade de ajuste de modelos de regressão não lineares utilizados neste trabalho.

#### 3.4.1. Coeficiente de determinação

Segundo Souza (1998 citado por REGAZZI et al., 2010), no caso de modelo de regressão não linear a adequacidade do ajustamento, ou seja, o

coeficiente de determinação, pode ser medida pelo quadrado do coeficiente de correlação entre os valores observados e preditos. Essa medida pode ser calculada com a utilização da seguinte fórmula:

$$R^2 = r_{y\hat{y}}^2 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n y_i \hat{y}_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^n y_i \right) \left( \sum_{i=1}^n \hat{y}_i \right)}{n} \right]^2}{\left[ \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{n} \right] \left[ \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^n \hat{y}_i \right)^2}{n} \right]}.$$

### 3.4.2. Critério de Informação de Akaike (AIC)

Esse critério AIC permite utilizar o princípio da parcimônia na escolha do melhor modelo, ou seja, de acordo com esse critério, nem sempre o modelo mais parametrizado é melhor (BURNHAM; ANDERSON, 2004). Menores valores de AIC refletem melhor ajuste (AKAIKE, 1974). Sua expressão é dada por:

$$AIC = -2 \log \text{like} + 2p$$

em que  $p$  é o número de parâmetros e  $\log \text{like}$ , o valor do logaritmo da função de verossimilhança, considerando-se as estimativas dos parâmetros.

O valor do  $\log \text{like}$  para os modelos segmentados foi estimado por:

$$\log \text{like} = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\hat{\sigma}^2) - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2 - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} \sum_{i=m+1}^n (y_i - \hat{p})^2$$

em que  $m$  é tal que  $X_m < X_0 < X_{m+1}$ ,  $\hat{\sigma}^2$  é a variância dos resíduos estimada com grau de liberdade  $n$ , e  $\hat{p}$  é o platô estimado de cada modelo (HERNANDEZ, 2010).

### 3.4.3. Critério de Informação bayesiano (BIC)

Assim como o AIC, o critério BIC leva em conta o grau de parametrização do modelo, e da mesma forma, quanto menor for o valor de BIC (SCHWARZ, 1978), melhor será o ajuste do modelo. Sua expressão é dada por:

$$BIC = -2 \log \text{like} + p \cdot \ln(n)$$

em que  $n$  é o número de observações utilizadas para ajustar a curva.

### 3.5. Intervalo de confiança para o parâmetro $X_0$

Neste trabalho foram calculados os intervalos de confiança para o parâmetro  $X_0$  de cada método, com base nas características disponíveis no banco de dados, e estudou-se a possibilidade de indicar um único tamanho de parcela para todas essas características.

$$IC(X_0) = \bar{X}_0 \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\hat{V}(X_0)}$$

em que:

$$\bar{X}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n X_{0i}}{n} \quad \text{e} \quad \hat{V}(X_0) = \frac{\sum_{i=1}^n X_{0i} - \bar{X}_0^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{0i}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{0i}\right)^2}{n}}{n-1}$$

O intervalo de confiança estimado individualmente de cada tamanho ótimo ( $X_0$ ) foi obtido como função dos parâmetros estimados através do PROC NLIN do SAS<sup>®</sup>, isto é, o limite inferior (LI) do intervalo de  $X_0$  é função dos limites inferiores dos parâmetros estimados  $LI(X_0) + f(LI \hat{\theta})$ , e o limite superior (LS) é função dos limites superiores dos parâmetros estimados  $LS(X_0) + f(LS \hat{\theta})$ .

### 3.6. Teste de normalidade

Muitos dos resultados obtidos, como intervalo de confiança e valor do loglike utilizado para obtenção do AIC e BIC, somente serão válidos se os erros seguirem distribuição normal.

Para testar a hipótese sobre a normalidade dos erros, foi utilizado o teste de Shapiro-wilk. Esse teste é mais indicado quando o tamanho da amostra, ou o número de parcelas, é menor que 50 e foi publicado em 1965 por Samuel Shapiro e Martin Wilk. As hipóteses a serem testadas são:

$H_0$ : os erros (desvios) seguem distribuição normal; e

$H_1$ : os erros não seguem a distribuição normal.

Para realizar o teste, primeiro devem-se ordenar as  $N$  observações da amostra

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_N$$

Calcular:

$$\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2}{N} = \sum_{i=1}^N x_i^2 - N \cdot \bar{x}^2$$

$$b = \sum_{i=1}^m a_{N-i+1} \cdot x_{N-i+1} - x_i$$

$$m = \frac{N}{2} \text{ se } N \text{ for par e } m = \frac{N-1}{2} \text{ se } N \text{ for ímpar}$$

em que  $a_{N-i+1}$  são os coeficientes obtidos em uma tabela, e  $N$  é o tamanho da amostra.

A estatística  $W$  de teste é:

$$W_{cal} = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^N x_i - \bar{x}^2}$$

Se o valor  $W_{cal}$  for menor que o valor crítico  $W_{tab}$  obtido na tabela em função do tamanho da amostra ( $N$ ) e significância  $\alpha$ , rejeita-se a hipótese  $H_0$

e conclui-se que a característica em estudo da população ou os erros não seguem a distribuição normal; caso contrário, não se rejeita  $H_0$ .

Alternativamente, pode-se usar o p-valor, e a conclusão é: rejeita-se  $H_0$  se  $p\text{-valor} \leq \alpha$ , significando que não se pode admitir que os dados em estudo sigam distribuição normal ou se  $p\text{-valor} > \alpha$  não se rejeita  $H_0$ , o que significa que a distribuição normal é uma distribuição possível para os dados em estudo.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados do experimento para o primeiro e segundo ciclos estão apresentados nas Tabelas 4 e 5, respectivamente, indicando o número de parcelas (repetição), a área de cada parcela em m<sup>2</sup>, os valores de unidades básicas (ub) por parcela e os coeficientes de variação CV em porcentagens das variáveis: altura da planta (CVAP), perímetro do pseudocaule (CVPPSD), número de folhas vivas no florescimento (CVNFV), número de filhos emitidos no florescimento (CVNFE) e nota de sigatoka-amarela (CVNS).

Tabela 4 - Valores de unidade básica (ub) e coeficiente de variação das variáveis: altura da planta (CVAP), perímetro do pseudocaule (CVPPC), número de folhas vivas (CVNFV), número de filhos emitidos (CVNFE) e nota de sigatoka-amarela (CVNS), no primeiro ciclo da produção de banana

Nº de parcelas (Repetições)	Área (m <sup>2</sup> )	X (ub)	CVAP (%)	CVPPSD (%)	CVNFV (%)	CVNFE (%)	CVNS (%)
2	720,00	120	0,63	0,93	0,57	0,26	0,43
3	480,00	80	0,78	1,81	6,08	12,17	1,05
4	360,00	60	1,54	1,04	1,85	2,62	0,43
5	180,00	30	2,20	1,65	2,30	3,22	1,40
6	240,00	40	0,99	1,89	5,48	11,09	1,02
8	180,00	30	0,80	2,04	5,53	10,71	2,44
10	144,00	24	2,34	2,06	2,63	4,77	2,69
12	120,00	20	1,69	2,07	6,50	13,11	5,94
15	96,00	16	2,38	2,34	6,32	11,50	3,10
16	90,00	15	2,38	2,34	6,32	11,50	3,10
20	72,00	12	2,65	2,46	3,85	5,92	3,31
24	60,00	10	2,21	2,58	6,72	13,76	6,60
30	48,00	8	3,16	3,09	7,22	13,47	3,56
40	36,00	6	3,52	3,32	7,23	9,49	4,37
48	30,00	5	3,46	3,35	8,06	15,85	7,47
60	24,00	4	3,78	3,68	8,08	14,97	5,13
80	18,00	3	4,13	3,76	8,94	15,53	6,00

120	12,00	2	4,66	4,56	9,84	19,75	8,13
240	6,00	1	6,72	5,90	12,68	26,01	11,24

Verifica-se, na Tabela 4, que o coeficiente de variação da altura da planta está entre 0,63 e 6,72%; no perímetro do pseudocaule, está entre 0,93 e 5,9%; no número de folhas vivas, varia de 0,57 e 12,68%; no número de filhos, de 0,26 e 26,01%; e na nota de sigatoka-amarela varia de 0,43 e 11,24%, para o primeiro ciclo de produção.

Já na Tabela 5 se verifica que o coeficiente de variação de altura da planta está entre 0,18 e 8,91%; no perímetro do pseudocaule está entre 0,27 e 7,80%; no número de folhas vivas, varia de 0,04 e 12,66%; no número de filhos, de 6,01 e 38,09%; e na nota de sigatoka-amarela varia de 2,16 e 21,78%, no segundo ciclo de produção.

Esses valores de CV(%) são considerados de baixa magnitude.

Tabela 5 - Valores de unidade básica (ub) e coeficiente de variação das variáveis: altura da planta (CVAP), perímetro do pseudocaule (CVPPC), número de folhas vivas (CVNFV), número de filhos emitidos (CVNFE) e nota de sigatoka-amarela (CVNS), no segundo ciclo da produção de banana

Nº de parcelas (Repetições)	Área (m <sup>2</sup> )	X (ub)	CVAP (%)	CVPPSD (%)	CVNFV (%)	CVNFE (%)	CVNS (%)
2	720,00	120	0,18	0,27	0,04	6,84	2,39
3	480,00	80	2,51	1,40	2,29	8,04	5,98
4	360,00	60	2,75	2,35	2,39	6,01	2,16
5	180,00	30	2,85	1,46	2,60	6,16	3,23
6	240,00	40	2,47	1,31	2,44	8,99	6,37
8	180,00	30	2,23	2,60	2,90	9,51	6,81
10	144,00	24	3,22	2,07	3,40	7,85	3,80
12	120,00	20	3,11	2,55	3,02	10,05	10,72
15	96,00	16	3,66	3,52	4,30	11,98	7,42
16	90,00	15	3,66	3,52	4,30	11,98	7,42
20	72,00	12	3,42	2,51	4,64	10,80	5,96
24	60,00	10	4,07	3,59	3,60	12,77	11,93
30	48,00	8	4,53	2,99	5,05	13,68	8,50
40	36,00	6	4,43	3,51	6,35	18,71	9,18
48	30,00	5	5,86	4,70	5,89	16,84	13,07
60	24,00	4	5,06	3,72	7,10	17,48	10,79
80	18,00	3	5,59	4,44	7,81	23,46	12,28
120	12,00	2	6,99	5,34	9,35	28,33	15,72
240	6,00	1	8,91	7,80	12,66	38,09	21,78

#### 4.1. Estimativas dos parâmetros para os modelos



Nas Figuras 5 a 14, encontram-se os modelos segmentados MLRP, MGRP e MERP ajustados para cada característica no primeiro e segundo ciclos, o seu coeficiente de determinação, o tamanho ótimo da parcela experimental e o gráfico com os valores observados (y) e os valores preditos pelo modelo (yp).

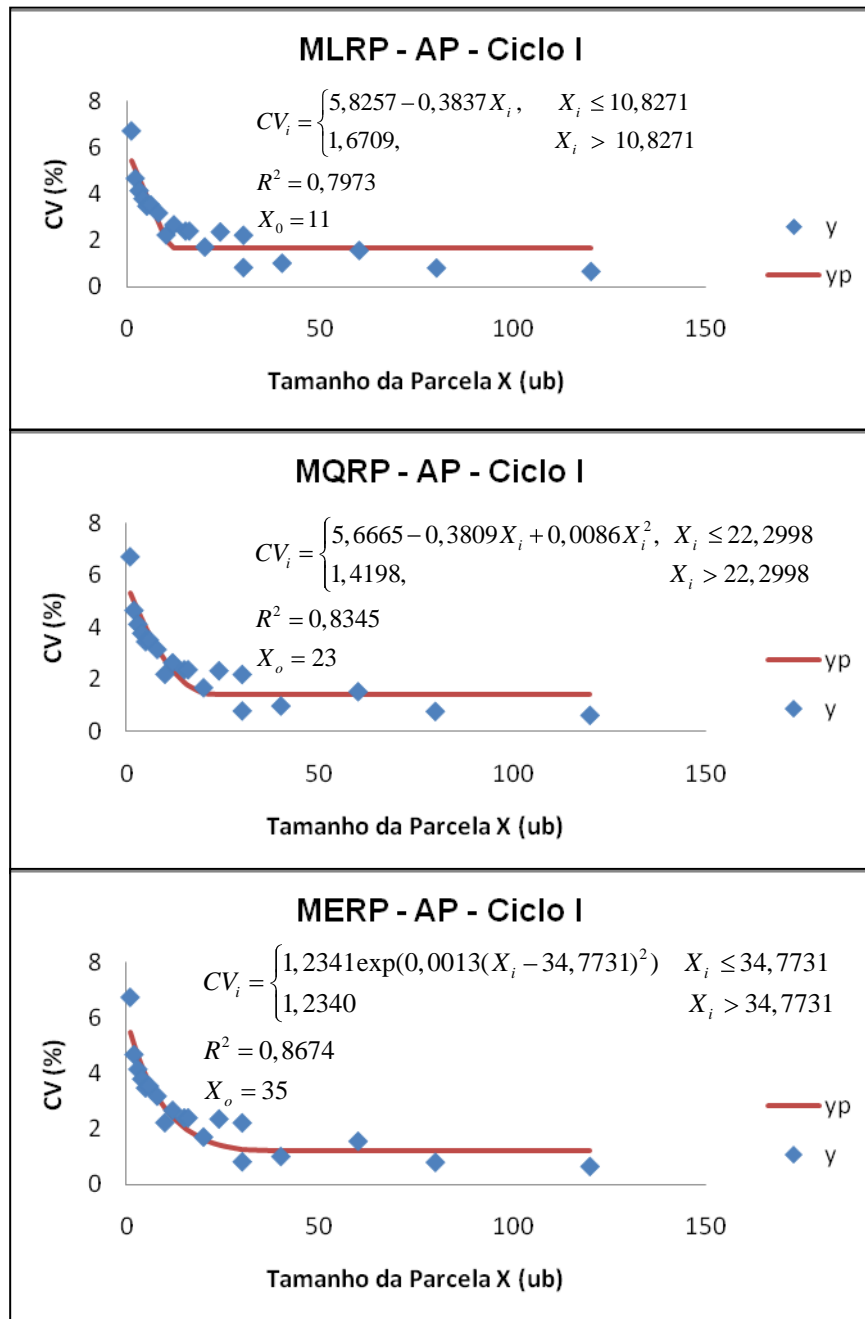


Figura 5 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Altura da Planta (AP) no primeiro ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo Quadrático

Segmentado com Response Platô (MQRP) e Modelo Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

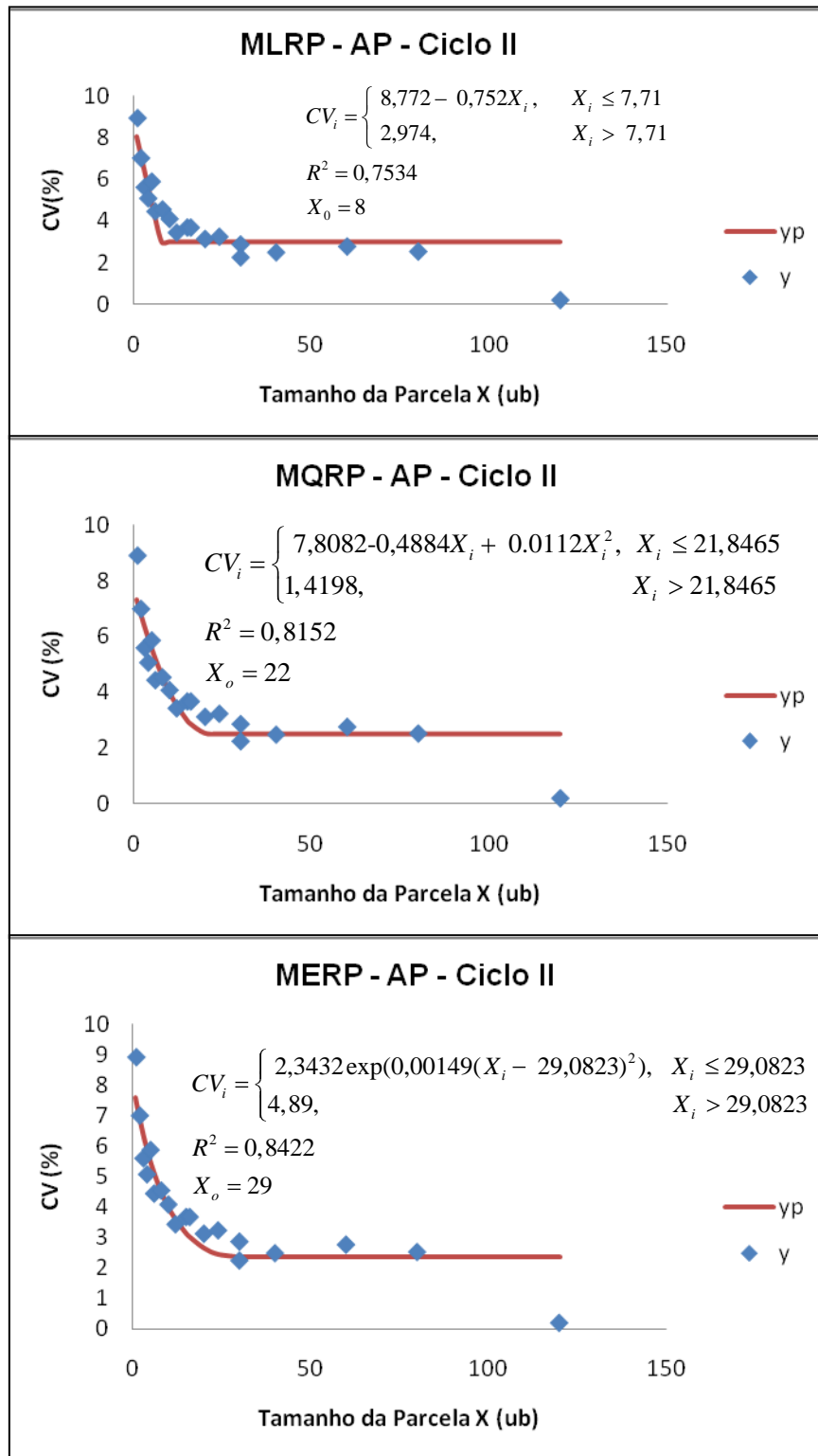


Figura 6 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Altura da Planta (AP) no segundo ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo Quadrático

Segmentado com Response Platô (MGRP) e Modelo Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

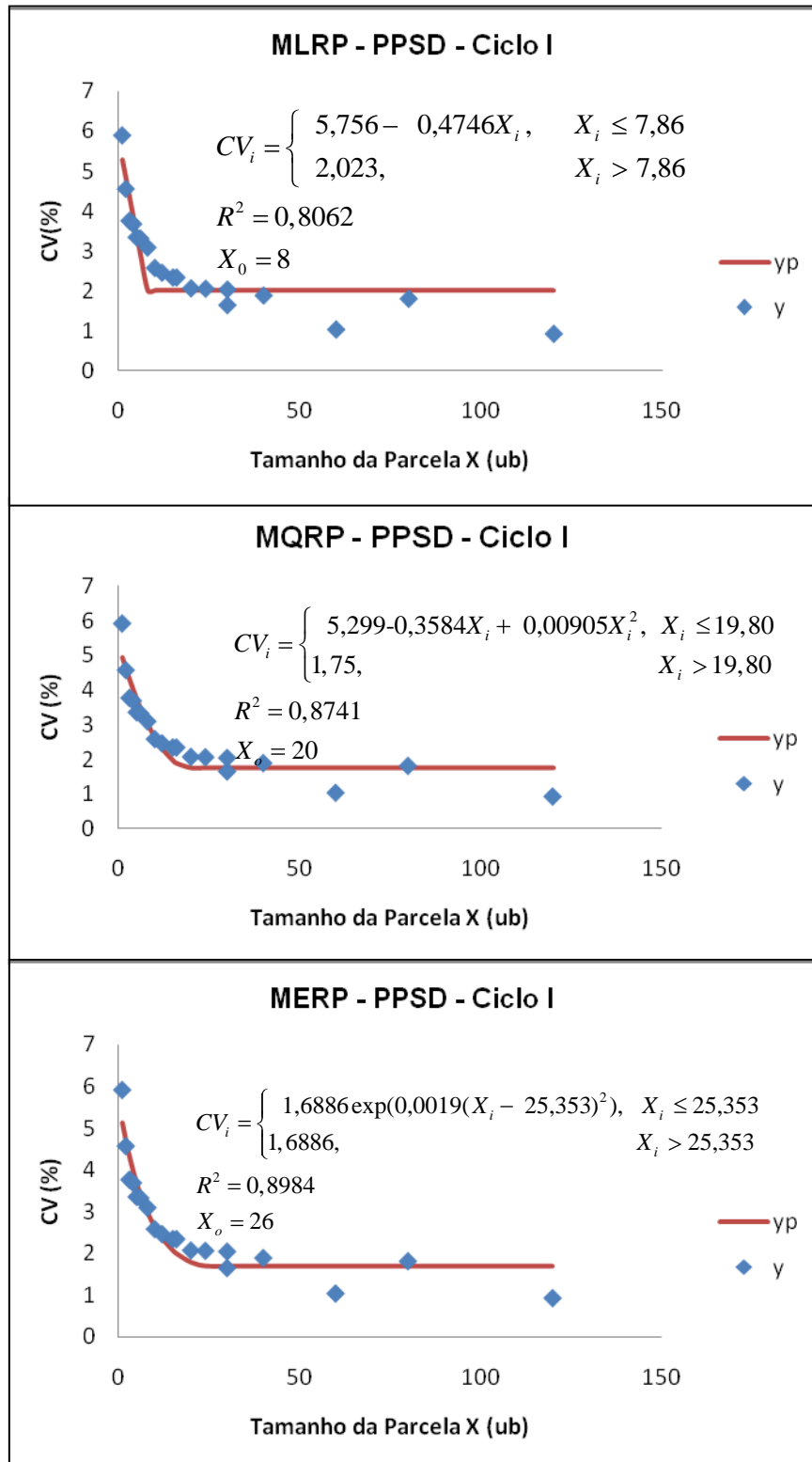


Figura 7 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Perímetro do Pseudocaule (PPSD) no primeiro ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo

Quadrático Segmentado com Response Platô (MGRP) e Modelo Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

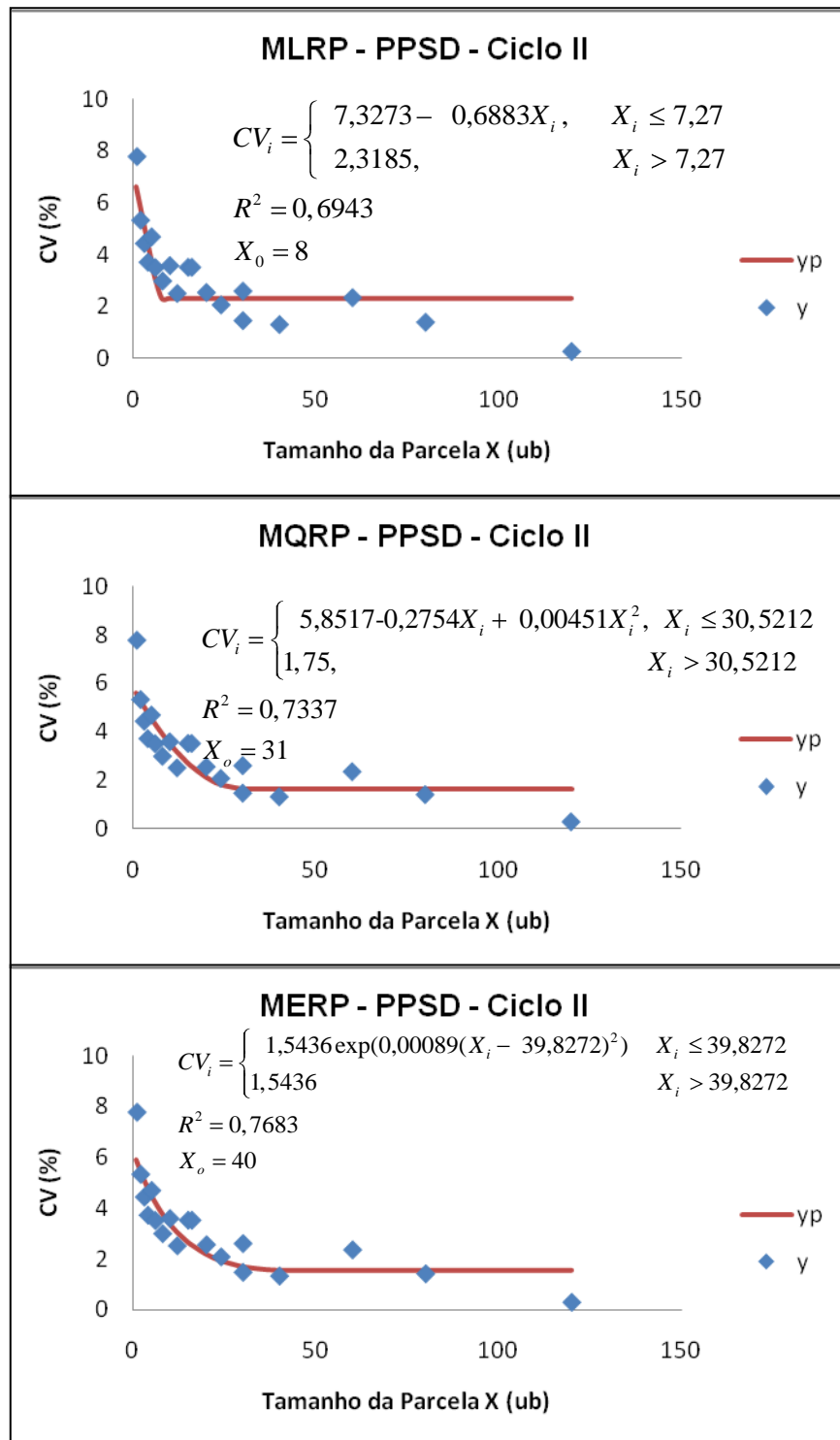


Figura 8 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Perímetro do Pseudocaule (PPSD) no segundo ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo Quadrático Segmentado com Response Platô (MGRP) e Modelo

Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

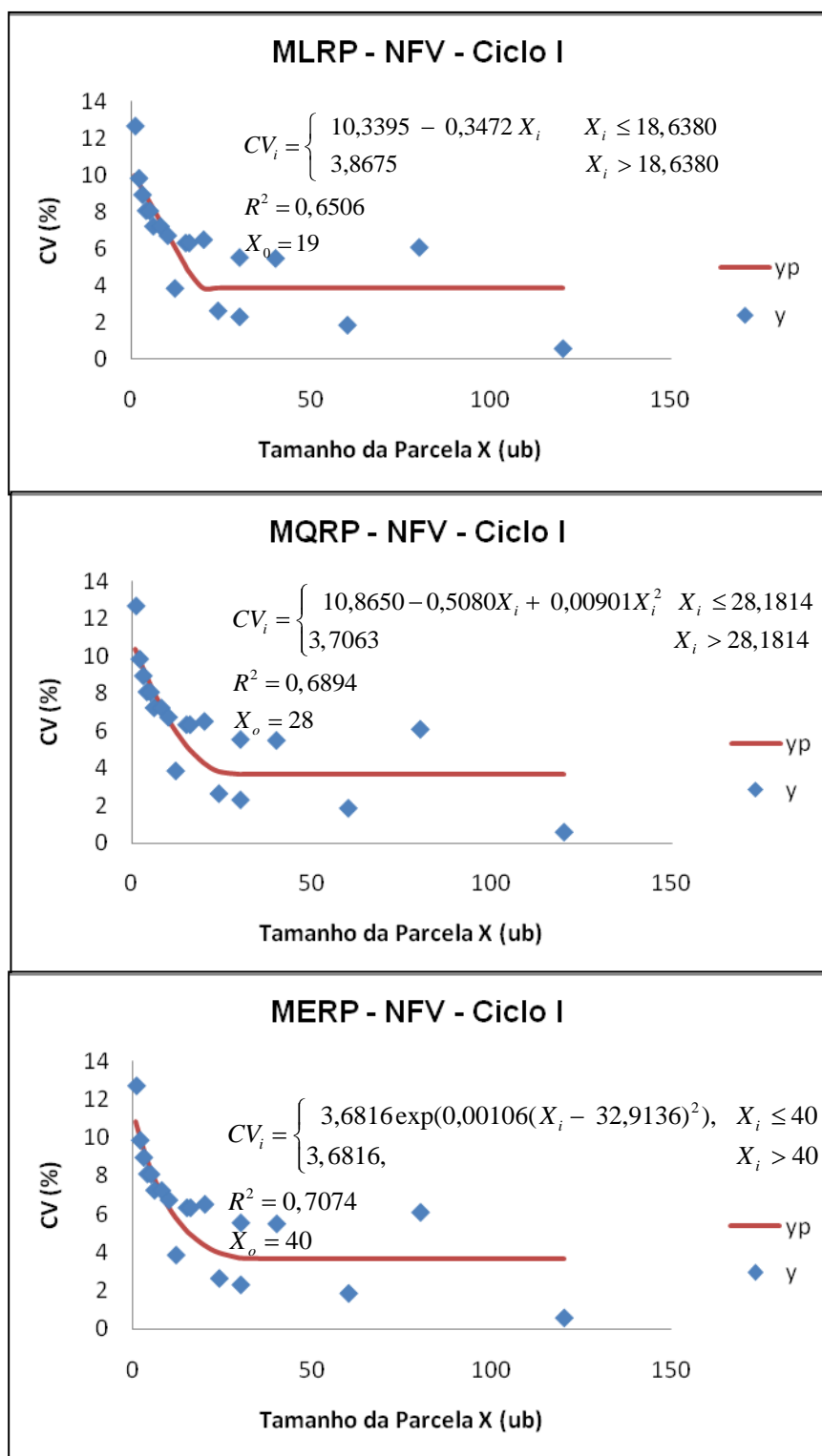


Figura 9 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Número de Folhas Vivas (NFV) no primeiro ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo

Quadrático Segmentado com Response Platô (MGRP) e Modelo Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

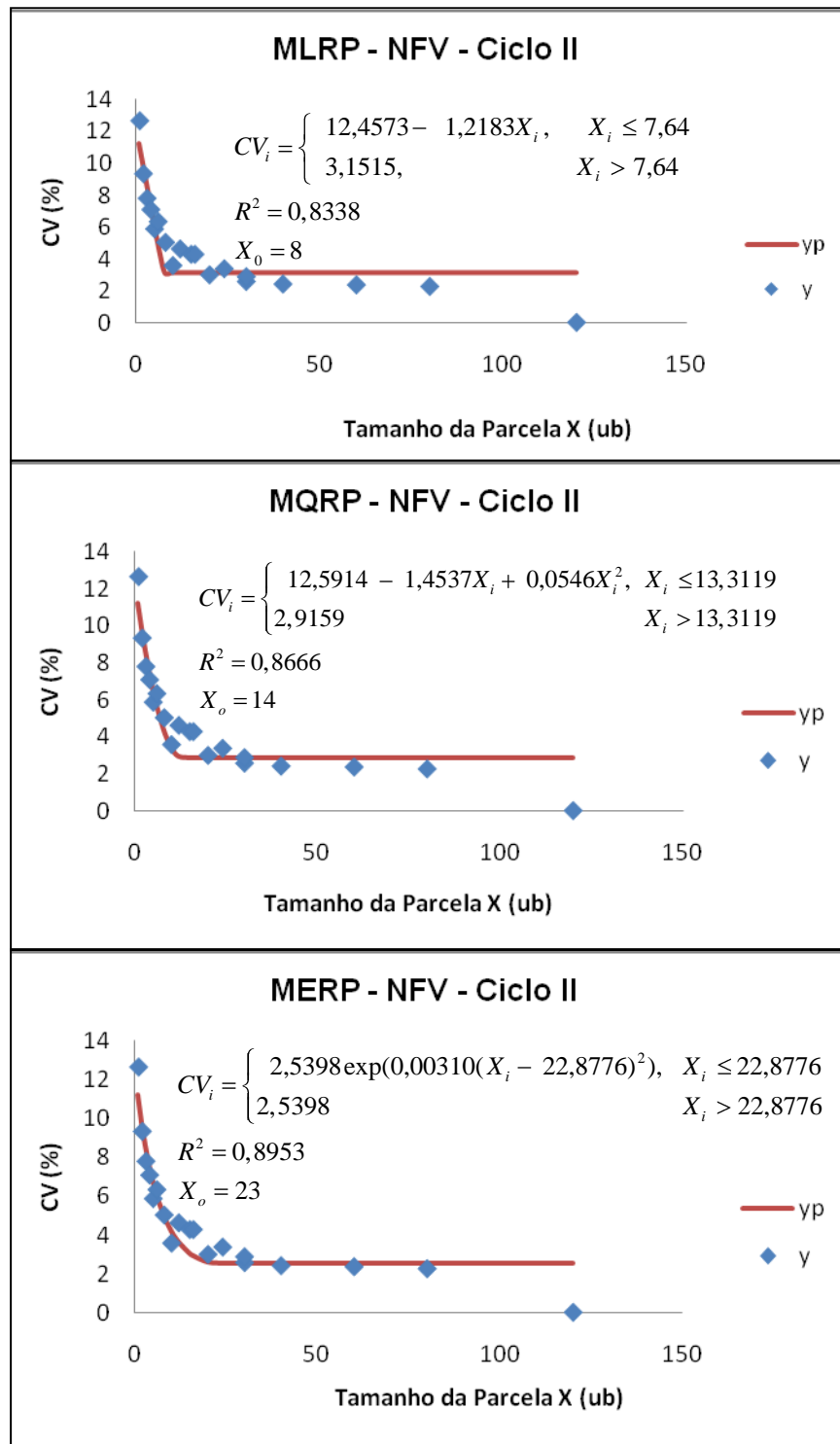


Figura 10 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Número de Folhas Vivas (NFV) no segundo ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo Quadrático Segmentado com Response Platô (MGRP) e

Modelo Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

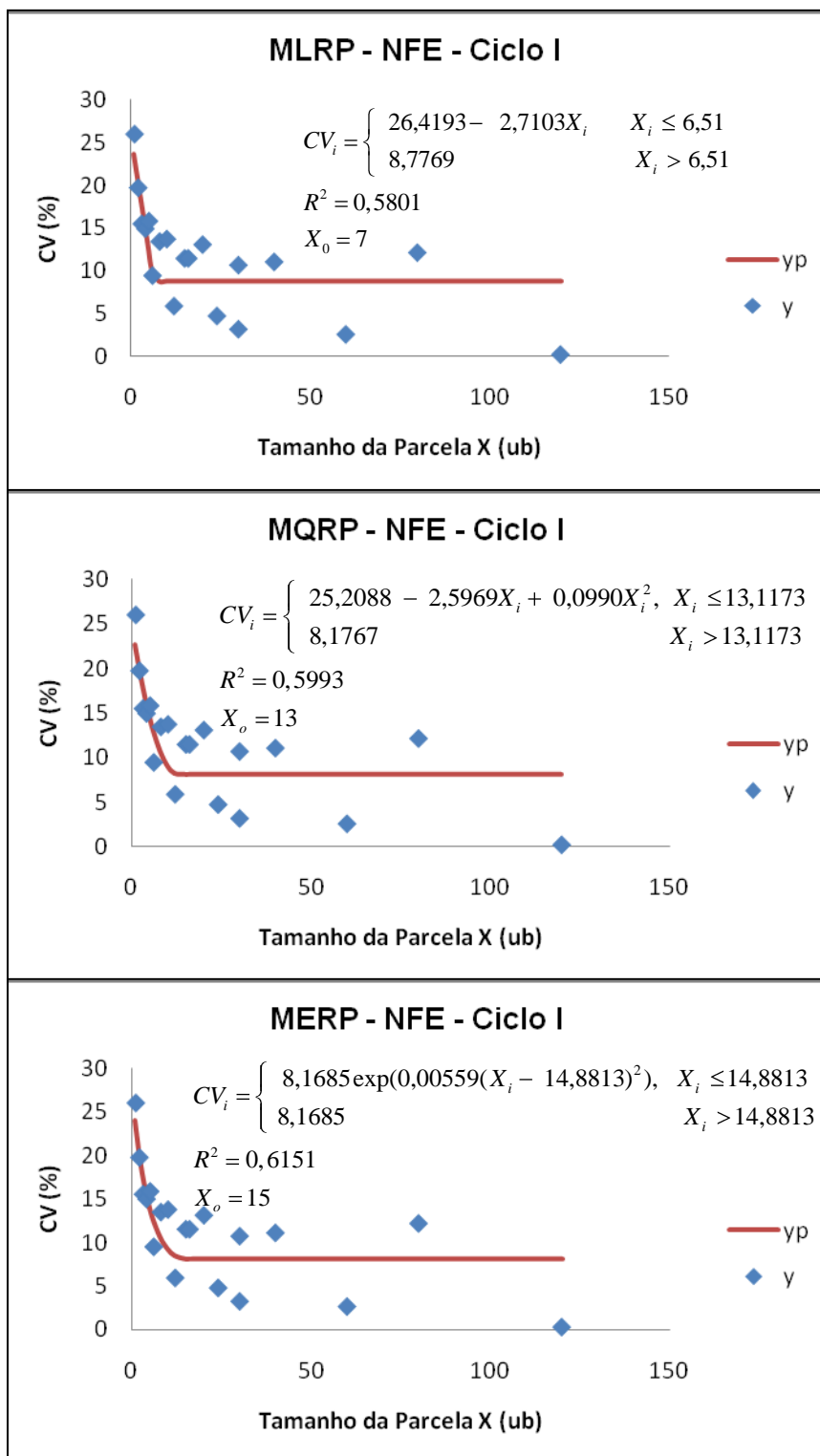


Figura 11 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Número de Filhos Emitidos (NFE) no primeiro ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo Quadrático Segmentado com Response Platô (MQRP) e Modelo

Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

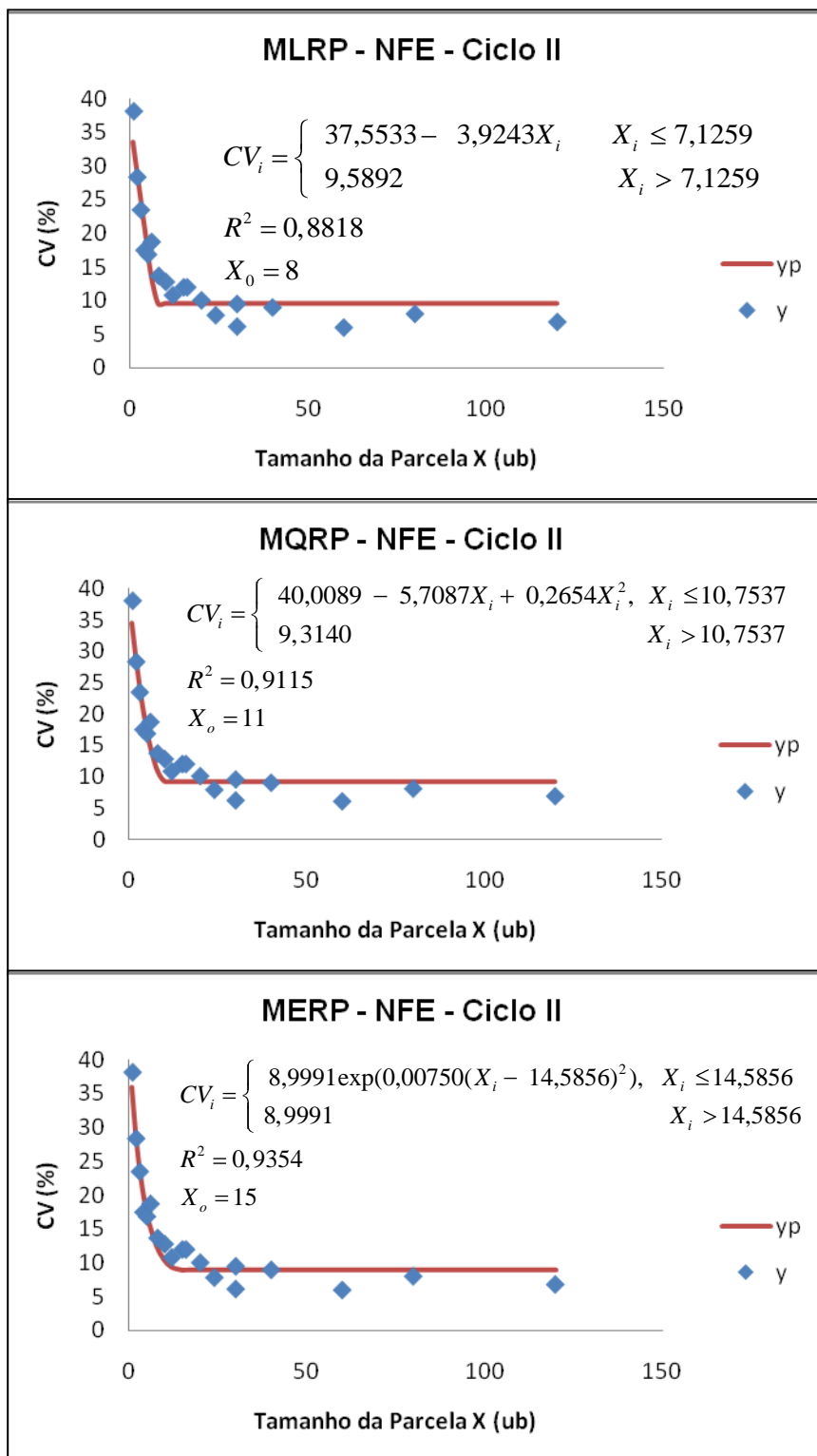


Figura 12 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Número de Filhos Emitidos (NFE) no segundo ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo Quadrático Segmentado com Response Platô



(MGRP) e Modelo Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

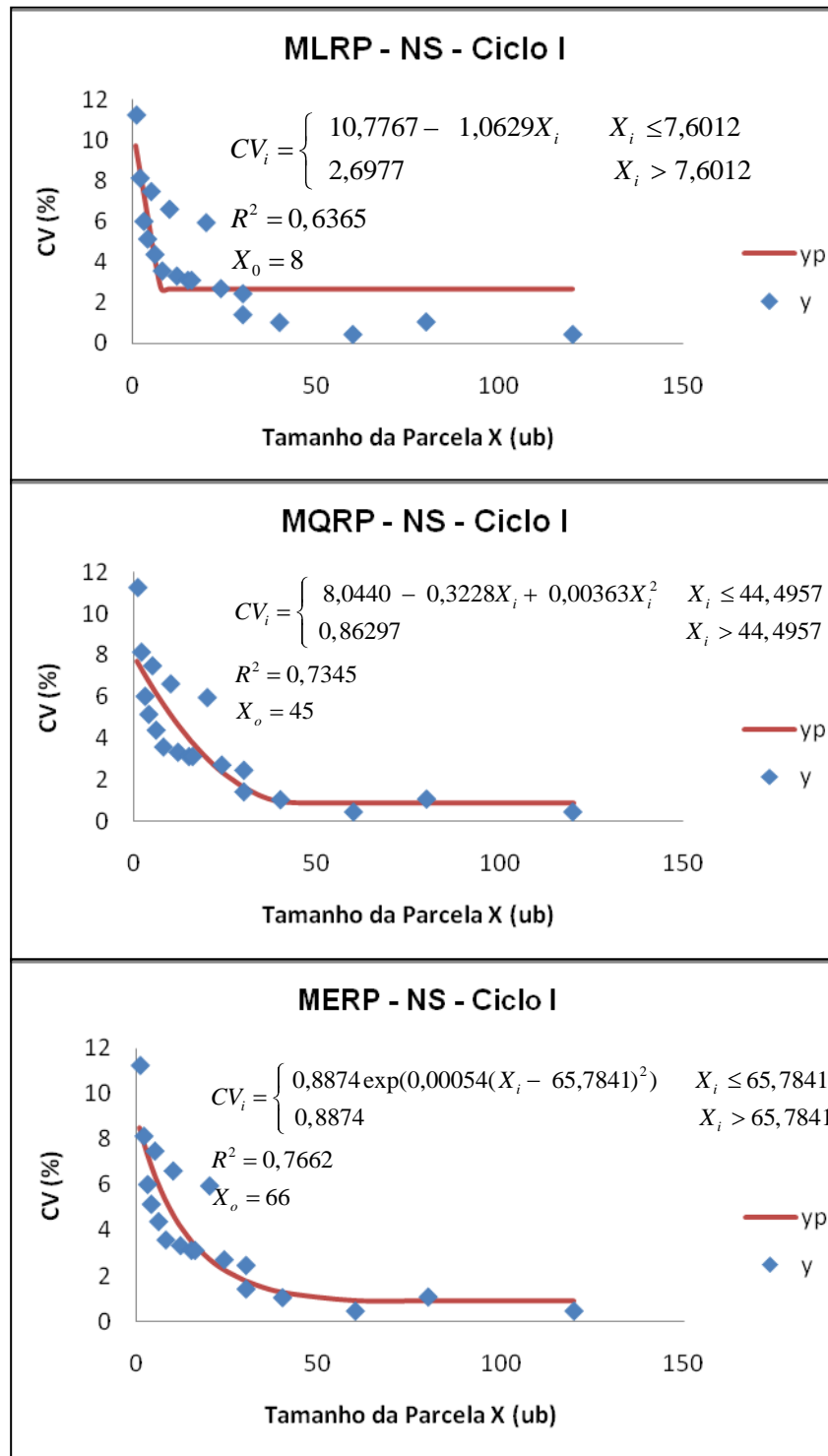


Figura 13 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Nota de Sigatoka-amarela (NS) no primeiro ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP), Modelo Quadrático Segmentado com Response Platô (MGRP) e

Modelo Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

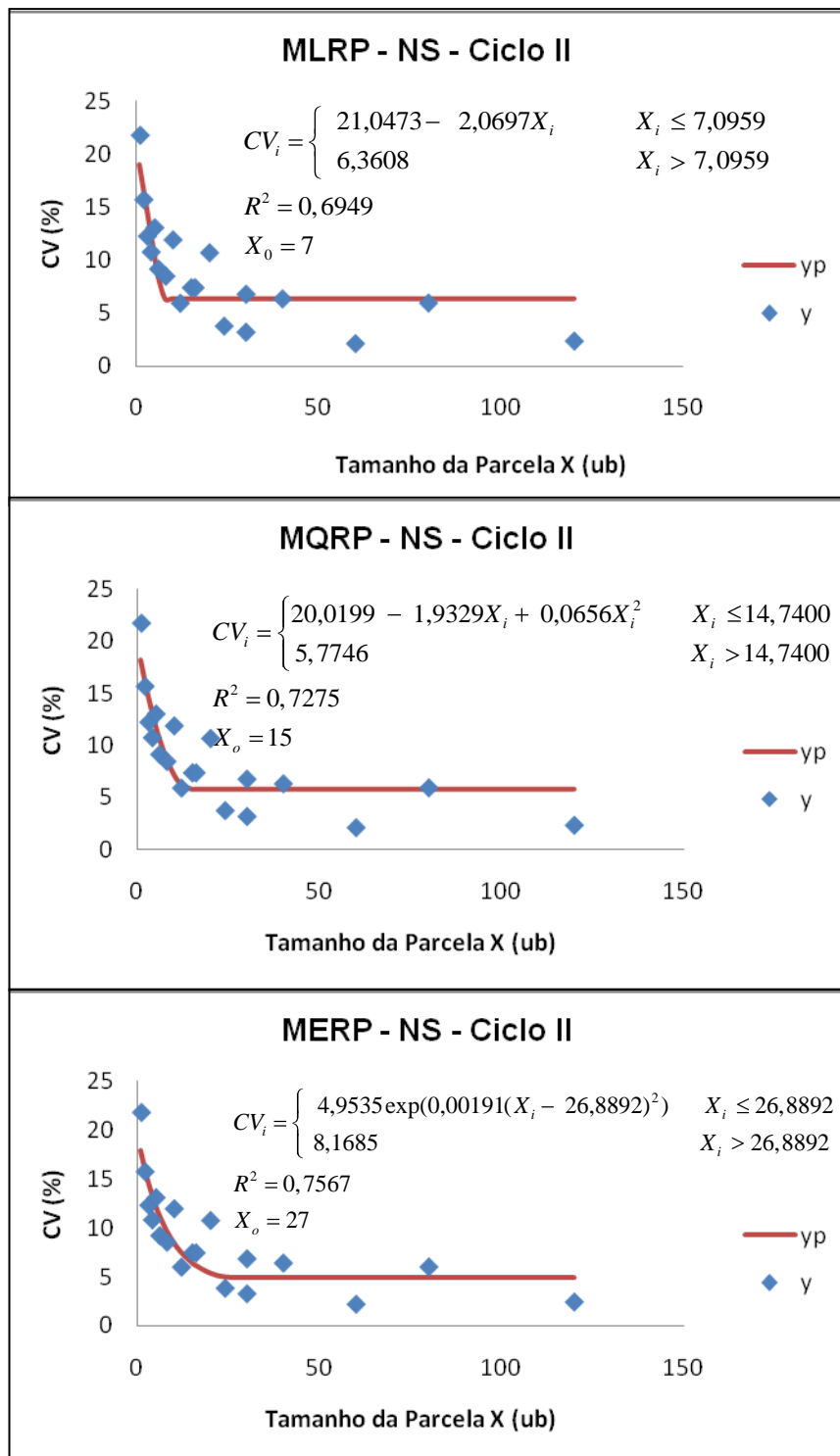


Figura 14 - Relação entre coeficientes de variação (CV) e tamanho de parcela (X) para a característica Nota de Sigatoka-amarela (NS) no segundo ciclo de produção da bananeira com os métodos: Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP),

Modelo Quadrático Segmentado com Response Platô (MQRP) e Modelo Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

Com relação às características avaliadas no primeiro ciclo de produção com o método MLRP, os tamanhos de parcela estimados foram de: 10,82 unidades básicas (11 plantas, 66 m<sup>2</sup>) para a altura da planta; 7,86 unidades básicas (8 plantas, 48 m<sup>2</sup>) para perímetro do pseudocaule; 18,63 unidades básicas (19 plantas, 114 m<sup>2</sup>) para número de folhas vivas; 6,51 unidades básicas (7 plantas, 42 m<sup>2</sup>) para número de filhos emitidos; e 7,60 unidades básicas (8 plantas, 48 m<sup>2</sup>) para nota de sigatoka-amarela.

Para o MQRP, os tamanhos de parcela estimados foram de: 22,30 unidades básicas (23 plantas, 138 m<sup>2</sup>) para a altura da planta; 19,80 unidades básicas (20 plantas, 120 m<sup>2</sup>) para perímetro do pseudocaule; 28,18 unidades básicas (28 plantas, 168 m<sup>2</sup>) para número de folhas vivas; 13,11 unidades básicas (13 plantas, 78 m<sup>2</sup>) para número de filhos emitidos; e 44,50 unidades básicas (45 plantas, 270 m<sup>2</sup>) para nota de sigatoka-amarela.

Para o MERP, os tamanhos de parcela estimados foram de: 34,77 unidades básicas (35 plantas, 210 m<sup>2</sup>) para a altura da planta; 25,35 unidades básicas (26 plantas, 156 m<sup>2</sup>) para perímetro do pseudocaule; 32,91 unidades básicas (33 plantas, 198 m<sup>2</sup>) para número de folhas vivas; 14,88 unidades básicas (15 plantas, 90 m<sup>2</sup>) para número de filhos emitidos; e 65,78 unidades básicas (66 plantas, 396 m<sup>2</sup>) para nota de sigatoka-amarela.

Para as mesmas características avaliadas novamente no segundo ciclo de produção, os tamanhos de parcela estimados para o método MLRP foram de: 7,71 unidades básicas (8 plantas, 48 m<sup>2</sup>) para a altura da planta; 7,27 unidades básicas (8 plantas, 48 m<sup>2</sup>) para perímetro do pseudocaule; 7,64 unidades básicas (8 plantas, 48 m<sup>2</sup>) para número de folhas vivas; 7,13 unidades básicas (8 plantas, 48 m<sup>2</sup>) para número de filhos emitidos; e 7,09 unidades básicas (7 plantas, 42 m<sup>2</sup>) para nota de sigatoka-amarela.

Para o MQRP, os tamanhos de parcela estimados foram de: 21,84 unidades básicas (22 plantas, 132 m<sup>2</sup>) para a altura da planta; 30,52 unidades básicas (31 plantas, 186 m<sup>2</sup>) para perímetro do pseudocaule; 13,31 unidades básicas (14 plantas, 84 m<sup>2</sup>) para número de folhas vivas; 10,57 unidades básicas (11 plantas, 66 m<sup>2</sup>) para número de filhos emitidos; e 14,74 unidades básicas (15 plantas, 90 m<sup>2</sup>) para nota de sigatoka-amarela.

Para o MERP, os tamanhos de parcela estimados foram de 29,08 unidades básicas (29 plantas, 174 m<sup>2</sup>) para a altura da planta, 39,82 unidades básicas (40 plantas, 240 m<sup>2</sup>) para perímetro do pseudocaule, 22,87 unidades básicas (23 plantas, 138 m<sup>2</sup>) para número de folhas vivas, 14,58 unidades básicas (15 plantas, 90 m<sup>2</sup>) para número de filhos emitidos e 26,88 unidades básicas (27 plantas, 162 m<sup>2</sup>) para nota de sigatoka-amarela.

Nas Figuras 15 e 16 são apresentados os modelos ajustados pelo MMCM para cada característica no primeiro e segundo ciclos, o seu coeficiente de determinação, o tamanho ótimo da parcela experimental e o gráfico com os valores observados (y) e os valores preditos pelo modelo (yp).

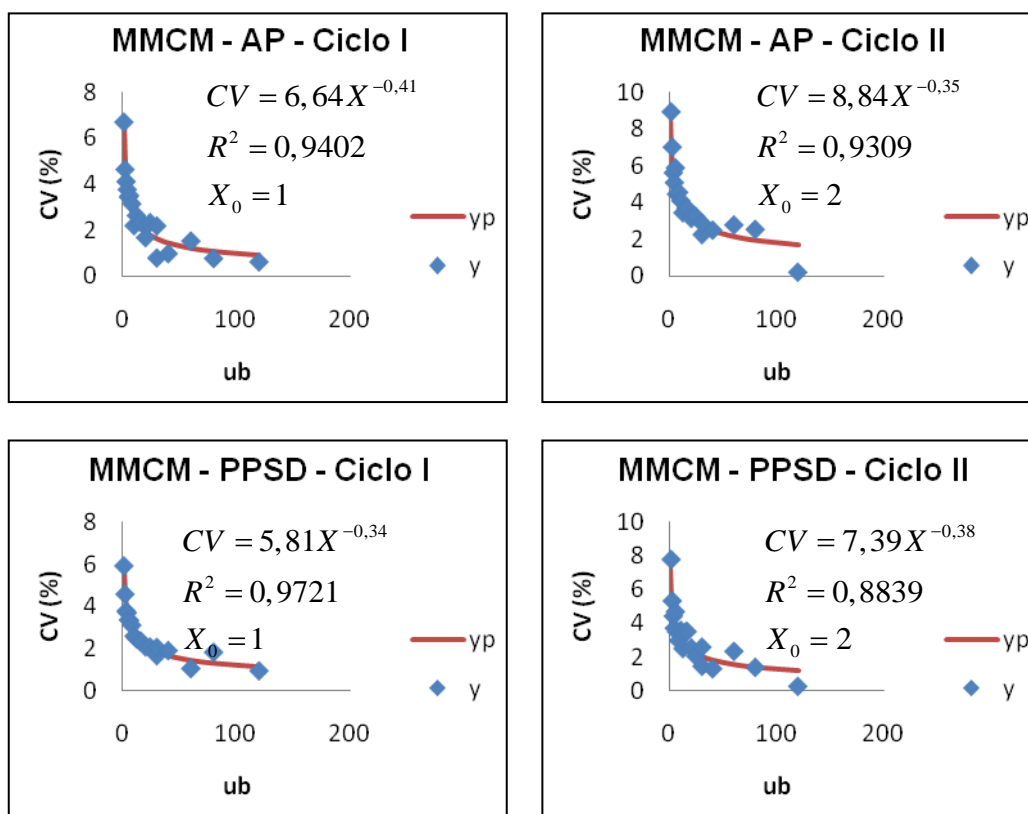


Figura 15 - Relação entre coeficientes de variação e tamanho de parcela para as características Altura da Planta (AP) e Perímetro do Pseudocaule (PPSD) no primeiro e segundo ciclos de produção da bananeira com o Método da Máxima Curvatura Modificado (MMCM), sendo y = valores observados e yp = valores preditos.

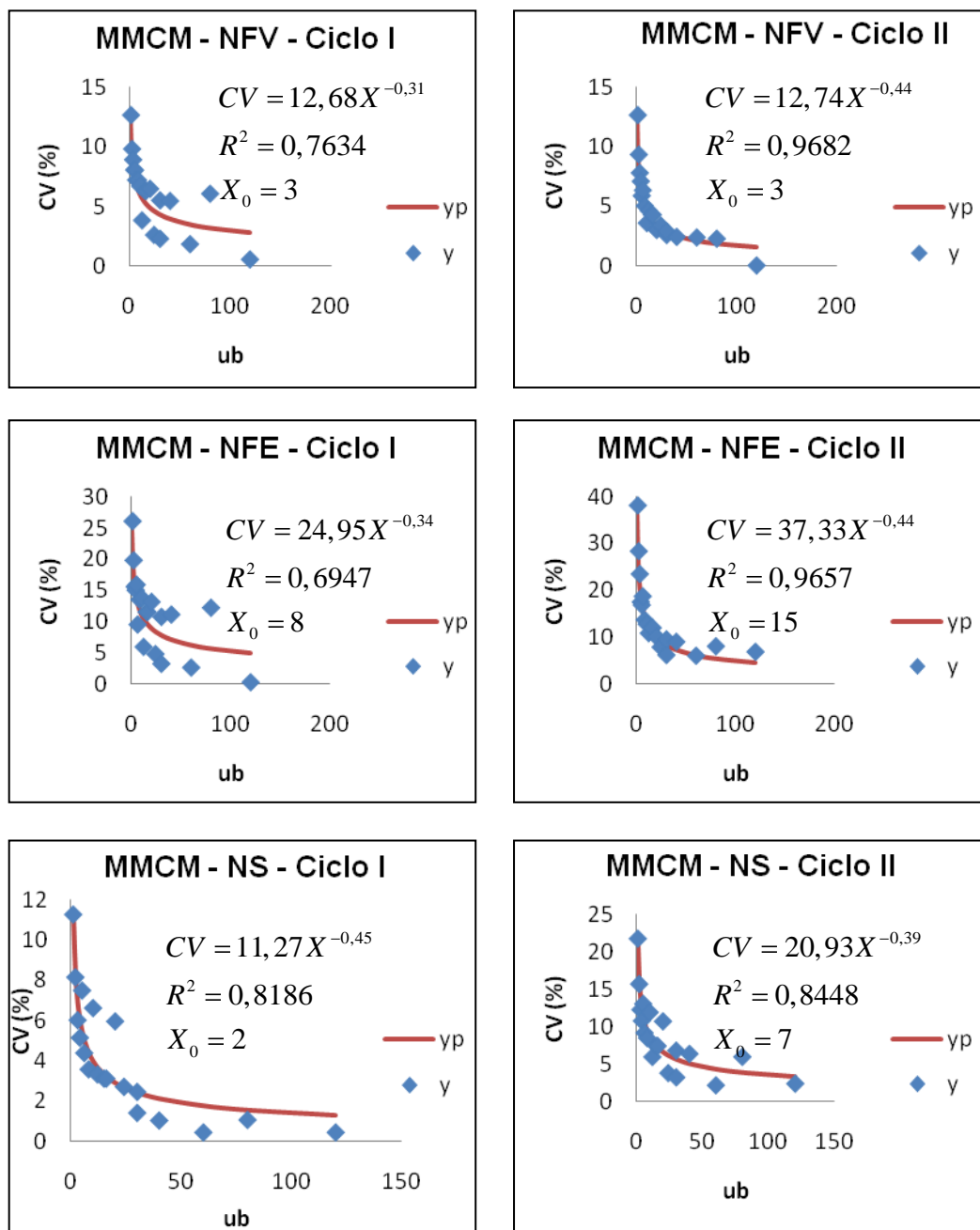


Figura 16 - Relação entre coeficientes de variação e tamanho de parcela para as características Número de Folhas Vivas (NFV), Número de Filhos Emitidos (NFE) e Nota de Sigatoka-amarela (NS) para o primeiro e segundo ciclos de produção da bananeira com o Método da Máxima Curvatura Modificado (MMCM), sendo  $y$  = valores observados e  $y_p$  = valores preditos.

Para o MMCM, os tamanhos de parcela estimados no primeiro ciclo foram de 0,86 unidade básica (1 planta, 6 m<sup>2</sup>) para altura da planta, 0,81 unidade básica (1 planta, 6 m<sup>2</sup>) para perímetro do pseudocaule, 2,48 unidades básicas (3 plantas, 18 m<sup>2</sup>) para número de folhas vivas, 7,39 unidades básicas (8 plantas, 48 m<sup>2</sup>) para número de filhos emitidos e 1,52 unidades básicas (2 plantas, 12 m<sup>2</sup>) para nota de sigatoka-amarela.

Já para o segundo ciclo os tamanhos de parcela estimados pelo MMCM foram de 1,53 unidade básica (2 plantas, 12 m<sup>2</sup>) para altura da planta, 1,14 unidade básica (2 plantas, 12 m<sup>2</sup>) para perímetro do pseudocaule, 2,15 unidades básicas (3 plantas, 18 m<sup>2</sup>) para número de folhas vivas, 14,82 unidades básicas (15 plantas, 90 m<sup>2</sup>) para número de filhos emitidos e 6,11 unidades básicas (7 plantas, 42 m<sup>2</sup>) para nota de sigatoka-amarela.

Na Tabela 6, encontra-se o resumo com os valores do tamanho da unidade básica e com os coeficientes de determinação das características estudadas.

Tabela 6 - Coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e tamanho da unidade básica ( $X_0$ ) de cada característica: Altura da Planta (AP), Perímetro do Pseudocaule (PPSD), Número de Folhas Vivas (NFV), Número de Filhos Emitidos no Florescimento (NFE) e Nota de Sigatoka-Amarela (NS) para os modelos segmentados com platô e o método da máxima curvatura modificado, nos dois ciclos de produção

Característica	Ciclo	$R^2$				$X_0$			
		MLRP	MQRP	MERP	MMCM	MLRP	MQRP	MERP	MMCM
AP	I	0,7973	0,8345	0,8674	0,9402	11	23	35	1
	II	0,7534	0,8152	0,8422	0,9309	8	22	29	2
PPSD	I	0,8062	0,8741	0,8984	0,9721	8	20	26	1
	II	0,6943	0,7337	0,7683	0,8839	8	31	40	2
NFV	I	0,6506	0,6894	0,7074	0,7634	19	28	33	3
	II	0,8338	0,8666	0,8953	0,9682	8	14	23	3
NFE	I	0,5801	0,5993	0,6151	0,6947	7	13	15	8
	II	0,8818	0,9108	0,9354	0,9657	8	11	15	15
NS	I	0,6365	0,7345	0,7662	0,8186	8	45	66	2

II	0,6949	0,7275	0,7576	0,8448	7	15	27	7
----	--------	--------	--------	--------	---	----	----	---

Pode-se observar na Tabela 6 que o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) do Modelo Linear Segmentado com Response Platô (MLRP) é sempre menor que o  $R^2$  do Modelo Quadrático Segmentado com Response Platô (MGRP), que por sua vez também é sempre menor que o  $R^2$  do Modelo Exponencial Segmentado com Response Platô (MERP) e que o MLRP estima sempre as menores parcelas e o MERP é o que estima as maiores parcelas experimentais dentre os modelos segmentados.

Levando em conta os avaliadores de ajuste AIC e BIC (Tabela 7) dos modelos segmentados para as características em estudo, verifica-se que o modelo que melhor se ajusta aos dados é o MERP, uma vez que apresenta os menores valores de AIC e BIC e o maior  $R^2$ . A desvantagem desse modelo é o fato de estimar parcelas grandes.

Tabela 7 - Resultados dos avaliadores da qualidade de ajuste: critério de informação de Akaike (AIC) e critério de informação bayesiano (BIC) dos modelos segmentados com platô, para as características em estudo nos dois ciclos

Característica	Ciclo	AIC			BIC		
		MLRP	MGRP	MERP	MLRP	MGRP	MERP
AP	I	46,79	42,94	38,78	50,57	46,72	42,56
	II	59,48	53,99	51,01	63,25	57,77	54,79
PPSD	I	37,23	29,03	24,99	41,01	32,81	28,77
	II	58,5	55,88	53,26	62,28	59,65	57,04
NFV	I	82,09	79,85	78,72	85,87	83,63	82,5
	II	67,86	63,69	59,13	71,64	67,47	62,91
NFE	I	113,75	112,86	112,1	117,53	116,64	115,88
	II	100,86	95,36	89,41	104,64	99,14	93,19
NS	I	82,41	76,43	74,03	86,18	80,21	77,81
	II	98,86	96,71	94,58	102,64	100,49	98,36

#### 4.2. Intervalos de confiança para o tamanho ótimo de parcelas

Utilizando o método MLRP, encontraram-se valores para tamanho da unidade básica variando entre 7 e 19 unidades básicas. O intervalo de confiança da média de  $X_0$  com 95% de probabilidade foi  $6,62 \leq \mu_{X_0} \leq 12,65$ ,

sendo o tamanho médio de  $\bar{X}_o = 9,2$ . Logo, o tamanho ótimo médio recomendado pode ser de 9 ub por parcela, num total de 54 m<sup>2</sup>.

Nota-se que no segundo ciclo quase não houve variação no tamanho da parcela quanto às características estudadas, pois somente para a característica NS o valor se alterou (7). Nas demais características, o valor calculado foi de 8 ub.

Pelo método MQRP, encontraram-se valores para tamanho da unidade básica variando entre 11 e 45 ub. O intervalo de confiança da média de  $X_0$  com 95% de probabilidade foi  $14,79 \leq \mu_{X_0} \leq 29,61$ , sendo o tamanho médio de  $\bar{X}_o = 22,2$ . Logo, o tamanho ótimo médio recomendado pode ser de 22 ub por parcela, num total de 132 m<sup>2</sup>.

Ao usar o método do MERP, encontraram-se valores para tamanho da unidade básica que variaram entre 15 e 65 ub, sendo esse o modelo que apresentou maior variância para os valores estimados (Tabela 7). O intervalo de confiança da média de  $X_0$  com 95% de probabilidade foi  $20,38 \leq \mu_{X_0} \leq 41,42$ , sendo o tamanho médio de  $\bar{X}_o = 30,9$ . Logo, o tamanho ótimo médio recomendado pode ser de 31 ub por parcela, num total de 186 m<sup>2</sup>.

Entre os modelos segmentados, o MERP é o que apresenta o maior  $R^2$ , mas também é o que estima os maiores valores para as parcelas experimentais, o que nem sempre é viável para o experimentador.

Verificou-se que o MMCM apresenta os maiores coeficientes de determinação  $R^2$ , porém subestima o tamanho da unidade básica (SILVA, 2010), uma vez que encontra valores muito pequenos, comparados com os dos demais métodos estudados.

Os valores para tamanho da unidade básica do MMCM variaram entre 1 e 15 ub. O intervalo de confiança da média de  $X_0$  com 95% de probabilidade foi  $0,79 \leq \mu_{X_0} \leq 8,01$ , sendo o tamanho médio de  $\bar{X}_o = 4,4$ . Logo, o tamanho ótimo médio recomendado pode ser de 4 ub por parcela, num total de 24 m<sup>2</sup> na unidade experimental.

Na Tabela 9, apresentam-se a média, o desvio-padrão e o intervalo de confiança (IC) de cada método. Nota-se que o menor tamanho de parcela estimado foi do modelo MMCM (subestima o valor da parcela), sendo o



maior tamanho de parcela estimado pelo MERP (superestima o valor da parcela).

Tabela 9 - Média, desvio-padrão e intervalo de confiança (IC) dos valores ótimos de todas as características dos respectivos métodos abordados

	<b>MLRP</b>	<b>MQRP</b>	<b>MERP</b>	<b>MMCM</b>
$\bar{X}_0$	9,2	22,2	30,9	4,4
$s$	3,61	10,36	14,71	4,43
$IC_{95\%} (\mu)$	$9,2 \pm 2,58$	$22,2 \pm 7,41$	$30,9 \pm 10,52$	$4,4 \pm 3,61$

Na Tabela 10, encontram-se o valor de p para o teste de normalidade do teste de Shapiro-Wilk, os intervalos de confiança para cada tamanho ótimo ( $X_0$ ) e os tamanhos ótimos estimados.

Tabela 10 - P-valor do teste de normalidade de Shapiro-Wilk, intervalo de confiança (IC) dos valores ótimos para cada características dos respectivos métodos segmentados com platô abordados e o tamanho ótimo encontrado

<b>Característica</b>	<b>Ciclo</b>	<b>Modelo</b>	<b>Shapiro-Wilk</b>	<b>IC</b>	$X_0$
			<b>p valor</b>		
AP	I	MLRP	0,5068	(8,2833 ; 18,4987)	11
		MQRP	0,1186	(8,5807 ; 36,0190)	23
		MERP	0,0250	(11,7364 ; 57,8098)	35
	II	MLRP	0,1354	(5,6812 ; 18,7122)	8
		MQRP	0,1669	(9,4392 ; 34,2538)	22
		MERP	0,0789	(8,2522 ; 49,9124)	29
PPSD	I	MLRP	0,8597	(5,9265 ; 15,8136)	8
		MQRP	0,8890	(9,3566 ; 30,2414)	20
		MERP	0,6385	(12,3604 ; 38,3449)	26
	II	MLRP	0,2379	(5,3556 ; 19,7658)	8
		MQRP	0,6287	(11,3948 ; 49,6476)	31
		MERP	0,6891	(0,1709 ; 79,4835)	40

Continua...

Tabela 10 - Cont.

NFV	I	MLRP	0,5868	(12,3149 ; 53,1375)	19
		MQRP	0,4067	(-15,5731 ; 71,9358)	28
		MERP	0,4356	(-15,9335 ; 81,7607)	33
	II	MLRP	0,1055	(5,9395 ; 13,1685)	8
		MQRP	0,0995	(7,0581 ; 19,5656)	14
		MERP	0,3426	(9,3319 ; 36,4233)	23
NFE	I	MLRP	0,1093	(4,8349 ; 21,3376)	7
		MQRP	0,0885	(-9,6825 ; 35,9171)	13
		MERP	0,1068	(-19,8149 ; 49,5776)	15
	II	MLRP	0,3257	(5,8889 ; 9,9585)	8
		MQRP	0,1497	(6,9006 ; 14,6068)	11
		MERP	0,2109	(6,2081 ; 22,9631)	15
NS	I	MLRP	0,2107	(5,3083 ; 47,2903)	8
		MQRP	0,3063	(-5,5845 ; 94,5760)	45
		MERP	0,1115	(-130,8 ; 262,4)	66
	II	MLRP	0,8611	(5,2919 ; 17,5362)	7
		MQRP	0,3113	(0,9794 ; 28,5007)	15
		MERP	0,0992	(2,1935 ; 51,5849)	27

O resultado do teste de Shapiro-wilk no nível de significância  $\alpha = 0,01$  foi não significativo para todos os tamanhos de parcela estimados. Ao considerar  $\alpha = 0,05$ , apenas o MERP para a característica AP é significativo, ou seja, não apresenta normalidade para os erros.

As características NFV, NFE e NS dos modelos MQRP e MERP no primeiro ciclo apresentaram inconsistência na estimação do intervalo de confiança de  $X_0$ , uma vez que tais intervalos contêm o zero, gerado devido ao fato de os dados apresentarem grande variabilidade de ajuste. Nota-se que o  $R^2$  para esses modelos é relativamente baixo em relação aos demais.

Os menores intervalos calculados foram os da característica altura da planta, em todos os modelos segmentados, uma vez que essa característica teve menor variação nos tamanhos ótimos estimados e os

maiores intervalos foram calculados para nota de sigatoka-amarela, que apresentou as maiores variações nos tamanhos estimados.

A característica com maior variação no tamanho ótimo de parcela calculado foi a nota de sigatoka-amarela, no Modelo Exponencial de Response com Platô.

## 5. CONCLUSÕES

Os valores das estimativas dos tamanhos de parcela obtidos, de forma geral, oscilaram de acordo com as características avaliadas, o ciclo de produção e os modelos utilizados. Os valores variaram de 7 a 66 plantas no primeiro ciclo e de 7 a 40 plantas no segundo.

O método da Máxima Curvatura Modificada realmente subestima o tamanho da unidade básica.

Entre os modelos segmentados, o método Modelo Exponencial com Response Platô determinou valores maiores para as unidades básicas, o método Modelo Quadrático com Response Platô estimou valores intermediários e o método Modelo Linear com Response Platô, valores menores.

De acordo com a qualidade de ajuste, o melhor modelo para os dados analisados foi o MERP, que estimou tamanho ótimo de parcela médio de 31 unidades básicas (186 m<sup>2</sup>), mas por razões de ordens práticas, uma vez que estima valores maiores para o tamanho ótimo de parcela, pode não ser viável para o pesquisador.

Seria interessante aplicar tais modelos segmentados levando em consideração características de produtividade na cultura da bananeira e também em outras culturas, para validar a sua utilização como modelos empregados para a estimativa de tamanhos ótimos de parcela.

Recomenda-se, portanto, a utilização simultânea de mais de um método para determinação do tamanho ótimo da parcela, a fim de que o

tamanho realmente adotado atenda, na medida do possível, aos diversos fatores considerados em cada método e à disponibilidade do pesquisador.

## 6. REFERÊNCIAS

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transaction on Automatic Control**, v. 19, p. 716-723, 1974.

BAKKE, O. A. **Tamanho e forma ótimos de parcelas em delineamentos experimentais**. 1988. 142 f. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agronômica) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, SP, 1988.

BRAGA, J. M. **Avaliação da fertilidade do solo**: ensaios de campo. Viçosa, MG: UFV, 1983. 101 p.

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Multimodel Inference: Understanding AIC and BIC in Model Selection. **Sociological Methods & Research**, v. 33, n. 2, p. 261-304, nov. 2004.

CAMPOS, K. A.; MORAIS, A. R.; PEIXOTO, A. P. B.; SILVA, L. F. O. da. Tamanho ótimo de parcela para experimentos com rabanetes usando regressão não linear. In: ESCOLA DE MODELOS DE REGRESSÃO – EMR, 2009, Recife. **Resumos...** Recife, PE, 2009.

CARVALHO, P. C. L. de. **Estabelecimento de descritores botânico-agronômicos para caracterização de banana (*Musa spp.*)**. 1995. 190 f.

Dissertação (Mestrado em Fruticultura Tropical) – Escola de Agronomia, Universidade Federal da Bahia, Cruz das Almas, BA, 1995.

CHAVES, L. J. **Tamanho da parcela para seleção de progênies de milho (*Zea mays* L.)**. 1985. 148 f. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento de Plantas) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, SP, 1985.

COELHO, L. S. S.; COSTA, P. M. A.; SILVA, M. A.; PEREIRA, J. A. A.; ROSTAGNO, H. S.; BARBOSA, H. P. Modelos para estimar exigências nutricionais em suínos. **Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 16, n. 1, p. 102-110, 1987.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3. ed. New York: John Wiley, 1998. 706 p.

DONATO, S. L. R.; ARANTES, A. de M.; SILVA, S. de O.; CORDEIRO, Z. J. M. Comportamento fitotécnico da bananeira ‘Prata-Anã’ e de seus híbridos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 44, n. 12, dez., 2009.

DONATO, S. L. R. **Estimativas do tamanho e forma de parcelas experimentais para avaliação de descritores fenotípicos em bananeira, a (*Musa spp.*)** 2007. 190 f. Tese (Doutorado em Fitotecnia) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2007.

DONATO, S. L. R.; SILVA, S. O.; LUCCA FILHO, O. A.; LIMA, M. B.; DOMINGUES, H.; ALVES, J. S. Comportamento de variedades e híbridos de bananeira (*Musa spp.*), em dois ciclos de produção no sudoeste da Bahia. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v. 28, p. 139-144, 2006.

DONATO, S. L. R.; SIQUEIRA, D. L.; SILVA, S. O.; CECON, P. R.; SILVA, J. A.; SALOMÃO, L. C. C. Estimativas de tamanho de parcelas para avaliação de descritores fenotípicos em bananeira. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 43, p. 957-969, ago. 2008.

FAO – Food and Agriculture Organization. Disponível em: <<http://faostat.fao.org>>. Acesso em: dezembro 2010.

FERREIRA, D.F. **Uso de recursos computacionais**. Lavras, MG: UFLA, 2006.

GALLANT, A. R. **Nonlinear statistical model**. New York: John Wiley, 1942. 610 p.

HATHEWAY, W. H.; WILLIAMS, E. J. Efficient estimation of the relationship between plot size and the variability of crop yields. **Biometrics**, Raleigh, v. 14, n. 2, p. 207-222, jun. 1958.

HENRIQUES NETO, D. **Estimativas de tamanho e forma de parcelas experimentais para avaliação do rendimento de grãos de trigo**. 2003. 138 f. Tese (Doutorado em Fitotecnia) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2003.

HENRIQUES NETO, D.; SEDIYAMA, T.; SOUZA, M. A. de; CECON, P. R.; YAMANAKA, C. H.; SEDIYAMA, M. A. N.; VIANA, A. E. Tamanho de parcelas em experimentos com trigo irrigado sob plantio direto e convencional. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 39, p. 517-524, 2004.

HERNANDEZ, E. L. **Parameter estimation in linear-linear segmented regression**. 2010. 93 f. Dissertação (Department of Statistics) – Brigham Young University, Brigham, 2010.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Produção agrícola municipal**. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/presidencia/noticias/noticia\\_visualiza.php?id\\_noticia=278](http://www.ibge.gov.br/home/presidencia/noticias/noticia_visualiza.php?id_noticia=278)>. Acesso em: dezembro 2010.

LESSMAN, K. J.; ATKINS, R. E. Optimum plot size and relative efficiency of lattice designs for grain sorghum yield tests. **Crop Science**, Madison, v. 3, n. 5, p. 477-481, 1963.

MEIER, V. D.; LESSMAN, K. J. Estimation of optimum field plot shape and size for testing yield in *Crambe abyssinica* Hochst. **Crop Science**, Madison, v. 11, n. 3, p. 648-650, 1971.

OLIVEIRA, T. A. de; PEIXOTO, A. P. B.; FARIA, G. A. F., MORAIS, A. R. de; DIAS, C. T. dos S. Modelos de regressão com platô na estimação do tamanho de parcelas em experimentos com mamona. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA – SINAPE, 19., 2010, São Pedro, SP. **Resumos...** São Pedro, SP, 2010.

PARANAÍBA, P. F. **Proposições e avaliação de métodos para estimar o tamanho ótimo de parcelas experimentais**. 2007. 63 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia, área de concentração em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, 2007.

REGAZZI, A. J.; SILVA, Carlos Henrique Osório. Testes para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não linear em dados de experimento com delineamento em blocos casualizados. **Revista Ceres**, Viçosa, v. 57, p. 315-320, 2010.

REGAZZI, A. J.; SILVA, Carlos Henrique Osório. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. I. Dados no delineamento inteiramente casualizado. **Revista de Matemática e Estatística**, Jaboticabal, v. 22, n. 3, p. 33-45, 2004.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não linear. **Ceres: the FAO Review on Agriculture and Development**, Viçosa, v. 50, n. 287, p. 9-26, 2003.

REZENDE, D. M. L. C.; MUNIZ, J. A.; FERREIRA, D. F. Proposição de um modelo não linear com response plateau. In: REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA (RBRAS), 45., 2000, São Carlos, SP. **Anais...** São Carlos, SP: UFSCar, 2000. p. 96-99.



REZENDE, D. M. L. C.; MUNIZ, J. A.; FERREIRA, D. F.; SILVA, F. F. e; AQUINO, L. H. de. Ajuste de modelos de platô de resposta para a exigência de zinco em frangos de corte. **Ciênc. Agrotec.**, Lavras, v. 31, n. 2, p. 468-478, mar./abr., 2007.

ROSSETTI, A. G.; PIMENTEL-GOMES, F. Determinação do tamanho ótimo de parcelas em ensaios agrícolas. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 18, n. 5, p. 477-487, 1983.

SAS Institute Inc. **Statistical analysis system user's guide**. Version 9. 2. ed. Cary: SAS Institute, USA, Licenciado par UFV, 2010.

SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **Annals of Statistics**, v. 6, p. 461- 464, 1978.

SECRETARIA DA AGRICULTURA E DO ABASTECIMENTO DO PARANÁ – SEAB/PA. Disponível em: <<http://www.seab.pr.gov.br>>. Acesso em: 10 janeiro 2011.

SECRETARIA DE ESTADO DE AGRICULTURA, PECUÁRIA E ABASTECIMENTO – SEAPA/MG. Disponível em: <<http://www.agricultura.mg.gov.br>>. Acesso em: 10 janeiro 2011.

SILVA, S. de O. e. **Catálogo de germoplasma de bananeira (*Musa spp*)**. Cruz das Almas, BA: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 1999. 100 p.

SILVA, W. C. da. **Comparação de métodos para estimar o tamanho ótimo de parcela em bananeira**, 2010. 49 f. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2010.

SILVEIRA, F. G. da. **Classificação multivariada de modelos de crescimento para grupos genéticos de ovinos de corte**. 2010. 71 f. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2010.

MAIA, E.; SIQUEIRA, D. L. de; SILVA, F. F. e; PETERNELLI, L. A.; SALOMÃO, L. C. C. Método de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n. 5, p. 1380-1386, ago. 2009.

SOUZA, G. da S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não linear**. Brasília: SPI/EMBRAPA-SEA, 1998. 489 p.

STEEL, R. G. D.; TORRIE, J. H. **Principles and procedures of statistics**. New York: McGraw-Hill, 1960. 841 p.

STORCK, L.; GARCIA, D. C.; LOPES, S. J.; ESTEFANEL, V. **Experimentação vegetal**. Santa Maria, RS: UFSM, 2000. 198 p.

STORCK, L.; UITDEWILLIGEN, W. P. M. Estimativa para tamanho e forma de parcela e número de repetições para experimentos com milho (*Zea mays* L.). **Agronomia Sulriograndense**, Porto Alegre, v. 16, n. 2, p. 269-282, 1980.

WEISBERG, Sanford. **Applied linear regression**, 1947. 310 p.

## APÊNDICE

## APÊNDICE

Procedimentos utilizados no software SAS<sup>®</sup> versão 9.2, para cálculo dos parâmetros, coeficiente de determinação, teste de normalidade e intervalo de confiança aproximado dos parâmetros dos modelos MLRP, MQRP, MERP e MMCM.

```
data teste;
input x y;
datalines;
1 6.72
2 4.66
3 4.13
4 3.78
5 3.46
6 3.52
8 3.16
10 2.21
12 2.65
15 2.38
16 2.38
20 1.69
24 2.34
30 2.2
30 0.8
40 0.99
60 1.54
80 0.78
120 0.63
;
proc print;run;

/*****modelo linear segmentado com response platô *****/

proc nlin data=teste maxiter=100 method= NEWTON;
parms a=6.4 b=0.57 p=1.8;
X0=-((p-a)/b);
if x<=x0 then /* Parte não-plateau do modelo */
do;
model y=a-b*x;
der.a=1;
der.b=X;

```

```

end;
else /* Parte plateau do modelo */
do;
model y=p;
der.a=0;
der.b=0;
der.p=1;
end;
if _obs_=1 then /*Para imprimir a saída se for a 1a observação*/
do;
put x0=;
end;
output out=saida predicted=yp Residual=Res parms=a b p ess=sqe;
run;
proc print data=saida;run;

/*correlação entre os valores observados e os valores estimados*/

proc corr data=saida;
var y yp;
run;

/*teste normalidade resíduos*/

proc univariate mu0=500 normal data = saida;
var Res;
probplot Res / normal;

/***** modelo quadrático segmentado com response platô *****/

proc nlin data=teste maxiter=500 method=NEWTON;
parms a=5 b= -3 c= 0.005;
file print;
x0=-0.5*b/c;
db=-0.5/c;
dc=0.5*b/c**2;
if x<x0 then
do;
model y=a+b*x+c*x*x;
der.a=1;
der.b=x;
der.c=x*x;
end;
else
do;
model y=a+b*x0+c*x0*x0;

```

```

    der.a=1;
    der.b=x0+b*db+2*c*x0*db;
    der.c=b*dc+x0*x0+2*c*x0*dc;
end;
if _obs_=1 & _model_=1 then
do;
    plateau=a+b*x0+c*x0*x0;
    put x0= plateau;
end;
output out=saida1 predicted=yp parms=a b c ess=sqe r=res;
run;
proc print data=saida1;run;

/*correlação entre os valores observados e os valores estimados*/

proc corr data=saida1;
var y yp;
run;

/*teste normalidade resíduos*/

proc univariate mu0=500 normal data = saida;
var Res;
probplot Res / normal;

/***** modelo exponencial segmentado com response platô *****/

proc nlin data=teste maxiter=100 method=NEWTON;
parms a= 5 b= 20 c= -0.005 x0=20;
file print;
x0=b;
db=1;
if x<x0 then
do;
    model y=a*exp(-c*(x-b)**2);
    der.a=exp(-c*(x-b)**2);
    der.b=2*a*c*(x-b)*exp(-c*(x-b)**2);
    der.c=-a*(x-b)**2*exp(-c*(x-b)**2);
end;
else
do;
    model y=a*exp(-c*(x0-b)**2);
    der.a=exp(-c*(x0-b)**2);
    der.b=0;
    der.c=-a*(x0-b)**2*exp(-c*(x0-b)**2);
end;

```

```

if _obs_=1 & _model_=1 then
do;
plateau=a*exp(-(x0-b)**2);
put x0= plateau=;
end;
output out=saida2 predicted=yp parms=a b c x0 ess=sqe r=res;
run;
proc print data=saida2;run;

/*correlação entre os valores observados e os valores estimados*/

proc corr data=saida2;
var y yp;
run;

/*teste normalidade resíduos*/

proc univariate mu0=500 normal data = saida;
var Res;
probplot Res / normal;

/***** método da máxima curvatura modificado *****/

proc nlin data=teste method=dud;
parms a= 15 b= -2;
model y=a*X**(b);
output out=est predicted=yp Residual=Res parms= a b;run;proc print
data=est;run;
proc sort data=est nodupclate ;by y;run;
data est;set est;
Xnc= (a**2*b**2*(2*b+1)/(b+2))**(1/(2*b+2));
proc print;run;

/*correlação entre os valores observados e os valores estimados*/

proc corr data=est;
var y yp;
run;

```