

ANDRÉ HERKENHOFF GOMES

GUIAS DE ONDA COMO UM AMBIENTE PARA TESTES  
DE UMA ELETRODINÂMICA COM VIOLAÇÃO DAS  
SIMETRIAS DE LORENTZ E CPT

Dissertação apresentada à Universidade  
Federal de Viçosa, como parte das exigên-  
cias do Programa de Pós-Graduação em  
Física Aplicada, para obtenção do título  
de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
2010

**ANDRÉ HERKENHOFF GOMES**

**GUIAS DE ONDA COMO UM AMBIENTE PARA TESTES  
DE UMA ELETRODINÂMICA COM VIOLAÇÃO DAS  
SIMETRIAS DE LORENTZ E CPT**

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa, como  
parte das exigências do Programa de  
Pós-Graduação em Física Aplicada, para  
obtenção do título de *Magister Scientiae*.

**APROVADA:** 08 de julho de 2010.

---

Prof. Daniel Heber Theodoro Franco  
(Coorientador)

---

Prof. José Arnaldo Redinz

---

Prof. Guilherme de Berredo Peixoto

---

Prof. Olivier Piguet

---

Prof. Winder Alexander de Moura Melo  
(Orientador)

À minha família e meus amigos.

”Há algo na ciência ainda mais importante que métodos inteligentes; isto é, o desejo sincero de descobrir a verdade, qualquer que ela seja.”

*Charles Sanders Peirce (1839-1914)*

# Agradecimentos

Agradeço, primeira e fundamentalmente, à minha família — meu pai, José Pedro, minha mãe, Maria Augusta e minha irmã, Karine — por terem sempre me apoiado, com a mesma intensidade e confiança, desde a minha entrada na Universidade, como estudante de Engenharia Civil, assim como quando decidi mudar para a Física, e até hoje. Sem eles eu jamais chegaria a este momento e dificilmente estaria tão contente em querer ir muito mais além.

Ao professor Winder, pela amizade ao longo destes anos de trabalho em conjunto, pela confiança e pelo sempre presente apoio à minha ainda jovem jornada científica.

Aos professores Afrânio, Daniel e Marcelo, pelos cursos ministrados durante meu mestrado, e pelo quanto, através destes e de conversas, sempre me serviram como enorme motivação para dar sempre meu melhor. Também aos professores do DPF com os quais fiz disciplinas apenas na graduação mas com os quais mantenho amizade até hoje.

Aos meus amigos da pós-graduação, com os quais passo boa parte dos dias, pela ótima convivência e forte amizade. Agradeço também pelo quanto, direta ou indiretamente, me ajudaram ao longo do meu mestrado — eu teria sido capaz de muito menos sem essas ajudas.

Aos amigos do Clube de Astronomia de Viçosa, pelas incontáveis horas nas noites e madrugadas congelantes do inverno de Viçosa, esmiuçando cada canto do céu e pelos acampamentos mais insanos possíveis.

Aos amigos da Engenharia Civil pelos “reencontros” sempre nostálgicos e àqueles

que encontro com mais frequência pela amizade e companheirismo.

A todos que contribuem ao avanço da Ciência e do conhecimento, em especial àqueles que vêem que o conhecimento científico deve se expressar de modo máximo através da liberdade.

Agradeço a todos brasileiros que contribuem ao desenvolvimento da Ciência em nosso país e também àqueles que, através da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (Fapemig), concedem, a nós, estudantes, o necessário apoio financeiro.

A todos, meus mais sinceros agradecimentos.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Notações e Convenções</b>	<b>x</b>
<b>Resumo</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Introdução e Motivação</b>	<b>1</b>
<b>1 Aspectos Fundamentais do MPE</b>	<b>7</b>
1.1 Violação da Simetria de Lorentz e o Modelo Padrão Estendido . . . . .	7
1.2 Construindo o Modelo Padrão Estendido . . . . .	9
1.3 Possíveis Origens para a Violação da Simetria de Lorentz . . . . .	14
1.4 Testando o Modelo Padrão Estendido . . . . .	18
<b>2 Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais</b>	<b>24</b>
2.1 Ação do Modelo e Características Gerais . . . . .	25
2.2 Equações de Movimento e Propagação Livre . . . . .	30
2.3 Simetrias e Leis de Conservação . . . . .	41
<b>3 Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas</b>	<b>46</b>
3.1 Guias de Onda Retangulares: Soluções Exatas . . . . .	48
3.1.1 Modo Transverso Elétrico, $E_z \equiv 0$ . . . . .	58
3.1.2 Modo Transverso Magnético, $B_z \equiv 0$ . . . . .	61
3.2 Comentários Finais . . . . .	62

<b>Conclusões e Perspectivas Futuras</b>	<b>64</b>
<b>Apêndice: Soluções de Onda</b>	<b>67</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>71</b>



# Lista de Figuras

1	A “história” do Universo segundo um físico de partículas e campos: Seu começo com a singularidade inicial, descrito por uma interação unificada, e, conforme a temperatura (energia) do Universo diminui, esta interação vai se separando até chegar às quatro que observamos hoje — interações Gravitacional, nucleares Forte e Fraca, e Eletromagnética. . . . .	3
1.1	Transformações de Partícula. Note que a “física muda”, pois o ângulo de acoplamento $\theta$ entre vetor de onda $\mathbf{k}$ e campo de fundo $\mathbf{k}_{AF}$ é alterado pela transformação. . . . .	11
1.2	Transformações de Observador. Note que a “física não muda”, pois o ângulo de acoplamento $\theta$ entre vetor de onda $\mathbf{k}$ e campo de fundo $\mathbf{k}_{AF}$ não é alterado pela transformação. . . . .	12
2.1	Dependência da frequência $\omega$ com o (módulo do) vetor de onda $\mathbf{k}$ (para $\eta_o = 1$ ). Aqui vemos que os sinais de $\omega$ não são bem definidos e, para certas regiões, $\omega_-$ pode assumir valores imaginários. . . . .	36
2.2	Dependência da frequência $\omega$ com o (módulo do) vetor de onda $\mathbf{k}$ e com o ângulo $\theta$ entre este e vetor de fundo $\boldsymbol{\eta}$ (para $ \boldsymbol{\eta}  = 1$ ). Aqui vemos que os sinais de $\omega$ são sempre bem definidos e este é sempre real. . . . .	39
2.3	Dependência das velocidades de grupo $v_{g+}$ (esquerda) e $v_{g-}$ (direita) com o (módulo do) vetor de onda $\mathbf{k}$ e com o ângulo $\theta$ entre este e o vetor de fundo $\boldsymbol{\eta}$ (para $ \boldsymbol{\eta}  = 1$ ). . . . .	39
3.1	Guia de onda de seção transversal constante arbitrária. . . . .	49
3.2	Anisotropia no plano perpendicular ao eixo do guia de onda. . . . .	52

3.3	Superfície $\mathcal{S}$ e caminho $\mathcal{C}$ , onde aplicamos condições de contorno sobre $E_z$ e $B_z$ .	55
3.4	Superfície $\mathcal{S}$ e caminho $\mathcal{C}$ , para o guia retangular. . . . .	56
3.5	Supressão de modos no guia retangular: Apenas modos $TE_{0n}$ são permitidos quando temos apenas $\eta_x \neq 0$ ; caso a anisotropia esteja toda ao longo do eixo $y$ , $\eta_y \neq 0$ , os únicos modos possíveis são os $TE_{m0}$ . . . . .	60

# Notações e Convenções

- Utilizaremos o sistema de unidades naturais, onde, por exemplo,  $c = \hbar = 1$ , ao longo do trabalho.
- Índices gregos (como  $\alpha, \beta, \mu, \nu$ ) são índices espaço-temporais, podendo assumir os valores 0, 1, 2 e 3. Índices latinos (como  $i, j, k$ ) são índices exclusivamente espaciais, podendo assumir os valores 1, 2 e 3. Utilizaremos a convenção de soma de Einstein: índices repetidos são somados. Por exemplo,  $x_\mu x^\mu \equiv \sum_{\mu=0}^3 x_\mu x^\mu$ .
- A métrica  $\eta^{\mu\nu}$  do espaço-tempo (de Minkowski) adotada é diagonal, cujos elementos são  $\eta^{00} = 1$  e  $\eta^{ij} = -\delta^{ij}$ , sendo  $\delta^{ij}$  os elementos de  $\mathbb{1}_{3 \times 3}$ . Os elementos da métrica são idênticos aos de sua inversa.
- Quando não for ambíguo, o conjunto das quatro coordenadas espaço-temporal  $x^\mu$  será denotado apenas por  $x$ . Ainda, nos referiremos à componente “zero” de um 4-vetor por “componente temporal” e às outras três por “componentes espaciais”, frequentemente denotadas por um vetor em negrito. Por exemplo:  $x^\mu = (x^o; \mathbf{x}) = (x^o; x^1, x^2, x^3)$ .
- O produto escalar entre dois 4-vetores,  $a^\mu$  e  $b^\mu$ , será representado por  $a_\mu b^\mu$  ou  $a \cdot b$ , sendo igual a  $a_o b_o - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ .
- O símbolo de Levi-Civita  $\epsilon^{\alpha\beta\omega\gamma}$  é definido como uma quantidade totalmente anti-simétrica, dado por  $\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1$ .
- Definimos a Transformada de Fourier de modo que  $\partial_\mu \leftrightarrow +ik_\mu$ .

# Resumo

GOMES, André Herkenhoff, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, Julho de 2010  
**Guias de onda como um ambiente para testes de uma eletrodinâmica com violação das simetrias de Lorentz e CPT.** Orientador: Winder Alexander de Moura Melo. Co-orientadores: Afrânio Rodrigues Pereira e Daniel Heber Theodoro Franco.

Estudamos uma eletrodinâmica em (3+1) dimensões, com violação das simetrias de Lorentz e CPT, obtida ao adicionarmos um termo tipo-Chern-Simons ao modelo de Maxwell usual, contido no setor de radiação (eletromagnética) do Modelo Padrão Estendido. Uma vez que este termo é proporcional a um “4-vetor” de fundo constante,  $(k_{AF})^\mu$ , que seleciona uma direção fixa no espaço-tempo (quebrando sua isotropia), as simetrias de Lorentz e CPT não são mais verificadas. Inicialmente, revisitamos o modelo para analisar o comportamento de ondas eletromagnéticas clássicas, satisfazendo esta eletrodinâmica modificada, propagando-se no espaço livre, estabelecendo importantes resultados para uso futuro, quando consideramos esta radiação restrita a propagar-se dentro de guias retangulares, abertos ao longo da direção  $z$ . Nesta situação, encontramos que aspectos de geometria combinados às condições de contorno geram efeitos que podem conduzir a *fortes* desvios dos resultados da eletrodinâmica convencional, independente de quão pequeno o parâmetro de violação seja. Particularmente, se  $(k_{AF})^\mu$  apontar ao longo da direção  $x$  (ou  $y$ ), enquanto  $(k_{AF})^0 = 0$ , apenas modos transversos elétricos, com  $E_z = 0$ , devem ser observados propagando-se ao longo do guia, enquanto que todos modos transversos magnéticos,  $B_z = 0$ , estão ausentes. Esta forte supressão de modos torna guias de onda bastante adequados para testar essas violações de simetria, usando-se aparatos simples e facilmente reproduzíveis. Contudo, dada a

não-observação de tais efeitos *macroscópicos* nestes aparatos largamente utilizados, estes resultados inevitavelmente testemunham contra este tipo proposto de violação ou, de outro modo, todos experimentos já realizados teriam sido feitos em referenciais onde  $(k_{AF})_0 \neq 0$ . Se este último for o caso, nossos resultados notavelmente provêm uma maneira apropriada e relativamente fácil de se testar estas quebras de simetria: estes mesmos experimentos, se realizados em referenciais onde  $(k_{AF})_0 = 0$ , deveriam, sem dúvidas, detectar esses grandes efeitos sobre os campos elétrico e magnético associados a estas ondas confinadas.

# Abstract

GOMES, André Herkenhoff, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, July, 2010  
**Waveguides as a way of testing an electrodynamics with broken Lorentz and CPT symmetries.** Adviser: Winder Alexander de Moura Melo. Co-advisers: Afrânio Rodrigues Pereira and Daniel Heber Theodoro Franco.

We study a CPT- and Lorentz-odd electrodynamics in (3+1) dimensions, obtained by adding a Chern-Simons-like term to the usual Maxwell model, as described by the radiation sector of the Standard Model Extension. Once this term is proportional to a constant background “4-vector”,  $(k_{\text{AF}})^\mu$ , which selects a preferred direction in the spacetime (breaking its isotropy), Lorentz and CPT symmetries no longer hold. We start by revisiting the model to analyse the behavior of classical electromagnetic waves coming from this modified electrodynamics when propagating in free space, establishing important results for future use when considering the radiation constrained to propagate inside hollow conductor waveguides, open along  $z$ . There, we find that geometrical features combined with boundary conditions yield effects that can *strongly* deviate from the standard results, despite the smallness of the breaking parameter itself. Particularly, if  $(k_{\text{AF}})^\mu$  points along  $x$  (or  $y$ ) direction, with  $(k_{\text{AF}})^0 = 0$ , only transverse electric modes, with  $E_z = 0$ , should be observed propagating throughout the guide, whereas all the transverse magnetic,  $B_z = 0$ , should be absent. Such a strong mode suppression makes waveguides quite suitable to probe these symmetry violations using a simple and easily reproducible apparatus. Nevertheless, by recalling the non-observation of such *macroscopic* effects in this widely used apparatus, our results inevitably witness against these claimed violations; otherwise, all of these experiments would have been performed in reference frames with  $(k_{\text{AF}})_0 \neq 0$ . If this is the case,

our results remarkably provide an appropriate and relatively easy way to definitely probe for such symmetry-breakings: these same experiments performed in reference frames where  $(k_{AF})_0 = 0$  would undoubtedly detect those large effects in the electric and magnetic fields associated to these confined waves.

# Introdução e Motivação

A Natureza é fascinante e isto costuma ser refletido nos modelos que criamos para descrevê-la. A Relatividade Especial — que certamente corrobora este ponto de vista —, devido a Einstein em 1905, trouxe consigo não apenas o abandono do éter e de um referencial absoluto, mas também ressaltou o papel fundamental do conceito de simetria sobre as leis da Natureza, como evidenciado pelo Princípio da Relatividade Especial [1], que podemos enunciar como:

“As leis da Natureza devem ser as mesmas para quaisquer referenciais inerciais conectados por transformações de Lorentz”,

o qual repousa sobre a hipótese (até hoje em ótimo acordo com a realidade!) de isotropia e homogeneidade do espaço-tempo. Transpondo este *princípio de simetria* para outra linguagem: se formularmos as leis físicas através de uma Ação que as descreve, então estamos dizendo que esta Ação deve ser *invariante* sob transformações de Lorentz; se o enfoque está nas equações de movimento, estas devem ser *covariantes* sob Lorentz. De todo modo, a física que descreve a Natureza (relativística) deve exibir tal simetria.

Posteriormente, em 1915, Emmy Noether, ao provar o teorema que carrega seu nome, nos permitiu precisar o efeito de simetrias contínuas sobre sistemas físicos: Para cada simetria contínua da (Ação da) teoria, existe uma correspondente quantidade (“carga”) conservada temporalmente. Por exemplo, se um sistema mecânico exibe invariância rotacional, garantimos a conservação do momento angular; na eletrodinâmica quântica (QED, do inglês *Quantum Electrodynamics*), a simetria sob transformações de calibre resulta na conservação microscópica da carga elétrica; dentre outros. No entanto, é com a idéia central da Relatividade Especial que os aspectos simétricos de um



## Introdução e Motivação

---

modelo deixam de contemplar apenas o papel de caracterização de sistemas físicos em geral para se tornarem ingredientes fundamentais na própria construção dos modelos que visam descrever a *física fundamental*, pois, por ser o Princípio da Relatividade algo tão poderoso e geral, este é tomado como requerimento básico na construção da Ação da teoria, junto com outras imposições fenomenológicas (como, por exemplo, certas simetrias discretas). Desde a criação da Mecânica Quântica Relativística por Dirac e o início da descrição do mundo das partículas elementares e suas interações via Teoria Quântica de Campos (TQC) até os dias atuais, a idéia de que as leis fundamentais da Física devem ser simétricas sob transformações de Lorentz tornou-se um pilar fundamental sobre o qual repousa nossa física. Como veremos diversas vezes posteriormente, este pilar vem resistindo ao tempo (e às novas gerações de físicos!) sem exibir o menor sinal de desgaste. Por outro lado, encontrar *rachaduras* neste pilar poderia vir a ser algo inesperadamente frutífero!

Da maneira como a vemos atualmente, toda Natureza pode ser bem descrita separando-se as interações fundamentais em Eletromagnética, Nucleares Forte e Fraca, e Gravitacional. As três primeiras são descritas de maneira consistente através de um único modelo, chamado de Modelo Padrão (MP) das Partículas Elementares, já a última é muito bem descrita pela Relatividade Geral de Einstein. Dados astrofísicos indicando a expansão do Universo e aqueles relacionados à Radiação Cósmica de Fundo, aliados aos atuais modelos cosmológicos, sugerem que todo nosso Universo (o que inclui o próprio espaço-tempo) teve começo em uma singularidade inicial, o Big Bang [2]. Decorrente disto, conjectura-se que em instantes imediatamente posteriores ao início do Cosmos, na chamada era de Planck<sup>1</sup>, e devido à altíssima energia ( $\sim 10^{19}$  GeV), efeitos quânticos da gravidade tornam-se fortes e a tradicional descrição do mundo subatômico via Teoria Quântica de Campos torna-se inválida, de modo que a necessidade de uma descrição quântica da Gravitação torna-se essencial. Nesta escala, esta descrição envolveria um modelo unificado das (atuais) quatro interações fundamentais

---

<sup>1</sup>A era de Planck está associada a escala de mesmo nome, caracterizada por grandezas contruídas a partir de certas constantes fundamentais da Natureza, como por exemplo: Energia de Planck,  $E_{\text{Planck}} = \sqrt{\hbar c^5/G} \sim 10^{19}$  GeV; comprimento de Planck,  $\ell_{\text{Planck}} = \sqrt{\hbar G/c^3} \sim 10^{-33}$  cm; tempo de Plack,  $t_{\text{Planck}} = \sqrt{\hbar G/c^5} \sim 10^{-43}$  s; e temperatura de Planck,  $T_{\text{Planck}} = \sqrt{\hbar c^5/Gk_B^2} \sim 10^{32}$  K, sendo  $G$  a constante gravitacional e  $k_B$  a constante de Boltzmann.

## Introdução e Motivação

(que teriam se separado conforme a temperatura (energia) do Universo foi diminuindo até a observada hoje, da ordem de 2,7K ( $10^{-4}$  eV), como visto na Figura 1).

# A “história” do Universo em quatro marcos

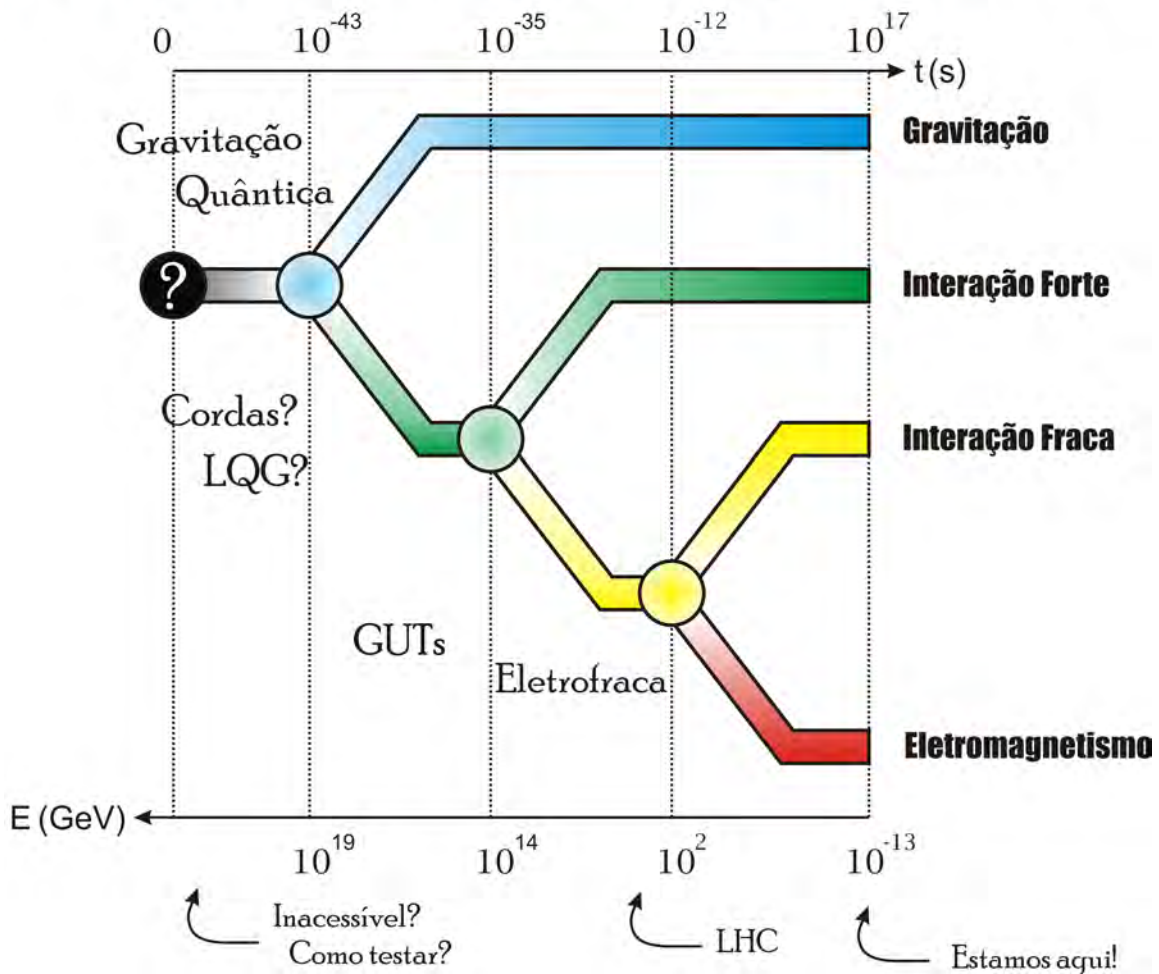


Figura 1: A “história” do Universo segundo um físico de partículas e campos: Seu começo com a singularidade inicial, descrito por uma interação unificada, e, conforme a temperatura (energia) do Universo diminui, esta interação vai se separando até chegar às quatro que observamos hoje — interações Gravitacional, nucleares Forte e Fraca, e Eletromagnética.

Já há algumas décadas tem havido um enorme esforço para se obter tal descrição unificada e, dentre as várias propostas, as teorias de Cordas mostram-se como as mais promissoras. No entanto, todas compartilham do problema da falta de suporte experimental, no sentido de que, a princípio, só poderiam ser testadas em escalas de energia altíssimas, inacessíveis atualmente (ou em futuro razoável). Por outro lado, espera-se

## Introdução e Motivação

---

que, efeitos reminiscentes da (desconhecida) física da escala de Planck possam se mostrar presentes na Natureza que temos acesso como minúsculos desvios nas leis que hoje imaginamos serem exatas. Mesmo sendo válida com um alto nível de precisão (daí, geralmente a admitimos como exata), a simetria de Lorentz poderia ser uma destas; outra possibilidade seria a simetria CPT<sup>2</sup> que, para TQCs pontuais, estabelece-se sob fortes bases teóricas e experimentais, mas que não é bem compreendido para objetos extensos, como cordas. Portanto, estudar modelos (de fato, fenomenológicos) que incorporam a presença da violação das simetrias de Lorentz e, possivelmente, CPT nos permite uma descrição quantitativa e sistemática de fenômenos, decorrentes de possíveis violações dessas simetrias na Natureza que observamos a energias relativamente baixas ( $\sim 10^2$  GeV), de modo que a possível observação dessas poderia nos dizer muito a respeito do caminho a ser tomado em rumo a uma “nova física”, além da convencional.

Nesta busca por pequenas violações da simetria de Lorentz, muitos modelos efetivos já foram propostos. Grande parcela destes são modelos puramente cinemáticos, onde temos relações de dispersão que conduzem à efeitos que não respeitam a simetria de Lorentz (por exemplo, no caso da luz, estas relações podem apresentar dependência sob *boosts* e/ou rotações, implicando que a velocidade da luz depende do referencial) [4]. No entanto, essas propostas pouco podem dizer sobre os aspectos dinâmicos que, por exemplo, determinam como se dá a interação entre as partículas. Uma proposta em baixas energias que leva também este aspecto em conta é o Modelo Padrão Estendido (MPE), que engloba (em sua Ação) toda física fundamental já estabelecida (Modelo Padrão e Relatividade Geral) e incorpora todos possíveis termos que violam a simetria de Lorentz (e, possivelmente, CPT), sendo o modelo mais geral para a descrição de uma possível “física nova” na escala de energia que temos acesso (maiores detalhes no Capítulo 1).

Esta característica do MPE contribui para que ele seja um dos modelos mais populares para o estudo dos efeitos da quebra de Lorentz sobre a física convencional,

---

<sup>2</sup>A simetria CPT é garantida pelo Teorema CPT, que estabelece que uma determinada Hamiltoniana é invariante sob a ação conjunta das operações de Conjugação de Carga (C), Paridade (P) e Reversão Temporal (T), se esta (i) é local, possui Lagrangiana hermitiana e é invariante sob transformações próprias de Lorentz e (ii) é quantizada com comutadores para campos de bósons e anticomutadores para campos de férmions [3].

## Introdução e Motivação

---

de modo que através dele uma grande variedade de testes na busca destas violações já foram propostos, e muitos já analisados experimentalmente. No setor fermiônico temos, em especial, testes com elétrons, múons e neutrinos; no setor de calibre abeliano as propostas sugerem efeitos de birrefringência, radiação Cerenkov no vácuo, decaimento do fóton e pequenas modificações em ondas confinadas; dentre outros [4] (detalhes sobre as propostas experimentais, resultados e literatura relacionada na Seção 1.4).

Apesar dos vários testes de altíssima precisão já realizados, a simetria de Lorentz permanece sólida e sem qualquer evidência experimental contrária a isto. Os valores máximos para os parâmetros de violação estabelecidos nestes testes estão de acordo com a previsão teórica de que estes devem ser muito pequenos, suprimidos por potências do inverso da massa de Planck [5], exigindo experimentos ainda mais sensíveis para uma possível confirmação destas quebras de simetria. Tentando evitar esta exigência experimental, nosso trabalho é motivado pela seguinte questão:

*“Seria possível conceber experimentos em que os efeitos da violação da simetria de Lorentz poderiam ser suficientemente fortes de modo a permitir resultados experimentais conclusivos a respeito?”*

Neste trabalho, pretendemos mostrar que a resposta à esta questão pode ser afirmativa. Em específico, mostraremos isto ao estudar a propagação de ondas eletromagnéticas confinadas a guias de onda (retangulares), descritas pelo setor de radiação CPT-ímpar da (mínima) QED estendida. Para isso, estruturamos este trabalho como segue: no Capítulo 1, abordaremos alguns aspectos fundamentais a respeito da violação da simetria de Lorentz (por exemplo, sua implementação) e do MPE (como sua construção, possíveis origens e previsões experimentais), finalizando-o com um resumo do *status* experimental do setor que estudaremos, que será abordado no Capítulo 2, onde nos concentraremos em suas fundamentações teóricas e daremos ênfase especial à sua aplicação no estudo da propagação de ondas livres no vácuo, onde obteremos uma importante compreensão da consistência do modelo e estabeleceremos resultados importantes, principalmente, para comparação com o que será estudado no Capítulo 3, onde trataremos da propagação da radiação no interior de guias de onda retangulares,

## Introdução e Motivação

---

estudando os modos Transverso Elétrico (TE) e Transverso Magnético (TM), e veremos que, independente da magnitude do campo de fundo  $k_{AF}$  (associado à quebra de simetrias neste setor), este implica em supressão *macroscópica* de vários modos do espectro da onda eletromagnética aí confinada, tendo sido estes resultados recentemente publicados no *Journal of High Energy Physics* [6]. Finalizando, apresentamos as Conclusões e Perspectivas Futuras deste trabalho. Incluimos, também, um Apêndice destinado a provar um importante resultado utilizado no Capítulo 3, a respeito da forma geral de ondas propagantes no interior do guia de ondas.

# Capítulo 1

## Aspectos Fundamentais do MPE

Visando uma maior compreensão do Modelo Padrão Estendido e da própria violação da simetria de Lorentz, neste capítulo estudaremos inicialmente a construção deste modelo, abordando a implementação da perda da invariância de Lorentz, e suas características fundamentais. Veremos algumas possíveis origens (em escalas de energia superiores) para os termos de violação e finalizaremos comentando sobre alguns dos testes já realizados através de suas previsões, onde também apresentaremos um resumo do atual *status* experimental do setor de radiação CPT-ímpar da (mínima) QED estendida — o qual será o foco dos próximos Capítulos — chegando, assim, à motivação deste trabalho (comentada na Introdução).

### 1.1 Violação da Simetria de Lorentz e o Modelo Padrão Estendido

Uma proposta amplamente difundida, levando em consideração aspectos da violação da simetria de Lorentz (e, possivelmente, CPT) é o chamado Modelo Padrão Estendido (MPE), proposto por Colladay e Kostelecký em um trabalho de 1998 [7], como continuação natural de uma investigação sistemática, realizada anteriormente pelos mesmos autores [5], de uma extensão para o Modelo Padrão que levasse em conta uma possível violação da simetria CPT — que, apesar de não sabido na época, necessariamente implica na quebra de Lorentz [8, 9] —, motivados por trabalhos do início

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

da década de 90 [10, 11] que propunham mecanismos em teoria de cordas capazes de conduzir à quebra espontânea de CPT, acompanhada pela quebra parcial<sup>1</sup> da simetria de Lorentz. Posteriormente [12], efeitos gravitacionais foram incorporados ao MPE, que então passou a englobar a Gravitação via uma extensão da Relatividade Geral<sup>2</sup>, bem como quebras neste setor específico, adicionando-se também acoplamentos extras entre o campo gravitacional e os campos do Modelo Padrão. O Modelo Padrão Estendido, portanto, é estruturado para manter a física invariante sob transformações gerais de coordenadas, mas a simetria sob transformações de Lorentz, aplicada localmente, é perdida.

Por ser encarado como um modelo efetivo, isto é, um modelo de baixas energias de uma teoria mais fundamental (que descreveria a Natureza em altas energias, i.e, na escala de Planck), o MPE é construído de modo a englobar todo o MP e a Relatividade Geral — abrangindo, portanto, toda a base da física fundamental já estabelecida — com o adicional de introduzir aspectos que conduzem à quebra da simetria de Lorentz. Dentre seus grandes atrativos, podemos citar o fato de o MPE manter intactas certas características desejáveis do MP e ser construído de modo a ser relativamente geral e, por causa disto, ser independente dos detalhes da, até então desconhecida, física mais fundamental (maiores detalhes posteriormente). Como parte da motivação original, a possibilidade da quebra de CPT também é incluída, sendo que, posterior à criação do MPE, Greenberg [8] provou que a violação de CPT em teorias interagentes necessariamente conduz à violação da simetria de Lorentz (mas a recíproca não é verdadeira). Portanto, testes da invariância de CPT também servem como testes da invariância de Lorentz — disto, pode-se obter limites notáveis sobre parâmetros que levam à quebra de Lorentz, pois a simetria CPT, assim como a de Lorentz, até hoje, estabelece-se como exata com um altíssimo grau de precisão, o que é corroborado por experimentos envol-

---

<sup>1</sup>Como ficará evidente posteriormente, a violação da simetria de Lorentz, a qual nos referimos sempre, é em relação a transformações de partícula, aquelas que atuam sobre as quantidades físicas — a simetria sob transformações de observador, isto é, a invariância sob escolha de sistema de coordenadas, permanece intacta. Por simplicidade, as transformações de partícula serão frequentemente referidas por apenas transformação de Lorentz, de modo que o contexto não permitirá ambiguidades.

<sup>2</sup>No caso, foi adotado um espaço-tempo com geometria do tipo Riemann-Cartan (permitindo efeitos de torsão não-nula, por exemplo), que inclui, como caso limite, as geometrias de Riemann, da Relatividade Geral, e de Minkowski, da Relatividade Especial.

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

vendo, por exemplo, certos tipos de mésons neutros e suas antipartículas [13]. Sendo ambas as simetrias muito bem estabelecidas experimentalmente, os parâmetros que controlam suas quebras no MPE devem ser muito pequenos e, de fato, sugere-se que sejam suprimidos por potências do inverso da massa de Planck [5], de modo que fica então claro que o *approach* visado é buscar a observação de desvios minúsculos da física padrão, isto é, pequenos efeitos, vindos da física da escala de Planck, possivelmente acessíveis via experimentos de altíssima precisão.

### 1.2 Construindo o Modelo Padrão Estendido

Antes de apresentarmos formalmente o MPE (isto é, a Ação que o descreve e suas características), discutiremos, de modo apenas expositivo, sobre sua construção (seguindo de perto a linha apresentada em [14]), pois, sendo a principal característica do MPE permitir que violações da simetria de Lorentz sejam incorporadas ao MP, naturalmente surge uma questão de fundamental importância: como implementar isto? Ainda podemos nos indagar sobre outro aspecto mais sutil: violamos a simetria de Lorentz de partícula apenas (quebra parcial) ou de observador também (quebra explícita)? A seguir tentaremos esclarecer estas questões.

*Nota: Apesar de não explicitar este ponto, a discussão a seguir visa a construção do modelo sem a inclusão da gravitação. A generalização pode ser argumentada, evitando complicações e sem entrar em maiores detalhes, entendendo-se as transformações de Lorentz como sendo aplicadas localmente, em vizinhanças de pontos, e transformações de coordenadas sendo, agora, transformações gerais de coordenadas [12].*

A simetria de Lorentz está intrinsecamente ligada à independência do sistema de coordenadas na descrição da Natureza, já que este, por si só, não possui qualquer realidade física. Conseguimos esta independência, isto é, a *covariância das leis físicas*, adotando uma estrutura para o espaço-tempo (Lorentziana, Galileana, etc.<sup>3</sup>) e representando quantidades físicas através de objetos geométricos, como tensores e espinores

---

<sup>3</sup>Quando falamos “estrutura”, estamos basicamente nos referindo a especificar a maneira de se implementar as transformações que conectam diferentes referenciais.



## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

— se sabemos como estes se transformam, podemos construir quantidades que não sentem estas transformações, os escalares, e utilizá-los para construir nossas teorias físicas em uma formulação via Ação. Com isto em mente, vamos comentar duas possibilidades de como se quebrar a simetria de Lorentz [15], sendo a segunda a adotada no MPE:

- (i) Considerar uma violação explícita da simetria de Lorentz, de modo que sistemas de coordenadas não são mais conectados via transformações de Lorentz, isto é, a estrutura do espaço-tempo não é mais Lorentziana. Como consequência, para manter a física independente do sistema de coordenadas utilizado, o espaço-tempo deve possuir uma outra estrutura ou, em outras palavras, devemos buscar um grupo de transformações mais gerais que as de Lorentz, superando a quebra, mantendo a covariância na teoria. Esta é uma possibilidade presente na literatura (por exemplo, em Teorias Quânticas de Campo Não-Comutativas [16, 17]), mas, ao que parece, sua interpretação ainda não é completamente clara, principalmente no que diz respeito às suas propriedades sob CPT [14].
- (ii) Adotada pelo MPE [7, 5, 18], a violação da simetria de Lorentz (e, no caso, possivelmente também de CPT) é implementada mantendo-se a estrutura Lorentziana do espaço-tempo — diferentes referenciais são conectados via transformações de Lorentz — e dotando-se o vácuo de uma estrutura não-trivial. Basicamente, o que acontece agora é que o vácuo é permeado por campos de fundo não-dinâmicos (i.e., *campos que selecionam direções fixas no espaço-tempo*), que *acoplam-se* com campos dinâmicos (como o campo de radiação  $A^\mu$ , espinorial  $\psi$ , etc.), de modo que a física torna-se dependente de rotações ou *boosts* aplicados sobre os campos dinâmicos. Em linhas gerais, a física mantém a invariância sob transformações de Lorentz de observador (mudanças no sistema de coordenadas), mas a perde sob transformações de partículas (mudanças implementadas sobre as quantidades físicas, partículas ou campos dinâmicos).

Agora que compreendemos como se dá a implementação da quebra da simetria de Lorentz, e vimos que no MPE esta se dá via transformações de partícula, vale

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

exemplificar uma situação, prevista pelo modelo, onde temos efeitos interessantes desta quebra. Como veremos, no setor de radiação da Ação do MPE, existe um termo que gera o *acoplamento* do campo eletromagnético  $F^{\mu\nu}$  com um “4-vetor” de fundo constante, de natureza tipo-massa topológica,  $(k_{AF})^\mu$ , que seleciona uma direção específica no espaço-tempo, quebrando sua isotropia e, daí, conduzindo à perda das simetrias de Lorentz (de partícula) sob rotações e/ou boosts e de CPT. Um dos efeitos disto, em um caso particular, esquematizado nas Figuras 1.1 e 1.2, é que, analisando a relação de dispersão associada à propagação da radiação no espaço livre, a frequência  $\omega$  da onda eletromagnética possui agora um termo tipo massa exibindo dependência com  $\hat{\mathbf{k}}_{AF} \cdot \mathbf{k}$  ( $\mathbf{k}$  é o vetor de onda), de modo que, dependendo da direção de propagação, a radiação pode apresentar um comportamento “massivo” ou não-massivo e, com isso, pode apresentar velocidades menores que  $c$ , dependendo da direção de propagação. Claramente, a física observada torna-se direcionalmente dependente (Figura 1.1). Por outro lado, também fica evidente que transformações de observador não alteram a física observada (Figura 1.2).

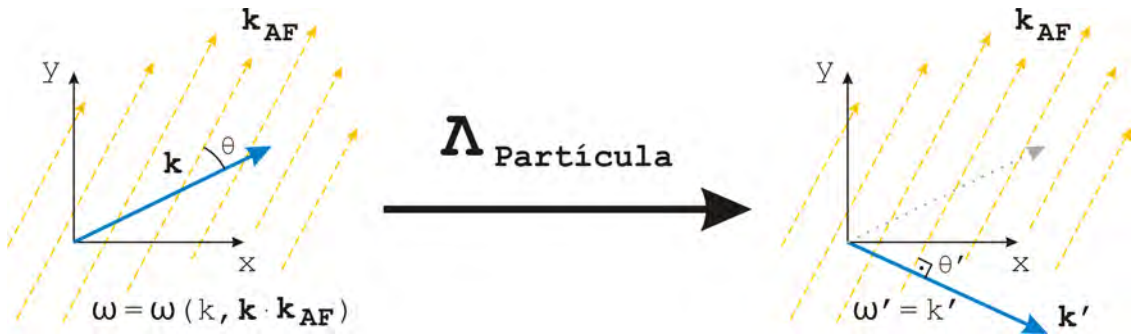


Figura 1.1: Transformações de Partícula. Note que a “física muda”, pois o ângulo de acoplamento  $\theta$  entre vetor de onda  $\mathbf{k}$  e campo de fundo  $\mathbf{k}_{AF}$  é alterado pela transformação.

Especificado como implementar a violação da simetria de Lorentz — mantendo a teoria covariante de Lorentz e adotando-se um vácuo não-trivial — a Ação do MPE, a ser interpretada como uma teoria de campos efetiva, torna natural a incorporação do Modelo Padrão e Relatividade Geral como casos limites (quando os campos de fundo são tomados como nulos e o vácuo torna-se trivial). Assim sendo, a Ação  $\mathcal{S}$  baseada

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE



Figura 1.2: Transformações de Observador. Note que a “física não muda”, pois o ângulo de acoplamento  $\theta$  entre vetor de onda  $\mathbf{k}$  e campo de fundo  $\mathbf{k}_{AF}$  não é alterado pela transformação.

na Lagrangiana do MPE,  $\mathcal{L}_{MPE}$ , assume a forma:

$$\mathcal{S} = \int d^4x (\mathcal{L}_{MPE}) = \int d^4x (\mathcal{L}_{MP} + \mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{Quebra}),$$

sendo que  $\mathcal{L}_{MP}$  é a Lagrangiana do Modelo Padrão, responsável por descrever as interações Eletromagnética e Nucleares Fraca e Forte;  $\mathcal{L}_{EH}$  é a Lagrangiana de Einstein-Hilbert, responsável pela Gravitação convencional e, por fim;  $\mathcal{L}_{Quebra}$  é a parte da teoria que introduz termos que violam a simetria de Lorentz (e, possivelmente, CPT). Formulando-se deste modo, fica evidente que o MPE abrange as bases de toda a física convencional, recuperada quando consideramos as simetrias de Lorentz e CPT como sendo exatas ( $\mathcal{L}_{Quebra} \equiv 0$ ). Mas, tecnicamente, o que constitui  $\mathcal{L}_{Quebra}$ ?

Um enorme atrativo do MPE é sua generalidade, isto é, a liberdade que temos ao considerar termos de quebra em sua Lagrangiana, via  $\mathcal{L}_{Quebra}$ . Para ser exato, o MPE contém, por definição, *todos os termos* de interação que violam as simetrias de Lorentz e CPT que podem ser construídos via contrações de campos dinâmicos (quantidades usuais, como  $A^\mu, \psi, h^{\mu\nu}$ , etc.), e derivadas destes, com os campos tensoriais de fundo (não-dinâmicos), de modo a construirmos “escalares de Lorentz” — a independência do sistema de coordenadas adotado é sempre mantida. Por exemplo, dois termos que encontramos em  $\mathcal{L}_{Quebra}$  são

$$b^\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \quad \text{e} \quad (k_{AF})^\mu A^\nu \tilde{F}_{\mu\nu},$$

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

sendo que ambos violam, não apenas Lorentz mas, também, CPT — em particular, ambos fazem parte da QED estendida: o primeiro está no setor fermiônico e o outro no de radiação. Portanto, isso faz com que, mesmo sendo um modelo efetivo, o conteúdo físico do MPE seja *independente* da teoria fundamental de altas energias da qual ele se originou ou, sob um outro ponto de vista, ele exige que propostas de teorias fundamentais que conduzam a violações de Lorentz e CPT tenham, pelo menos, um subconjunto dele próprio como seu limite de baixas energias (para exemplos explícitos disto, vide Ref. [19] para o caso de TQCs Não-Comutativas ou Ref. [20] para o caso de TQCs com escalares de acoplamento que variam, em escalas cosmológicas, no espaço-tempo).

Por outro lado, é bastante comum abrir mão de parte desta liberdade para trabalhar-se com o chamado<sup>4</sup> Mínimo Modelo Padrão Estendido (MMPE), que satisfaz uma série de características físicas desejáveis a qualquer “boa teoria fundamental” (como as entendemos hoje), sendo estas a simetria sob transformações de calibre do grupo  $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$  do Modelo Padrão e renormalizabilidade por contagem de potências<sup>5</sup>. Frequentemente, requerimentos adicionais, como a hermiticidade da Lagrangiana, conservação do tensor energia-momento<sup>6</sup>, procedimentos convencionais de quantização da teoria, micro-causalidade e estabilidade (positividade da energia), podem também ser impostos, restringindo ainda mais os possíveis termos de violação e propriedades/características dos campos de fundo associados a estes.

Estudos de aspectos mais formais do MPE estão presentes na literatura. Análises da estabilidade e causalidade da (mínima) QED estendida, por exemplo, são tratadas em [18] para seu setor fermiônico e em [24, 25] para seu setor de radiação. Ainda a respeito da QED estendida, foi mostrado que ela é renormalizável a 1-loop [26] e, atu-

---

<sup>4</sup>Por brevidade, quando não for ambíguo, chamaremos o MMPE simplesmente de MPE. O mesmo será feito, por exemplo, quando falarmos da mínima QED estendida.

<sup>5</sup>A exigência de renormalizabilidade por contagem de potência restringe os termos de  $\mathcal{L}_{\text{Quebra}}$  no sentido de que estes devem ser construídos por contrações onde a parte dos campos dinâmicos e derivadas, em conjunto, tenham dimensão canônica igual ou inferior a quatro. Deste modo, parâmetros de acoplamento terão dimensão canônica igual ou superior a zero, tornando a teoria potencialmente renormalizável [21, 22]. Por outro lado, conforme a escala de energia de trabalho aumenta, a importância dos termos não-renormalizáveis torna-se maior, de modo tal que estes não podem ser desconsiderados (essa motivação levou, por exemplo, os autores da Ref. [23] a considerar tais termos ao estudar raios cósmicos de altíssimas energias).

<sup>6</sup>A implementação desta condição vem da consideração (simplificadora) de que os parâmetros que controlam a quebra de simetria são constantes no espaço-tempo.

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

almente, estamos trabalhando em mostrar sua renormalizabilidade a todas as ordens [27]. Há, no entanto, discussão em aberto sobre a possível geração de um termo tipo-Chern-Simons via correção radiativa no setor fermiônico [28, 29] (este mesmo assunto também já foi tratado em espaços curvos, como feito em [30]). Adicionalmente, a renormalizabilidade a 1-loop foi provada para teorias de Yang-Mills pura com violação de Lorentz [31] (e também já foram abordados aspectos envolvendo causalidade e unitariedade [32]), para o setor de glúons da QCD<sup>7</sup> estendida [33] e para o setor eletrofraco estendido [34].

### 1.3 Possíveis Origens para a Violação da Simetria de Lorentz

Feita uma apresentação formal do MPE, uma questão que surge é em relação à origem destes campos de fundo não-dinâmicos (“tensores de Lorentz” não-dinâmicos) que agora permeiam o vácuo e conduzem à quebra da simetria de Lorentz. Como vimos, esta questão não é totalmente relevante para a construção do MPE em si, já que este é o modelo de baixas energias mais geral que incorpora violações da simetria de Lorentz (da maneira como discutido anteriormente), mas a abordaremos agora como parte da motivação para o estudo deste modelo. Deste modo, a seguir, comentaremos sobre alguns ambientes propícios à quebra da simetria de Lorentz, tanto em relação à sua origem como à sua presença.

**Quebra espontânea de simetria:** Este mecanismo exibe um enorme sucesso em sistemas de Física da Matéria Condensada, bem como em Teoria Quântica de Campos (vide, por exemplo, o modelo de unificação das interações fraca e eletromagnética no Modelo Padrão e o mecanismo de Higgs [35]). A idéia central gira em torno do fato de a configuração de menor energia do vácuo da teoria não ser mais um estado simétrico de campo nulo, pois, agora, campos com valor esperado no vácuo (VEV) não-nulos são energeticamente mais favoráveis, ou seja, agora o vácuo (degenerado) é permeado

---

<sup>7</sup>Do inglês *Quantum Chromodynamics* ou, como traduzida para o português, Cromodinâmica Quântica, a teoria para a Interação Nuclear Forte, entre quarks e glúons.

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

por campos constantes não-nulos que não compartilham da(s) mesma(s) simetria(s) da Hamiltoniana do modelo, daí a chamada quebra espontânea da simetria.

Ao contrário do que acontece no processo de quebra espontânea no modelo eletrofraco, onde o vácuo é permeado pelo VEV não-nulo de um campo escalar, no nosso caso são campos tensoriais (“tensores de Lorentz”), vindos de teorias mais fundamentais (Cordas [10, 11], por exemplo), que podem adquirir VEV não-nulo, dotando o vácuo de uma direção preferencial no espaço-tempo (i.e., o vácuo não exibe mais uma estrutura trivial) [10]. O acoplamento destes campos de fundo com campos dinâmicos (campo de radiação  $A^\mu$ , espinorial  $\psi$ , etc.) conduz à violação da simetria de Lorentz de partícula do modelo sob *boosts* e/ou rotações. Claramente, a simetria sob transformações de observador é mantida intacta, já que a estrutura Lorentziana do espaço-tempo é mantida. Questões interessantes sobre os modos de Nambu-Goldstone, advindo do mecanismo de quebra espontânea de simetria, são tratados em [36, 37] — em especial a segunda referência, onde é abordada a possibilidade de a massa nula dos grávitons ter origem na quebra espontânea da simetria de Lorentz local.

**Escalares de acoplamento com variação no espaço-tempo:** Aqui, a violação da simetria de Lorentz surge de maneira bastante interessante: devido ao fato de que os escalares que promovem o acoplamento entre campos exibem dependência com as coordenadas espaço-temporais, isto pode conduzir à quebra da invariância translacional da teoria, o que faz com que o tensor energia-momento  $\Theta^{\mu\nu}$  não seja uma quantidade conservada no tempo. De modo geral, perdemos a simetria sob a ação do grupo de Poincaré (Grupo de Lorentz  $\oplus$  Translações) e podemos ver que isto conduz à quebra de Lorentz, em específico, da seguinte maneira [38]: os geradores das transformações de Lorentz (*boosts* e rotações) são as componentes do tensor momento angular  $\mathcal{M}^{\alpha\mu\nu}$ ,

$$\mathcal{M}^{0\mu\nu} = \int d^3x (\Theta^{0\mu} x^\nu - \Theta^{0\nu} x^\mu),$$

que, como vemos, depende do tensor energia-momento (que não é mais conservado), o que implica em  $\mathcal{M}^{0\mu\nu}$  não apresentar dependência trivial com o tempo e, portanto, o modelo não exibir os geradores do grupo de Lorentz (tempo-independentes) usuais.

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

Como consequência, a simetria de Lorentz não é garantida. Podemos ver isto como se o vácuo fosse um meio espaço-tempo-dependente, de modo que o próprio espaço-tempo não é mais isotrópico e homogêneo (duas características essenciais para termos a simetria de Lorentz).

Em nível de Ação, poderíamos ver efeitos deste caso através de um exemplo simples: suponhamos um termo na Lagrangiana eletromagnética do tipo  $\theta(x)F^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}$ , sendo  $\theta(x)$  um campo escalar de fundo que permeia todo espaço. Sem afetar a física do modelo, podemos reescrever este termo na forma  $\partial^\mu\theta(x)A^\nu\tilde{F}_{\mu\nu}$ . Como  $\theta(x)$  é um campo não-dinâmico (mas variável), vemos que este conduz a direções privilegiadas via  $\partial^\mu\theta(x)$  (i.e., as direções de sua variação no espaço-tempo), violando a simetria de Lorentz (e, neste exemplo, também de CPT) ao acoplar-se ao campo eletromagnético  $F^{\mu\nu}$ . Uma situação particular seria, por exemplo, o caso em que  $\theta(x)$  varia em escalas cosmológicas, de modo que  $\partial^\mu\theta(x)$  poderia ser encarado como um vetor de fundo constante para referenciais em regiões onde este não apresenta variações significativas (por exemplo, em regiões englobando nosso sistema solar), o que seria visto como uma direção privilegiada no espaço-tempo, resultando na violação da simetria.

Aqui, vale comentar a possibilidade de variações em escalas cosmológicas da constante de estrutura fina  $\alpha$ , sugerida, por exemplo, em observações do espectro de quasares distantes [39] — apesar de que observações mais recentes [40] impõem limites severos sobre esta possível variação,  $\Delta\alpha/\alpha = 0,7 \pm 0,7$  em um período de  $10^{14}$  anos. Em [20, 41] os autores fazem um trabalho, em ambiente de supergravidade, em cima desta possibilidade (e outras mais), além de mostrar que este tipo de modelo exhibe casos particulares contidos no MPE.

**Teorias quânticas de campo não-comutativas (TQC NC's):** Outro ambiente propício ao estudo da violação de Lorentz são os modelos de TQC NC's, motivadas pela idéia de que o espaço-tempo não seria mais contínuo quando observado em escalas de energia altas (ou distâncias muito curtas — ordens da escala de Planck), e que vêm recebendo especial atenção desde que fora mostrado que estes modelos podem derivar de teorias de cordas em limites de baixas energias sob certas condições [42]. Aqui a

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

violação não decorre de quebra espontânea de simetria, mas sim da não-comutatividade das coordenadas espaço-temporais,

$$[x^\mu, x^\nu] = i\theta^{\mu\nu},$$

sendo  $\theta^{\mu\nu} = -\theta^{\nu\mu}$  um parâmetro real. Esta expressão é covariante sob transformações de observador, mas claramente não o é sob transformações de partícula, de modo que podemos encarar  $\theta^{\mu\nu}$  como fazendo *papel análogo* ao valor esperado no vácuo de um tensor de fundo que conduziria à quebra espontânea de simetria. Portanto, vemos que TQC NC's, formuladas desta maneira, têm a quebra de Lorentz com algo intrínseco ao modelo<sup>8</sup>. Apesar do estudo deste tipo de teoria não ser o objetivo deste trabalho, vamos nos estender um pouco mais a fim de exemplificar como um modelo efetivo como o MPE pode nos dar informações valiosas a respeito de possíveis modelos mais fundamentais, como uma TQC NC.

Uma maneira de se construir TQC NC's [43] é, a partir da TQC ordinária, promover os campos usuais à campos não-comutantes,  $\phi(x) \rightarrow \hat{\phi}(\hat{x})$ , e substituir o produto usual pelo chamado produto- $\star$  de Moyal,

$$f(x) \star g(x) \equiv e^{\frac{1}{2}i\theta^{\mu\nu}\partial_{x^\mu}\partial_{y^\nu}} f(x)g(y)|_{x=y},$$

e desta definição segue imediatamente que  $[x^\mu, x^\nu]_\star = i\theta^{\mu\nu}$ . Para exemplificar, da Lagrangiana da QED usual obtemos a da QED não-comutativa:

$$\mathcal{L}_{\text{QED NC}} = \frac{1}{2} i \bar{\psi} \star \gamma^\mu \hat{D}_\mu \hat{\psi} - m \bar{\psi} \star \hat{\psi} - \frac{1}{4} \hat{F}_{\mu\nu} \hat{F}^{\mu\nu},$$

sem entrar em detalhes, a definição tanto de  $\hat{F}_{\mu\nu}$  quanto das transformações de calibre são diferentes, mesmo em forma, da usual, pois agora  $[A_\mu, A_\nu]_\star \neq 0$ .

Um grande progresso na compreensão da física por trás das TQC NC's é possível através do mapeamento de Seiberg-Witten [43], que permite relacionar, diretamente,

---

<sup>8</sup>Para TQC NC's formuladas de modo tal a respeitar a simetria de Lorentz, vide, por exemplo, a referência [44], onde o autor parte de uma álgebra diferente para a não-comutatividade das coordenadas espaço-temporais.



## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

os campos não-comutantes com os campos usuais (quantidades físicas realistas, que sabemos interpretar e, por exemplo, relacionar com as grandezas medidas em laboratórios), garantindo a equivalência do conteúdo físico de teorias de calibre ordinárias com suas correspondentes versões não-comutativas (via este mapeamento). Então, por exemplo, o Modelo Padrão não-comutativo seria mapeado no MP ordinário adicionado de termos envolvendo  $\theta^{\mu\nu}$  (isto é, termos que violam Lorentz através de contrações de  $\theta^{\mu\nu}$  com os campos usuais). Deste modo, toda TQC NC realística deve ser fisicamente equivalente a um subconjunto do MPE [19]. Como efeito, por exemplo, por  $\theta^{\mu\nu}$  ser constante (ou, equivalentemente, como todos os coeficientes de violação do MPE são constantes), garantimos a conservação do tensor energia-momento e, através do mapeamento de Seiberg-Witten, concluímos que toda TQC NC, baseada na construção que discutimos, tem a energia e momento conservados. Finalizando, da mesma maneira, estes tipos de TQC NC's devem respeitar a simetria CPT, pois os parâmetros construídos de  $\theta^{\mu\nu}$ , que conduzem a termos do MPE, necessariamente têm um número par de índices e, portanto, os termos associados necessariamente respeitarão CPT [19], conclusão esta que está de acordo com os resultados exibidos em [45], obtidos por meios mais formais e aprofundados.

### 1.4 Testando o Modelo Padrão Estendido

Na busca por uma descrição correta da Natureza, comumente concorda-se que qualquer teoria com este intuito deve (i) ser constituída de um modelo que permita comparações fisicamente precisas com as observações, enquanto este mantém sua consistência interna e (ii) esta deve ser testável, isto é, deve prever novos fenômenos que possam ser verificados experimentalmente.

Apesar das atuais propostas para teorias mais fundamentais (como Cordas e Gravidade Quântica em Loops) ainda esbarrarem em questões que envolvem a possibilidade de testá-las, *possíveis fenômenos novos* advindos destas, em baixas energias, são consistentemente descritos pelo MPE, e muitas maneiras, teóricas e experimentais, de se buscar pelos efeitos vindos desta nova física já foram estudados. Nesta última

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

seção deste Capítulo, buscaremos expor algumas das várias propostas experimentais para se testar o MPE, o que nos levará de maneira natural à motivação deste trabalho, comentada na Introdução.

Pelo fato de o MPE englobar todas as bases da física convencional, vários experimentos já realizados estão sujeitos a serem possíveis testes em busca de efeitos da violação da simetria de Lorentz. No entanto, como espera-se que estes efeitos, na escala de energia atualmente acessível (escala eletrofraca,  $\sim 10^2$  GeV), sejam suprimidos<sup>9</sup> por potências do inverso da massa de Planck ( $\sim 10^{19}$  GeV) [5], os experimentos com potencial para observação de física nova são, em geral, aqueles de alta precisão. Uma outra possibilidade, bastante original, é utilizar a fundamentação teórica de um modelo que viola a simetria de Lorentz para tentar explicar questões atualmente em aberto.

Estudando as implicações do MPE sobre hádrons<sup>10</sup>, encontramos exemplos de ambos os casos:

**Mésons neutros:** Como os mésons neutros  $K^0$  e  $B^0$ , por exemplo, têm a interessante característica de intercambiarem-se entre seus estados de partícula e antipartícula ao longo de sua evolução temporal, estes são ótimos sistemas para se testar a simetria CPT<sup>11</sup> (e, conseqüentemente, testar a simetria de Lorentz também) [13, 46], em específico, fazendo-se análises da diferença de massa entre a partícula e a correspondente antipartícula (uma diferença não-nula indicaria uma violação de CPT). Atualmente a sensibilidade obtida estima esta diferença fracionária de massa como sendo  $\lesssim 10^{-19}$  [47].

**Bariogênese:** Atualmente, observamos uma desconcertante assimetria entre matéria e antimatéria no Universo, conhecida como Assimetria Bariônica. Existem

---

<sup>9</sup>As abordagens do modelo são frequentemente feitas via teoria de perturbação, então, para evitar problemas relacionados, adota-se, sempre, o uso dos chamados *referenciais concordantes* (aqueles onde os parâmetros que controlam a quebra não se tornam grandes) [18]. Experimentalmente, sabemos que qualquer referencial que não se mova relativisticamente em relação à Terra é um referencial concordante e, então, vemos que esta restrição não oferece dificuldades em sua implementação.

<sup>10</sup>De modo bastante geral: Hádrons são estados ligados de quarks. Em particular, estados constituídos por um par quark e anti-quark são chamados de mésons, enquanto que estados de três quarks ligados são chamados de bárions.

<sup>11</sup>Justamente em experimentos envolvendo os káons neutros,  $K^0$ , que detectou-se a violação da simetria CP (pela primeira vez, por Cronin e Fitch, em 1964) e, posteriormente, a violação de T (por Angelopoulos *et al.*, em 1998) — notando-se que CPT é respeitada.

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

propostas para solucioná-la, mas nenhuma destas consegue um acordo entre teoria e observação<sup>12</sup>. Buscando outra alternativa, os autores de [48] propõem que, sob certas condições, uma violação de CPT (daí, de Lorentz também) durante a bariogênese no Universo primordial (na escala de energia das GUTs<sup>13</sup>,  $\sim 10^{14}$  GeV) poderia gerar uma assimetria bariônica grande o bastante tal que se reduziria aos valores observados atualmente.

No setor fermiônico da QED estendida, uma proposta que recebe bastante atenção, por exemplo, é a que envolve:

**Testes de comparação de relógios:** Por causa da quebra da isotropia do espaço-tempo, uma maneira de se buscar efeitos desta anisotropia é estudando como se daria a variação na frequência da luz emitida devido a transições atômicas conforme mudamos o eixo de quantização (já que diferentes direções não são mais necessariamente equivalentes) em experimentos envolvendo o efeito Zeeman. Uma possível maneira de se realizar tal tipo de experimento seria através de relógios atômicos instalados em satélites (ou na Estação Espacial Internacional) em órbita em torno da Terra [49]. Por exemplo, em [50], encontra-se que a diferença na energia, no caso do Hidrogênio, deve ser  $\lesssim 10^{-27}$  GeV.

Ainda neste setor, citamos, dentre outros, testes envolvendo medições da diferença da razão carga/massa para prótons e anti-prótons [51], espectroscopia em átomos de muônio [52, 53], decaimentos de múons e taus [54] e processos de espalhamento [55].

Dentre outros, observações de neutrinos tem potencial para física nova, além da convencional, envolvendo oscilação de sabores destes [56, 57, 58, 59]. Incluem-se também testes para o (ainda não observado) setor de Higgs [60] e interessantes propostas para o setor gravitacional [36, 37, 61].

Uma revisão extensa a respeito de testes para a violação da simetria de Lorentz pode ser encontrada em [4] (e [62] para testes astrofísicos de altas energias), mas,

---

<sup>12</sup>Por exemplo, a violação de CP no setor eletrofraco não é grande o bastante para explicar a assimetria; já uma violação de CP no setor forte deveria ser grande para poder explicá-la, mas sequer já foi observada tal violação.

<sup>13</sup>GUT, do inglês *Grand Unification Theory*, são propostas para unificação das Interações Nucleares Fraca e Forte e da Eletromagnética.

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

particularmente importante para este trabalho, é o setor eletromagnético da (mínima) QED estendida, descrita pela seguinte Ação:

$$\mathcal{S}_{\text{EM}} = \mathcal{S}_{\text{Maxwell}} + \mathcal{S}_{\text{CPT-par}} + \mathcal{S}_{\text{CPT-ímpar}}, \quad (1.1)$$

sendo o primeiro termo a Ação de Maxwell, descrevendo fenômenos eletromagnéticos usuais,

$$\mathcal{S}_{\text{Maxwell}} = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - j_\mu A^\mu \right\}, \quad (1.2)$$

sendo  $A^\mu$  e  $F^{\mu\nu}$  o campo de radiação e o tensor de campo eletromagnético, respectivamente, e  $j^\mu$  a 4-corrente; a quebra de Lorentz neste setor é realizada via introdução de campos de fundo constantes contidos em  $\mathcal{S}_{\text{CPT-par}}$  e  $\mathcal{S}_{\text{CPT-ímpar}}$ , que selecionam direções preferenciais no espaço-tempo, quebrando sua isotropia. Em particular, temos:

$$\mathcal{S}_{\text{CPT-par}} = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4} (k_F)^{\alpha\beta\omega\gamma} F_{\alpha\beta} F_{\omega\gamma} \right\}, \quad (1.3)$$

onde  $(k_F)^{\alpha\beta\omega\gamma}$ , desempenhando o papel de campo de fundo, é uma quantidade adimensional tipo-tensor de rank-4, pois não se transforma covariantemente sob transformações de Lorentz de partícula (suas componentes se transformam como escalares), o que faz com que o termo, como um todo, quebre a simetria de Lorentz, mas respeitando CPT. Devido à maneira como este aparece contraído na Ação, ele exhibe as simetrias do tensor de Riemann da Relatividade Geral e duplo-traço nulo<sup>14</sup>, de modo a ter apenas 19 componentes linearmente independentes (LI); já o outro termo de violação é:

$$\mathcal{S}_{\text{CPT-ímpar}} = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{2} (k_{AF})_\mu A_\nu \tilde{F}^{\mu\nu} \right\}, \quad (1.4)$$

sendo  $(k_{AF})_\mu$  o campo de fundo, com dimensão de massa, tipo-4-vetor que aponta em uma direção fixa no espaço-tempo, de modo que seu termo viole Lorentz e também CPT.

---

<sup>14</sup>As simetrias do tensor de Riemann, compartilhadas por  $(k_F)^{\alpha\beta\omega\gamma}$ , são  $(k_F)^{\alpha\beta\omega\gamma} = -(k_F)^{\beta\alpha\omega\gamma} = -(k_F)^{\alpha\beta\gamma\omega} = (k_F)^{\omega\gamma\alpha\beta}$ , que resultam em 235 relações entre as 256 componentes totais, e a Identidade de Jacobi,  $(k_F)^{\alpha\beta\omega\gamma} + (k_F)^{\alpha\omega\gamma\beta} + (k_F)^{\alpha\gamma\beta\omega} \equiv 0$ , adiciona mais uma relação. O duplo-traço nulo significa  $(k_F)^{\alpha\beta}_{\alpha\beta} \equiv 0$ , implicando em mais uma relação entre as componentes, de modo que sobram apenas 19 componentes LI. Um duplo-traço não-nulo resultaria em uma contribuição do tipo  $k_F F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ , que é invariante de Lorentz e apenas levaria à redefinições não-observáveis de campo.

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

A presença destes campos de fundo conduz a alterações notáveis (mas minúsculas!) em relação à eletrodinâmica convencional e a fenômenos novos, dentre os quais citamos efeitos de birrefringência do vácuo [7, 63], “massa” não-nula para a radiação [63], decaimento do fóton [64, 65], modificações na Lei de Planck [66, 67] e efeito Cerenkov no vácuo [68, 69, 70, 71, 72], dentre outros. Por causa da enorme variedade de novos fenômenos desta eletrodinâmica, esta já foi amplamente testada ao longo dos últimos anos, e limites superiores fortes sobre o possível valor destes parâmetros já foram impostos:

**Sobre  $(\mathbf{k}_F)^{\alpha\beta\omega\gamma}$ :** Por ser um objeto mais complicado de se trabalhar, em geral desenvolve-se experimentos para se testar componentes específicas das suas 19 LIs. Dentre estas 19, 10 delas são birrefringentes e restritas a serem menores que  $10^{-32}$ , através de dados vindos de espectropolarimetria infra-vermelha, óptica e ultra-violeta de fontes cosmológicas [73]. Dos 9 não-birrefringentes, 3 são anisotrópicos, respeitam paridade, estimados como  $\lesssim 10^{-12}$ , os outros 5 anisotrópicos, mas que violam paridade, são restritos a  $\lesssim 10^{-14}$ , ambos limites impostos por medições diretas [74] (experimentos de Michelson-Morley ressonantes), enquanto que limites mais severos, de  $\lesssim 10^{-18}$  para estas 8 componentes são impostos por medidas indiretas [75] (não observação de radiação Cerenkov no vácuo devido a raios cósmicos ultra-energéticos); a última componente restante é isotrópica e  $\lesssim 10^{-7}$ , por medições diretas [76], ou  $\lesssim 10^{-18}$ , por medições indiretas [75].

Apesar destes severos limites, também existem várias propostas para outros testes terrestres, principalmente envolvendo cavidades ressonantes [77, 78, 79, 80, 81].

**Sobre  $(\mathbf{k}_{AF})^\mu$ :** Como detalharemos no próximo Capítulo, a presença do termo que acopla este campo de fundo ao campo eletromagnético faz com que o vácuo torne-se birrefringente e a não-observação deste efeito sobre o espectro de polarização da Radiação Cósmica de Fundo permite impor os melhores limites sobre as quatro componentes de  $(\mathbf{k}_{AF})^\mu$ , restringindo-as a valores  $\lesssim 10^{-43}$  GeV [82].

Outras propostas impõem limites menos restritivos, úteis também para a checagem de consistência, como, por exemplo, valores menores que  $10^{-26}$  GeV atra-

## 1. Aspectos Fundamentais do MPE

---

vés de dados geomagnéticos [63] e menores que  $10^{-20}$  GeV decorrente da não-observação de alterações na frequência Schumann de ondas eletromagnéticas entre a superfície terrestre e ionosfera (aproximada por uma cavidade ressonante) [83].

Disto tudo, vemos que a experimentação restringe a magnitude destes campos de fundo a ser muito pequena, o que está de acordo com a idéia de que estes efeitos seriam suprimidos por potências do inverso da massa de Planck, exigindo aparatos experimentais que devam alcançar precisão cada vez maior. Já sob o ponto de vista teórico, vemos que, até onde é de nosso conhecimento, todas as previsões vêm os efeitos dos campos de fundo como gerando pequenas correções nas quantidades (campos, frequências, etc.) usuais ou, de modo geral, prevendo fenômenos caracterizados por potências da magnitude destes campos de fundo. Assim, a motivação do nosso trabalho — buscar a possibilidade de efeitos macroscópicos, de fácil detecção, advindos de pequenas violações — surge de modo bastante natural e, em específico, como já comentado, faremos este estudo trabalhando com o setor de radiação CPT-ímpar da (mínima) QED estendida, assunto o qual se dedicará o resto deste trabalho.

## Capítulo 2

# Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

Neste capítulo temos como objetivo fazer um breve estudo acerca das principais características de uma eletrodinâmica, no espaço livre, que incorpora violações das simetrias de Lorentz e CPT, como descrita pelo setor de radiação do Modelo Padrão Estendido. Este estudo nos será útil sob vários aspectos como, por exemplo, revisar as mudanças implementadas pela quebra das simetrias sobre o comportamento das ondas eletromagnéticas no vácuo, tornando evidentes as diferenças em relação à eletrodinâmica de Maxwell e estabelecer resultados importantes para futura comparação quando estudarmos a propagação em meios confinados (a ser feita no Capítulo 3) e que, em conjunto à discussão contida no Apêndice, também servirão para corroborar/justificar certos procedimentos a serem adotados futuramente (em especial, na Seção 3.1).

Ao que se segue, iniciaremos estudando a Ação que descreve o modelo e aspectos de resultados que decorrem dela, por exemplo, a invariância de calibre. Após isto, estudaremos as equações de movimento associadas e assuntos relacionados (como relações de dispersão) e veremos que surgem as primeiras peculiaridades do modelo (associadas, por exemplo, à birrefringência do vácuo). Seguiremos para o estudo de quantidades conservadas, decorrentes de simetrias do modelo, como a conservação do tensor energia-momento, e encontraremos mais peculiaridades no modelo, agora associados a não-positividade da energia total do campo. Faremos uma análise de natureza

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

fundamentalmente clássica, mas, quando conveniente, faremos comentários sobre uma análise via Teoria Quântica de Campos, remetendo o leitor às referências relacionadas.

### 2.1 Ação do Modelo e Características Gerais

Como visto no capítulo anterior, o setor de radiação da (mínima) QED estendida é descrito pela Ação (1.1), que contém, além dos termos que derivam da eletrodinâmica de Maxwell, dois termos extras que violam a simetria de Lorentz, sendo que o associado ao parâmetro  $k_{AF}$  também viola CPT, enquanto que aquele associado a  $k_F$  respeita esta simetria. Neste trabalho estaremos interessados apenas em efeitos decorrentes do termo que viola CPT, então, para todos fins, daqui em diante tomamos  $k_F \equiv 0$  em (1.3)<sup>1</sup>. Deste modo, a Ação de interesse é dada por<sup>2</sup>:

$$\mathcal{S} = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - j^\mu A_\mu - \frac{1}{2}(k_{AF})_\mu A_\nu \tilde{F}^{\mu\nu} \right\}. \quad (2.1)$$

Este modelo foi estudado primeiramente por Carrol, Field e Jackiw [63, 84] antes mesmo da criação do MPE, em um contexto um pouco diferente (mas relacionado), onde a intenção dos autores, ao utilizar um modelo com quebra, era desenvolver uma base teórica a fim de oferecer uma maior abrangência experimental para se testar a simetria de Lorentz, um dos pilares da física fundamental contemporânea.

O termo extra adicionado à eletrodinâmica de Maxwell é inspirado em sua versão bidimensional, (2+1)D, dos modelos de Chern-Simons. Por exemplo, na eletrodinâmica planar, este é escrito como  $\frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\alpha}A_\mu\partial_\nu A_\alpha$ , o que introduz uma massa topológica<sup>3</sup>  $m$  para a radiação neste ambiente [85]. Este tipo de modelo encontra aplicação em importantes áreas de pesquisa, como no *efeito Hall quântico* e *supercondutividade a altas temperaturas* (ver referências contidas em [63]). Por outro lado, Teorias Quânticas de Campo baseadas em modelos de Chern-Simons, respeitando Lorentz e CPT, só

---

<sup>1</sup>O leitor interessado em conhecer com mais detalhes os efeitos do termo CPT-par, relacionado a  $k_F$ , sobre a eletrodinâmica de Maxwell é encorajado a buscar as referências [7, 73, 77].

<sup>2</sup>A convenção de sinal do termo de violação não é universal, variando de autor para autor. Aqui adotamos a convenção do primeiro trabalho onde este modelo foi estudado [63].

<sup>3</sup>Isto é, que não conduz à perda da invariância de calibre da teoria.



## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

são possíveis em espaço-tempos de dimensão ímpar (onde o termo de massa é um escalar) e, como em nosso trabalho investigamos um espaço-tempo de (3+1)D, o modelo *tipo-Chern-Simons* da Ação (2.1) (como este é comumente referido), não está em sua dimensão “natural” (o termo de massa agora aparece como um “4-vetor”), motivo o qual é propício o surgimento da violação das simetrias de Lorentz e CPT (detalhes adiante).

Retornando à nossa análise da Ação (2.1), introduzimos uma notação mais compacta,  $\eta^\mu = (\eta^\circ; \boldsymbol{\eta}) \equiv (k_{AF})^\mu$ , a qual utilizaremos daqui por diante (intercambiando com a original<sup>4</sup>, quando conveniente). Agora, é valioso fazer um estudo do comportamento desta Ação quando sob uma transformação de calibre,  $A^\mu(x) \rightarrow A^\mu(x) + \partial^\mu \Lambda(x)$ . Sua variação sob esta transformação é, portanto,

$$\delta\mathcal{S} = -\frac{1}{2}\Lambda \int d^4x \tilde{F}^{\alpha\beta} \partial_\alpha \eta_\beta = -\frac{1}{4}\Lambda \int d^4x \tilde{F}^{\alpha\beta} (\partial_\alpha \eta_\beta - \partial_\beta \eta_\alpha).$$

Lembramos agora que uma das propriedades do Modelo Padrão que decidimos ser interessante manter intacta no MMPE é, justamente, sua invariância sob ação do grupo  $U(1)$ , que implementa as transformações de calibre Abelianas, isto porque, sendo esta uma simetria do modelo, garantimos, através do Teorema de Noether [86], a conservação *microscópica* da carga elétrica. Portanto, para assegurar isto, devemos impor  $\delta\mathcal{S} \equiv 0$ , o que pode ser obtido de duas maneiras distintas (sendo a segunda a que adotaremos):

- (i)  $\eta^\mu$  ser um campo dinâmico que satisfaça  $(\partial_\alpha \eta_\beta - \partial_\beta \eta_\alpha) \equiv 0$ . Isto poderia ser obtido, por exemplo, tomando-se  $\eta^\mu$  como sendo o 4-gradiente de um campo escalar  $\theta(x)$ ,  $\eta^\mu(x) = \partial^\mu \theta(x)$ . Apesar de interessante, não consideraremos este caso, pois introduz complicações maiores ao modelo (por exemplo, conduziria à não-conservação do tensor energia-momento). O leitor interessado pode se dirigir às referências [20, 41] onde, em uma abordagem via supergravidade, os autores estudam os efeitos deste campo  $\theta(x)$  e da constante de estrutura fina (agora um escalar com variação cosmológica) sobre a cosmologia do Universo.

---

<sup>4</sup>Originalmente, em [63], este “4-vetor” de fundo, era referido como  $p^\alpha$ , mas tornou-se padrão chamá-lo de  $(k_{AF})^\mu$  a partir do trabalho [7], por ser o parâmetro acoplado à  $A^\mu$  e  $F^{\mu\nu}$ . Por ser esta uma notação nada compacta, é comum redefini-la para alguma letra qualquer.

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

(ii) O campo de fundo  $\eta^\mu$  não exibir qualquer dinâmica,  $\partial_\alpha \eta_\beta \equiv 0$ , sendo um “4-vetor” constante e fixo no espaço-tempo, garantindo que  $\delta\mathcal{S} \equiv 0$  (e assegurando a invariância do modelo sob  $U(1)$ , estabelecendo a conservação microscópica da carga elétrica). Naturalmente, esta é a alternativa largamente adotada na literatura relacionada ao MPE.

Agora que conhecemos a natureza não-dinâmica do campo de fundo  $\eta$ , entendemos que a simetria de Lorentz (de partícula) é violada porque  $\eta^\mu$ , por ser fixo nas dimensões espacial e temporal, ao acoplar-se às quantidades dinâmicas, quebra a isotropia do espaço-tempo. Para termos uma compreensão maior disto, seja um campo dinâmico  $\mathcal{O}^\mu$ , que transforma-se corretamente sob a ação do grupo de Lorentz  $SO(3, 1)$ , implementando transformações de partícula,  $\mathcal{O}'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu \mathcal{O}^\nu$ . Suponha que este campo esteja acoplado ao campo de fundo  $\eta^\mu$ , isto é, temos um termo de acoplamento, por exemplo, do tipo  $\eta^\mu \mathcal{O}_\mu$ . Por causa da natureza de  $\eta^\mu$  sob transformações de partícula, i.e., por comportar-se como um conjunto de quatro escalares,

$$\eta^\mu = (\eta_o; \boldsymbol{\eta}) \quad \longrightarrow \quad \eta'^\mu = (\eta_o; \boldsymbol{\eta}) = \eta^\mu,$$

o termo de acoplamento não se transforma corretamente (i.e., como um escalar),

$$\eta'^\mu \mathcal{O}'_\mu = \Lambda_\mu{}^\nu \eta^\mu \mathcal{O}_\nu \neq \eta^\nu \mathcal{O}_\nu,$$

acarretando na violação da simetria de Lorentz *de partícula*. Notemos, dando a devida importância, que  $\eta^\mu \mathcal{O}_\mu$  comporta-se corretamente sob transformações de Lorentz *de observador*, isto é, o termo é invariante sob transformações de coordenadas — como a descrição física *deve* ser! Para aguçar a compreensão, lembrando que o grupo  $SO(3, 1)$  é composto por *boosts* e rotações, é interessante notar que a anisotropia ao longo da dimensão temporal,  $\eta^o$ , conduz à perda da invariância da teoria sob *boosts* (“rotações” no plano  $t-x^i$ ), enquanto que a anisotropia espacial,  $\boldsymbol{\eta}$ , conduz à perda da simetria do modelo sob rotações espaciais.

Por causa desse vácuo possuir uma estrutura não-trivial — ser permeado por um campo “4-vetorial” não-dinâmico — fomos capazes de ver como ocorre a quebra da

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

simetria de Lorentz, mas, adicionalmente, a existência de  $\eta^\mu$  também acarreta na perda da simetria discreta de CPT do modelo, como segue. Por conveniência, resumimos, na Tabela 2.1, o comportamento das quantidades envolvidas sob C, P, T e CPT. Em particular, notemos que  $\eta^\mu$ , por ser um campo não-dinâmico, não sente qualquer uma destas transformações.

	C	P	T	CPT
$\phi$	-	+	+	-
$\mathbf{A}$	-	-	-	-
$\mathbf{E}$	-	-	+	+
$\mathbf{B}$	-	+	-	+
$\eta_o$	+	+	+	+
$\boldsymbol{\eta}$	+	+	+	+

Tabela 2.1: Comportamento de  $\phi$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\eta_o$  e  $\boldsymbol{\eta}$  sob C, P, T e CPT

Iniciamos nossa análise notando que os dois primeiros termo de (2.1), oriundos da eletrodinâmica usual, são invariantes sob CPT, de modo que nos focamos no estudo do termo que envolve  $\eta \equiv k_{AF}$ , que, para uma análise mais clara, é reescrito em notação 3-vetorial:

$$-\frac{1}{2}(k_{AF})_\mu A_\nu \tilde{F}^{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\eta_o \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\eta} \cdot (\phi \mathbf{B} - \mathbf{A} \times \mathbf{E}).$$

Agora torna-se evidente como CPT é violada por este termo:

- O primeiro termo,  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ , sob Paridade, é o produto de um vetor por um pseudo-vetor, logo, é um pseudo-escalar e, como  $\eta_o$  é um escalar (não muda sob P), então  $\eta_o \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  é ímpar sob Paridade, um pseudo-escalar; sob ação de T,  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  mudam de sinal, mas  $\eta_o$  não, portanto o termo como um todo é par sob Reversão Temporal e; por fim,  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  mudam sob C, ao contrário de  $\eta_o$ , de forma que o termo é invariante sob Conjugação de Carga. Deste modo, vemos que, sob a ação conjunta de CPT, o termo  $-\frac{1}{2}\eta_o \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  muda de sinal, violando esta simetria, e notamos que isto acontece via quebra da Paridade apenas, através de  $\eta_o$ , que não se transforma adequadamente.
- Em relação ao segundo termo, temos que  $\phi \mathbf{B} - \mathbf{A} \times \mathbf{E}$  é um pseudo-vetor, mas, como  $\boldsymbol{\eta}$  também o é, o produto  $\boldsymbol{\eta} \cdot (\phi \mathbf{B} - \mathbf{A} \times \mathbf{E})$  é um escalar verdadeiro, par

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

sob Paridade; por outro lado, pelo fato de  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{A}$  mudarem sob T, mas  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $\phi$  e  $\mathbf{E}$  não, o termo como um todo é ímpar sob Reversão Temporal e; todos campos mudam sob C, exceto  $\boldsymbol{\eta}$ , então o termo é par sob Conjugação de Carga. Portanto, sob ação conjunta da operação CPT, o termo  $\frac{1}{2}\boldsymbol{\eta} \cdot (\phi\mathbf{B} - \mathbf{A} \times \mathbf{E})$  muda de sinal, violando esta simetria, sendo isto realizado através da quebra isolada da Reversão Temporal, devido a  $\boldsymbol{\eta}$ .

Esta análise é corroborada pelos resultados apresentados em [25], obtidos de outra maneira (basicamente, analisando os efeitos da presença de  $\eta^\mu$  sobre a relação de dispersão da radiação livre). Outro ponto interessante que notamos é que a violação de CPT não envolve uma quebra na simetria de Conjugação de Carga, de modo que a equivalência partícula/antipartícula permanece intacta e, de fato, a anisotropia é puramente espaço-temporal.

Finalizamos esta seção resumizando o efeito da inclusão de um termo que viola as simetrias de Lorentz e CPT à Ação que descreve a eletrodinâmica de Maxwell, no que diz respeito ao seu comportamento sob estas transformações:

- O campo de fundo  $\eta^\mu$  não sente transformações de partícula do grupo de Lorentz  $SO(3, 1)$ ,

$$\eta'^\mu = (\Lambda_{part})^\mu{}_\nu \eta^\nu = \eta^\mu,$$

daí, por causa disso, o termo da Ação (2.1) associado a este parâmetro viola esta simetria. Em específico,  $\eta_o$  quebra a simetria sob *boosts*, enquanto  $\boldsymbol{\eta}$  realiza a quebra sob rotações.

- A transformação discreta de CPT não tem efeito sobre  $\eta^\mu$ , de modo que a Ação (2.1) não é mais invariante sob esta, sendo que  $\eta_o$  induz esta quebra via violação isolada da Paridade, enquanto que  $\boldsymbol{\eta}$  o faz via violação da Reversão Temporal.

O estudo da Ação (2.1) foi essencial para compreender os fundamentos do modelo e suas peculiaridades. De igual importância é o estudo dos novos fenômenos previstos por esta teoria e, por isto, na seção seguinte, estudaremos as equações de movimento

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

decorrentes de (2.1) e, em particular, a propagação da radiação no espaço livre, onde veremos série de novidades em relação à eletrodinâmica Maxwelliana.

### 2.2 Equações de Movimento e Propagação Livre

Nesta seção, partiremos para uma análise direta da dinâmica de propagação de ondas eletromagnéticas nesta eletrodinâmica modificada, bem como de novas características e fenômenos que surgem desta.

Começamos exibindo as equações de movimento para o campo eletromagnético, obtidas via Princípio Variacional sobre a Ação (2.1), sendo estas as equações de Maxwell não-homogêneas modificadas:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu + \eta_\nu \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

que, em notação 3-vetorial, identificamos como as versões modificadas das leis de Gauss e Ampère-Maxwell, respectivamente:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho - \boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{B} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \partial_t \mathbf{E} = \mathbf{j} - \eta_o \mathbf{B} + \boldsymbol{\eta} \times \mathbf{E}. \quad (2.4)$$

Aqui, observamos que o campo de fundo acopla-se linearmente com o campo eletromagnético, via  $\eta_\nu \tilde{F}^{\mu\nu}$ , o que torna explícita a perda da simetria de Lorentz (de partícula) na física do modelo, pois, sob esta transformação, este termo não se comporta covariantemente (como já discutido na seção anterior para um caso geral),

$$\eta_\nu \tilde{F}^{\mu\nu} \longrightarrow \eta'_\nu \tilde{F}'^{\mu\nu} = \Lambda^\mu_\alpha \Lambda^\nu_\beta \eta_\nu \tilde{F}^{\alpha\beta},$$

o que acontece, como já discutido, devido ao fato de  $\eta^\mu = (\eta_o; \boldsymbol{\eta})$  se comportar, sob transformações de partícula, como um conjunto de quatro escalares. Então, agora temos quantidades físicas dinâmicas (como os campos elétrico e magnético) acoplados a um campo de fundo, não-dinâmico, o que torna os fenômenos eletromagnéticos dependentes de *boosts* e/ou rotações de maneira não-convencional (por exemplo, a velocidade

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

da luz no vácuo não será mais  $c = 1$  para todos referenciais).

Simultaneamente à esta quebra de simetria, este acoplamento também faz com que as equações de Maxwell modificadas não sejam invariantes sob CPT. Isoladamente, um  $\eta_o$  não-nulo introduz a perda da simetria sob Paridade (por exemplo, um experimento com um fio condutor conduzindo uma corrente ao longo da direção  $z$  não seria mais equivalente ao mesmo experimento orientado para  $-z$ ); já com  $\boldsymbol{\eta}$  não-nulo, as equações de movimento perdem a simetria sob Reversão Temporal (agora, por exemplo, uma onda eletromagnética com vetor de onda  $\mathbf{k}$  poderia ser distinguida de outra, na mesma situação, com vetor de onda  $-\mathbf{k}$  — lembrando que a operação T reverte o sinal do momento). Como a simetria sob Conjugação de Carga continua preservada, a física observada em fenômenos eletromagnéticos não muda quando substituímos todas partículas por suas antipartículas (e o fóton, entendido como os quanta da radiação, permanece sendo sua própria antipartícula).

Uma consequência muito interessante deste modelo, um novo fenômeno, é que, devido à este acoplamento entre vetor de fundo e campo eletromagnético, mesmo em limites de campos estáticos, campo atua como fonte de campo. Por exemplo, uma carga em repouso geraria não apenas um campo elétrico estático, mas também um, extremamente pequeno, campo magnético estático (de divergência nula, naturalmente). Consequentemente, a tarefa de obter-se os campos eletrostático e magnetostático torna-se um desafio formidável, inclusive, ainda em aberto<sup>5</sup>.

Como a relação entre campos e potenciais permanece inalterada<sup>6</sup>,  $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ , o campo eletromagnético  $F^{\mu\nu}$  segue satisfazendo a identidade de Jacobi (ou identidade geométrica),

$$\partial_\gamma F_{\alpha\beta} + \partial_\beta F_{\gamma\alpha} + \partial_\alpha F_{\beta\gamma} \equiv 0,$$

---

<sup>5</sup>O leitor interessado no processo de obtenção dos campos no limite estático em eletrodinâmicas não-usuais é direcionado às referências [88, 89], onde estes campos são obtidos para o caso de uma eletrodinâmica que viola Lorentz mas respeita CPT —  $k_{AF} \equiv 0$  e  $k_F \neq 0$ , na Ação (1.1) —, onde são exibidas todas dificuldades de se estudar este limite.

<sup>6</sup>Esta não sente alterações no meio, como, por exemplo, a presença do campo de fundo  $\eta^\mu$ .

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

ou, equivalentemente, a identidade de Bianchi,

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0, \quad (2.5)$$

que gera as equações homogêneas, como usual. Destas, em notação 3-vetorial, identificamos as equações para o divergente de  $\mathbf{B}$  e lei de Faraday, respectivamente,

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} = \mathbf{0}, \quad (2.7)$$

idênticas às da eletrodinâmica de Maxwell usual, evidenciando a ausência de monopolos magnéticos no modelo. Mesmo nesta eletrodinâmica com violação de Lorentz e CPT, a quebra da relação usual entre campos e potencial, visando a inclusão de monopolos magnéticos no modelo, pode ser feita de maneira consistente, como pode ser visto em [87].

Devido a diferente maneira com que os campos elétrico e magnético experienciam a anisotropia, vemos que, mesmo no vácuo (na ausência de fontes,  $j^\mu \equiv 0$ ), a dualidade  $\mathbf{E} \leftrightarrow \mathbf{B}$  entre os campos elétrico e magnético é completamente perdida, ou seja, agora eles podem ser fisicamente distinguidos diretamente pela maneira como se acoplam com  $\eta^\mu$  — na eletrodinâmica Maxwelliana esta simetria requiriria a existência de cargas para ser quebrada e a inclusão de monopolos magnéticos para ser restaurada, mas agora ela é definitivamente perdida [87]. De fato, vemos agora que  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  satisfazem equações de onda distintas devido ao acoplamento com  $\eta^\mu$ :

$$\square \mathbf{E} + \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) + \eta_o \nabla \times \mathbf{E} + \boldsymbol{\eta} \times \partial_t \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

$$\square \mathbf{B} + \eta_o \nabla \times \mathbf{B} + \boldsymbol{\eta} (\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{B}) = (\boldsymbol{\eta} \cdot \nabla) \mathbf{E},$$

onde vemos que agora surgem acoplamentos entre diferentes componentes do campos e, inclusive, a equação de onda para  $\mathbf{B}$  não é, em geral, independente de  $\mathbf{E}$ . Apesar de requerer uma análise cuidadosa, a complicada estrutura destas equações de onda abre a possibilidade de que funções da forma  $\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} \pm \omega t)$  não sejam mais soluções

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

de onda gerais exatas, o que, para tratamentos exatos, exige a obtenção de novas soluções de onda (distorcidas por  $\eta^\mu$ ) gerais — ou, como faremos (vide Apêndice), buscar configurações específicas entre os campos e o vetor de fundo tal que soluções do tipo  $\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} \pm \omega t)$  permaneçam válidas exatamente.

Daqui em diante, estaremos interessados apenas na propagação de ondas eletromagnéticas no vácuo, então, para todos fins, consideraremos sempre a ausência de fontes ( $j^\mu \equiv 0$ ). Assim sendo, para fins ilustrativos, vamos assumir o *ansatz* de ondas planas  $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} \pm \omega t)]$  para os campos nas equações (2.3) e (2.6)-(2.7), respectivamente:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = i\eta \cdot \mathbf{B}, \quad \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{k} \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B},$$

o que mostra que, mesmo no vácuo e na ausência de fontes, ondas eletromagnéticas propagando-se livremente não são, geralmente, transversas — sendo esta não-transversalidade devido a uma minúscula componente elétrica longitudinal.

Apesar de, neste ambiente, a radiação não ser mais transversa, de maneira alguma isto decorre de algum grau de liberdade extra do modelo — como acontece no modelo de Proca<sup>7</sup> — e, de fato, só os dois graus usuais da eletrodinâmica de Maxwell estão presentes. Devido a natureza topológica do parâmetro de massa  $\eta$ , a simetria de calibre é respeitada (como já discutido na Seção 2.1 e explicitamente visto em (2.2) e (2.5)), de modo tal que, dos aparente quatro graus de liberdade do modelo,  $A^\mu = (A_0; \mathbf{A})$ , um destes é eliminado via alguma escolha de calibre (por exemplo, calibre de Lorentz,  $\partial^\mu A_\mu \equiv 0$ ) e o outro é eliminado através das equações de movimento (2.2), reescritas para os potenciais (com  $j^\mu \equiv 0$ ) como

$$(\eta^{\mu\nu} \square - \partial^\mu \partial^\nu + \eta_\alpha \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\beta) A_\mu(x) = 0^\nu, \quad (2.8)$$

(que, naturalmente, é invariante de calibre), de modo que, assim como no caso usual,

---

<sup>7</sup>O modelo de Proca consiste na Lagrangiana de Maxwell adicionada de um termo  $\frac{1}{2}m^2 A^2$  que gera uma massa gravitacional  $m$  não-nula para a radiação, o que acaba levando a perda da invariância de calibre do modelo, de modo que, dos aparente quatro graus de liberdade iniciais do modelo,  $A^\mu = (A_0; \mathbf{A})$ , apenas um é eliminado (via condição  $\partial \cdot A \equiv 0$ , imposta para garantir a conservação macroscópica da carga). Dos três restantes, dois são os usuais da eletrodinâmica Maxwelliana, relacionados aos dois modos de polarização transversa, enquanto o terceiro grau introduz um modo de polarização longitudinal, tornando as ondas, mesmo livres, não-transversas.



## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

restam apenas dois graus de liberdade, associados aos dois modos de polarização transversos da radiação — ou, via argumentos adequados a uma formulação quântica [25, 90], estes dois graus de liberdade continuam associados às duas possíveis orientações do spin do fóton, +1 e -1, como acontece no caso de Maxwell.

A dinâmica de propagação da onda, governada pela relação de dispersão entre  $\omega$  e  $\mathbf{k}$ , pode ser obtida de (2.8) no espaço de Fourier,

$$(-k^\alpha k_\alpha \eta^{\mu\nu} + i\eta_\alpha \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_\beta) \tilde{A}_\mu(k) = 0^\nu,$$

já imposto o calibre de Lorenz ( $k^\mu \tilde{A}_\mu \equiv 0$ ) — pois estamos interessados no estudo de ondas. Agora, impomos que a matriz M,  $M^{\mu\nu} \equiv (-k^\alpha k_\alpha \eta^{\mu\nu} - i\eta_\alpha \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_\beta)$  não é inversível,  $\det(M) \equiv 0$ , obtendo a condição (relação de dispersão)<sup>8</sup>:

$$(k_\mu k^\mu)^2 + (k_\mu k^\mu)(\eta_\nu \eta^\nu) - (k_\mu \eta^\mu)^2 = 0, \quad (2.9)$$

onde  $k^\mu = (\omega; \mathbf{k})$  é o 4-vetor de onda.

No caso usual ( $\eta \rightarrow 0$ ) a relação de dispersão é bastante simples,  $\omega_{usual} = |\mathbf{k}|$ , refletindo a isotropia e homogeneidade do espaço-tempo. Agora, com um campo anisotrópico permeando todo o espaço-tempo, vemos que surgem acoplamentos entre este campo e o 4-vetor de onda, resultando em uma relação complicada entre  $\omega$  e  $\mathbf{k}$ , como visto em (2.9). Por causa disso, com o intuito de tornar a análise mais clara e simples, concluiremos esta seção estudando casos particulares de (2.9) para tipos específicos de  $\eta^\mu$  (isto é, tipo-tempo, -luz ou -espaço) e, como veremos, cada um destes casos exibe peculiaridades próprias no que diz respeito a física predita. Analisar estes casos separadamente nos permitirá precisar qual destes torna nosso modelo mais consistente, de modo a este ser então o mais interessante com o qual se trabalhar — como veremos o caso do vetor de fundo puramente tipo-espaço é o mais promissor.

**Campo de fundo tipo-tempo,  $\eta^\mu \eta_\mu > 0$ .** Neste caso, sempre é possível encontrar um referencial tal que  $\eta^\mu$  é *puramente* tipo-tempo, isto é, onde  $\eta^\mu = (\eta_0; \mathbf{0})$ , de forma

---

<sup>8</sup>Alternativamente, outra interessante maneira de se obter este mesmo resultado é utilizando-se o método de projetores ortogonais, como feito em [91].

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

que a relação de dispersão (2.9) toma a seguinte forma:

$$\omega_{\pm}^2 = k(k \pm \eta_o). \quad (2.10)$$

Refletindo o fato de que uma anisotropia puramente tipo-tempo mantém a isotropia do espaço, vemos que a frequência não possui dependência direcional. Por outro lado, vemos uma série de interessantes mudanças em relação ao caso usual. Primeiramente, vemos que agora, mesmo no vácuo, a luz apresenta dois modos de propagação distintos,  $\omega_+ = \sqrt{k(k + \eta_o)}$  e  $\omega_- = \sqrt{k(k - \eta_o)}$ , sendo este fenômeno conhecido como birrefringência do vácuo. Por causa disso, ondas com mesma polarização não são, necessariamente, equivalentes (já que podem apresentar frequências distintas para um mesmo vetor de onda). Por causa deste novo efeito, ocorre uma variação  $\Delta$  na polarização da onda ao percorrer uma distância  $L$ ,

$$\Delta = (k_+ - k_-)L = \eta_o L + \mathcal{O}(\eta_o^2),$$

(onde invertemos a dependência entre  $\omega$  e  $k$ ) de modo que alguns dos melhores limites impostos sobre  $\eta_o$  vêm da não-observação deste fenômeno sobre a polarização da luz vinda de galáxias distantes, implicando em  $\eta_o < 10^{-42}$  GeV [84]. Um estudo mais recente [92] foi capaz de melhorar este limite em uma ordem de grandeza,  $\eta_o < 10^{-43}$  GeV, ao analisar a polarização parcial da Radiação Cósmica de Fundo, que permeia todo Universo e se propaga há, pelo menos,  $\sim 10^9$  anos.

Talvez o desvio mais drástico de (2.10) em relação ao caso usual seja o fato de que, para  $k < \eta_o$ , surgem valores imaginários para a frequência  $\omega$  (vide Figura 2.1). Isto introduz sérias instabilidades na teoria, pois conduz à soluções de onda com crescimento exponencial. Não apenas isso, a velocidade de grupo associada,

$$v_{g\pm} \equiv \frac{d\omega}{dk} = \frac{k \pm \frac{1}{2}\eta_o}{\sqrt{k(k \pm \eta_o)}}, \quad (2.11)$$

pode ser não apenas superior à  $c = 1$ , mas arbitrariamente grande conforme  $k \rightarrow \eta_o$  para o modo  $\omega_-$ , implicando um sério problema de possível violação da causalidade

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

no modelo (este limite também acaba nos conduzindo a um estranho modo “estático”, com  $\omega = 0$  quando  $k = \eta_o$ ).

Se optarmos por uma abordagem do modelo via Teoria Quântica de Campo, como feito em [25], vemos que uma análise da estrutura de polos do propagador para o campo de radiação  $A^\mu$  revela (a nível de árvore) que, para  $\eta^\mu$  puramente tipo-tempo, estes polos são deslocados para o plano imaginário, mostrando que há regiões no espectro de frequência (regiões onde  $k < \eta_o$ ) onde a energia pode se tornar imaginária. Este é um problema sério, pois pode resultar na perda da unitariedade da teoria (vetores de estado no espaço de Fock não mais terem sua norma conservada temporalmente — perdemos a conservação da probabilidade — como consequência da evolução temporal destes não ser mais implementada unitariamente, já que o operador evolução temporal não é sempre unitário). Uma possibilidade de se resolver isto seria, simplesmente, excluir a região  $k < \eta_o$ , mas, como mostrado em [25], isto conduziria à perda da microcausalidade (comutatividade de campos — observáveis locais — para separações tipo-espaço). Consequentemente, temos que não é possível, para  $\eta^\mu$  puramente tipo-tempo, obter uma função de Green para o campo que seja causal e, ao mesmo tempo, que permita a evolução unitária dos estados associados no espaço de Fock.

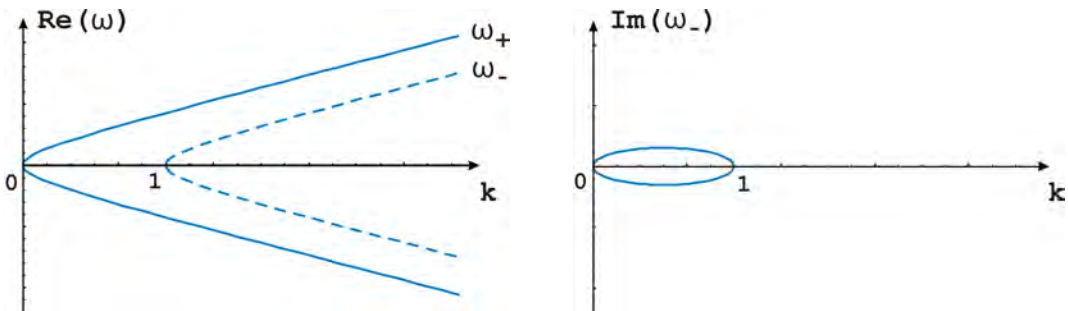


Figura 2.1: Dependência da frequência  $\omega$  com o (módulo do) vetor de onda  $k$  (para  $\eta_o = 1$ ). Aqui vemos que os sinais de  $\omega$  não são bem definidos e, para certas regiões,  $\omega_-$  pode assumir valores imaginários.

Aliado a esta discussão, retornando à relação de dispersão (2.10), e analisando os gráficos da Figura 2.1, vemos que, tanto na região de  $\omega$  real quando na de  $\omega$  imaginário, os estados de energia positiva ( $\omega > 0$ ) e negativa ( $\omega < 0$ ) misturam-se, de modo que os estados de partícula e antipartícula não são separados, não podendo ser bem definidos,

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

de modo tal que perdemos este tipo de interpretação para os diferentes sinais da energia. Como consequência desta análise, temos que o modelo aparenta não conduzir a uma Teoria Quântica de Campos consistente (ao menos, não via procedimentos usuais de segunda quantização).

Por fim, concluímos que o caso em que o vetor de fundo  $\eta^\mu$  é tipo-tempo apresenta sérios problemas, tanto a nível clássico (soluções com crescimento exponencial e problemas com a causalidade) quanto a nível quântico (perda da unitariedade e/ou microcausalidade, de modo a não obtermos uma TQC consistente).

**Campo de fundo tipo-luz,  $\eta^\mu\eta_\mu = 0$ .** Para este caso, podemos reescrever a relação de dispersão (2.9) em uma forma bastante sugestiva:

$$\left(k^\mu \pm \frac{1}{2}\eta^\mu\right) \left(k_\mu \pm \frac{1}{2}\eta_\mu\right) = 0,$$

e, definindo-se  $K^\mu \equiv k^\mu \pm \frac{1}{2}\eta^\mu$ , esta assume uma forma idêntica àquela do caso usual ( $k_{usual}^\mu k_\mu^{usual} = 0$ ):

$$K^\mu K_\mu = 0,$$

de modo que as soluções de onda plana que satisfazem (2.8) exibem a dependência

$$e^{-ik^\mu x_\mu} = e^{-iK^\mu x_\mu} e^{-i(\pm\frac{1}{2}\eta^\mu)x_\mu},$$

e ressaltamos que a parte exponencial que envolve  $K^\mu$  é justamente uma onda plana não-massiva que satisfaz a eletrodinâmica usual de Maxwell, de modo que podemos redefinir  $K^\mu \equiv k_{usual}^\mu$ .

Então, vemos que um vetor de fundo tipo-luz gera uma relação de dispersão que pode ser mapeada a partir daquela da eletrodinâmica usual através de um *shift* linear no 4-vetor de onda,

$$k_{usual}^\mu \longrightarrow k^\mu = k_{usual}^\mu \pm \frac{1}{2}\eta^\mu,$$

que, justamente por ser linear, torna trivial o Jacobiano da transformação. Através disto, a contribuição do parâmetro de violação à solução de onda pode ser eliminado

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

via simples redefinição de campos [93]:

$$(onda\ plana) \longrightarrow (onda\ plana) e^{+i(\pm\frac{1}{2}\eta^\mu)x_\mu}.$$

Como consequência disto, vemos que os efeitos de  $\eta^\mu$  tipo-luz sobre a eletrodinâmica usual é de realizar um *shift* linear sobre grandezas como a frequência e momento por quantidades constantes (proporcionais ao vetor de fundo) [94], que, por poderem ser eliminadas via redefinições, não são fisicamente mensuráveis (a mesma conclusão é obtida, em uma abordagem quântica, do propagador dos campos [90]).

Com base nesta análise, o estudo deste caso em particular, a princípio, não desperta tanto interesse (de fato, a literatura, quase que exclusivamente, trata apenas dos casos tipo-tempo e tipo-espaço, este último a ser discutido em seguida).

**Campo de fundo tipo-espaço,  $\eta^\mu\eta_\mu < 0$ .** Aqui, sempre podemos ir para um referencial tal que  $\eta_o \equiv 0$ , isto é,  $\eta^\mu = (0; \boldsymbol{\eta})$  é puramente tipo-espaço, de modo que a relação de dispersão (2.9) passa a ser dada por:

$$\omega_\pm^2 = \mathbf{k}^2 + \left[ \eta^2 \pm \sqrt{\eta^4 + 4(\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{k})^2} \right] \frac{1}{2}, \quad (2.12)$$

e, escrevendo-se  $\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \mathbf{k} = k \cos \theta$  ( $\theta$  sendo o ângulo entre  $\boldsymbol{\eta}$  e  $\mathbf{k}$ ), torna-se claro (vide gráficos da Figura 2.2) que as soluções de  $\omega$  têm sinal definido e são sempre reais (portanto, as soluções de onda são finitas e oscilatórias em todo espaço). A velocidade de grupo da onda,

$$v_{g\pm} \equiv \frac{d\omega}{dk} = \frac{k \pm \boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{k} \cos \theta \left[ \eta^2 + 4(\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \mathbf{k})^2 \right]^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{\mathbf{k}^2 + \eta^2 \left[ 1 \pm \sqrt{1 + 4(\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \mathbf{k})^2} \right] \frac{1}{2}}}, \quad (2.13)$$

que, apesar de agora apresentar uma complicada dependência com o vetor de onda e ângulo deste com o campo de fundo, é sempre menor do que  $c = 1$  e é finita para todo  $\mathbf{k}$  e para toda orientação deste em relação ao vetor de fundo, como pode ser visto no gráfico da Figura 2.3, afastando quaisquer problemas relacionados à causalidade do modelo. De fato, ao menos a nível clássico, a teoria baseada na Ação (2.1), com o vetor

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

de fundo puramente tipo-espaço, não aparenta possuir falhas físicas.

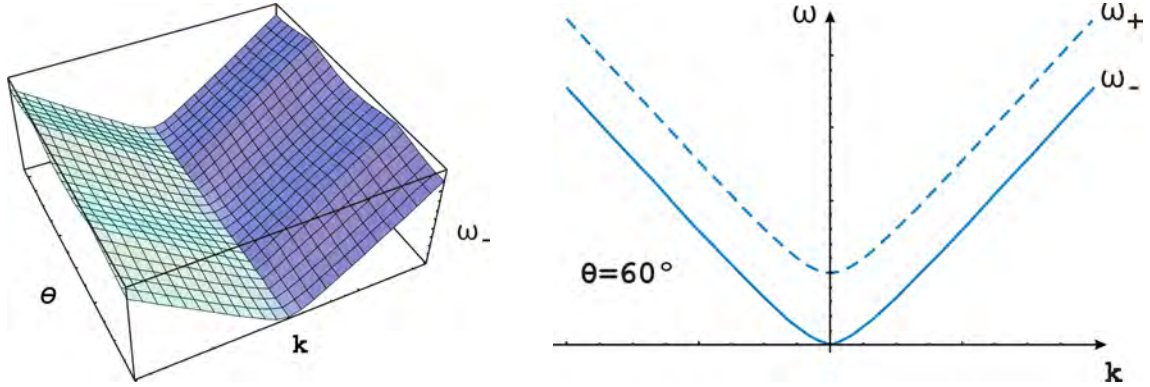


Figura 2.2: Dependência da frequência  $\omega$  com o (módulo do) vetor de onda  $k$  e com o ângulo  $\theta$  entre este e vetor de fundo  $\boldsymbol{\eta}$  (para  $|\boldsymbol{\eta}| = 1$ ). Aqui vemos que os sinais de  $\omega$  são sempre bem definidos e este é sempre real.

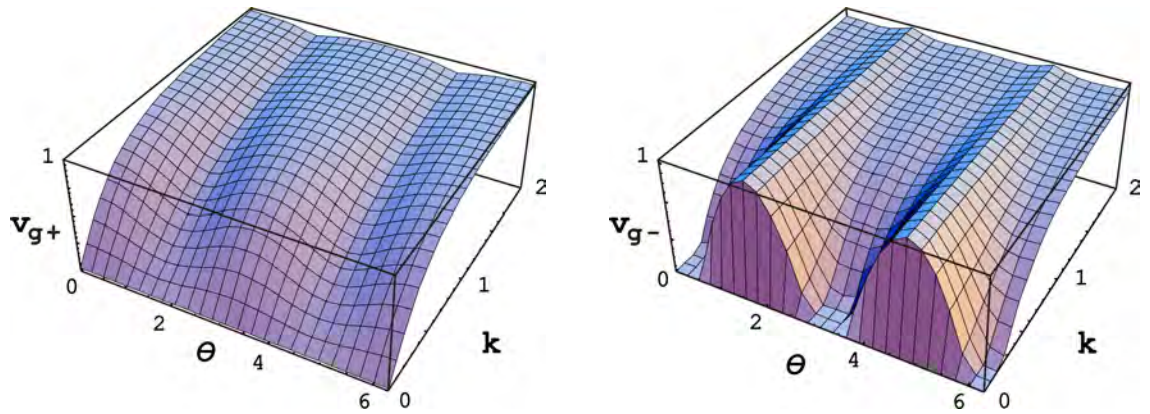


Figura 2.3: Dependência das velocidades de grupo  $v_{g+}$  (esquerda) e  $v_{g-}$  (direita) com o (módulo do) vetor de onda  $k$  e com o ângulo  $\theta$  entre este e o vetor de fundo  $\boldsymbol{\eta}$  (para  $|\boldsymbol{\eta}| = 1$ ).

Concordantemente, uma abordagem quântica como a feita em [25, 90] é realmente encorajadora quanto ao desenvolvimento de uma TQC para este caso. Um estudo dos polos da função de Green associada mostra que estes aparecem sempre no plano real, indicando que o propagador é bem comportado: a unitariedade do modelo é bem estabelecida. Juntamente, pode-se mostrar que os campos sempre comutam para separações tipo-espaço, garantindo que a microcausalidade é, também, sempre respeitada. Aliado a estes dois fatos, ainda temos que as soluções de energia positiva ( $\omega > 0$ )

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

e de energia negativa ( $\omega < 0$ ) nunca se misturam, tendo sempre seus respectivos sinais bem definidos, de modo que podemos definir estados de partícula e antipartícula. Como resultado, a segunda quantização da teoria aparenta poder ser feita seguindo os procedimentos usuais.

Agora que já inspecionamos alguns dos aspectos fundamentais para a consistência do nosso modelo baseado em  $\eta^\mu$  puramente tipo-espaco, vamos analisar o que de novo, em termos de previsões de fenômenos físicos, podemos obter. Um efeito que surge é a dependência da velocidade da luz com a frequência (ou vetor de onda), como visto em (2.13), onde espera-se que os efeitos da anisotropia tornem-se mais evidentes para radiações de baixíssima energia. Por outro lado, a respeito de outro efeito experimentalmente mais interessante, assim como no caso tipo-tempo, a quebra da simetria de Lorentz também traz à tona o efeito de birrefringência do vácuo, removendo a degenerescência na frequência dos modos de propagação e, novamente, este fenômeno não-observado<sup>9</sup> permite impor os melhores limites sobre  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $|\boldsymbol{\eta}| < 10^{-43}$  GeV [82, 92, 95], novamente, vindos da análise da polarização parcial da Radiação Cósmica de Fundo.

Particularmente interessante, a perda da isotropia do espaço, devido a  $\boldsymbol{\eta}$  não-nulo, reflete-se na explícita dependência direcional da frequência em (2.12), através do termo  $\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \mathbf{k}$  de acoplamento entre vetor de onda e campo de fundo, que pode ser bem visualizada no gráfico da Figura 2.2, notando a dependência entre  $\omega$  e  $\theta$ . Também vemos que a parte espacial de  $\eta^\mu$  atua, legitimamente, como uma massa topológica para a radiação, pois vemos, em (2.12), que, no limite  $k \rightarrow 0$ , os dois modos da frequência  $\omega$  dividem-se em um de massa nula (usual) e outro massivo (uma espécie de frequência de repouso). Relacionado a isso, vemos que uma possível orientação entre  $\mathbf{k}$  e  $\boldsymbol{\eta}$  que gera dois modos particularmente interessantes acontece quando a onda se propaga perpendicularmente ao vetor de fundo,  $\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \mathbf{k} = 0$ ,

$$\omega_{\pm}^2 = \mathbf{k}^2 + \boldsymbol{\eta}^2(1 \pm 1)\frac{1}{2}, \quad (2.14)$$

---

<sup>9</sup>Mencionamos que os autores de [95] sugerem a possibilidade de terem, de fato, medido efeitos birrefringentes na polarização da Radiação Cósmica de Fundo devido a este termo anisotrópico  $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{k}_{AF}$ , sugerindo que  $|\mathbf{k}_{AF}| \approx (10_{-8}^{+4}) \times 10^{-43}$  GeV. Por outro lado, em trabalho posterior [82], outros autores não compartilham da mesma conclusão.

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

que evidencia o quão distintos podem ser os dois modos de propagação: em um deles a radiação se comporta como se não “sentisse” a presença da anisotropia,  $\omega_- = k$ , enquanto que no outro ela apresenta um comportamento massivo,  $\omega_+^2 = \mathbf{k}^2 + \boldsymbol{\eta}^2$ , exibindo um legítimo *gap* de massa. Como pode ser visto no Apêndice, um atrativo deste modo é também ser descrito exatamente por ondas planas — justamente por isso, como veremos na Seção 3.1, este caso em que  $\eta_o \equiv 0$  e  $\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{k} = 0$  será particularmente interessante ao tratarmos da propagação de ondas eletromagnéticas confinadas dentro de guias de onda de geometria retangular.

Encerramos esta seção concluindo, com base nas análises exibidas, que o caso do vetor de fundo *puramente* tipo-espaço,  $\eta^\mu = (0; \boldsymbol{\eta})$ , é aquele que mostra-se mais promissor como uma teoria livre de falhas físicas, tanto a nível clássico quanto quântico e, na próxima seção, encontraremos mais situações que fortalecerão esta conclusão preliminar.

### 2.3 Simetrias e Leis de Conservação

Apesar da perda das simetrias de Lorentz e CPT, o fato de tomarmos o campo de fundo  $\eta^\mu$  como constante, isto é, sem dependência nas coordenadas do espaço-tempo, faz com que nossa eletrodinâmica modificada, descrita pela Ação (2.1), permaneça invariante sob translações no tempo e no espaço, o que nos assegura que a conservação da energia e momento totais do campo, respectivamente, mantenha-se intacta. De fato, decorrente disto construímos o tensor energia-momento *do campo* da forma usual, obtendo

$$\Theta^{\mu\nu} = -F^{\mu\alpha} F^\nu{}_\alpha + \frac{1}{4}\eta^{\mu\nu} F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\eta^\nu \tilde{F}^{\mu\alpha} A_\alpha. \quad (2.15)$$

E, como esperado por construção, podemos mostrar que, na ausência de fontes ( $j^\mu \equiv 0$ ), de fato, mantemos a conservação do tensor energia-momento,

$$\partial_\mu \Theta^{\mu\nu} \equiv 0, \quad (2.16)$$



## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

o que é assegurado pelas equações de movimento dos campos, eqs. (2.2) e (2.5) (na ausência de fontes, naturalmente).

Este resultado é válido, como deveria, para quaisquer referenciais inerciais conectados via transformações de Lorentz de observador, isto é, via transformações de sistema de coordenada. Na verdade, mais ainda, como nosso modelo é invariante sob translações no espaço-tempo, podemos assegurar a conservação do tensor energia-momento para quaisquer referenciais agora conectados via transformações de observador do grupo de Poincaré (grupo de Lorentz adicionado de translações no espaço-tempo). Portanto, se o tensor energia-momento é conservado em uma região do espaço (como mostramos ser), então também será conservado em todas as regiões do espaço conectadas via transformações de sistema de coordenada do grupo de Poincaré, independente da orientação entre os campos e o vetor de fundo. O detalhe sensível que surge aqui é: não faz mais sentido um referencial querer analisar a conservação da energia em outro referencial conectado via transformação de partícula. Apesar de que, em cada um deles, o tensor energia-momento será conservado, eles discordarão disto por causa da perda da covariância sob este tipo de conexão entre referenciais.

Com efeito, como assegurado pelo Teorema de Noether, a invariância da Ação sob um dado grupo de simetria contínua tem como consequência a existência de “cargas” conservadas. A (densidade de) energia total do campo  $\mathcal{E}$  é definida como a quantidade conservada temporalmente decorrente da invariância da teoria sob translações temporais ( $\nu = 0$  em (2.16)),

$$\frac{d}{dt} \int_V d^3x \Theta^{00} = 0,$$

$$\mathcal{E} \equiv \Theta^{00} = \frac{1}{2} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) + \frac{1}{2} \eta_o (\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}). \quad (2.17)$$

Já da invariância sob translações espaciais ( $\nu = i$  em (2.16)) decorre a conservação do (da densidade de) momento linear total do campo  $\mathcal{P}^i$ ,

$$\frac{d}{dt} \int_V d^3x \Theta^{0i} = 0,$$

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

$$\mathcal{P}^i \equiv \Theta^{0i} = (\mathbf{E} \times \mathbf{B})^i + \frac{1}{2}\eta^i (\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}). \quad (2.18)$$

Algo particularmente interessante nestes resultados é que as densidades (2.17) e (2.18) não são invariantes de calibre, mas as quantidades físicas, i.e., realmente mensuráveis, que são dadas por suas integrais de volume em todo espaço,  $E$  e  $P^i$ , respectivamente, o são. Isto se dá porque (2.17) e (2.18), sob calibre, mudam por uma divergência total,

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B} \cdot (\mathbf{A} + \nabla\Lambda) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} + \nabla \cdot (\mathbf{B}\Lambda),$$

que é eliminada após uma integração em todo espaço. Naturalmente, isto já devia ser esperado, pois já vimos que a Ação (2.1) do nosso modelo exibe esta simetria.

Como podemos verificar, devido ao parâmetro de violação  $\eta^\mu$ , o tensor energia-momento (2.15) não exibe mais duas características que antes eram presentes na eletrodinâmica de Maxwell. A primeira é que seu traço não é nulo,  $\Theta^\mu{}_\mu \neq 0$ , refletindo o fato de que, agora, a radiação exibe um comportamento (tipo) massivo. A segunda característica perdida é que  $\Theta^{\mu\nu}$  não é mais simétrico,

$$\Theta^{\mu\nu} - \Theta^{\nu\mu} = A_\alpha \left( \eta^\nu \tilde{F}^{\alpha\mu} - \eta^\mu \tilde{F}^{\alpha\nu} \right), \quad (2.19)$$

e nem passível de simetrização<sup>10</sup>. Isso nos obriga a ter um cuidado maior ao interpretar as componentes de  $\Theta^{\mu\nu}$ . No caso, a quantidade  $\Theta^{i0}$ , que podemos encarar como uma componente do vetor de Poynting (generalizado), não pode mais ser identificada com a quantidade  $\Theta^{0i}$  (cuja interpretação como momento do campo é clara, pois é a quantidade conservada devido à invariância da teoria sob translações espaciais). Assim, enquanto garantimos que a integral de volume de  $\Theta^{0i}$  é conservada no tempo, o mesmo não podemos garantir para  $\Theta^{i0}$  (vide eq. (2.19) após ser integrada no volume e então derivada no tempo), justamente devido à presença do campo de fundo  $\eta^\mu$ .

Um outro efeito notável, devido à assimetria do tensor energia-momento, é a perda da conservação do tensor (densidade de) momento angular, definido por  $\mathcal{M}^{\mu\alpha\beta} \equiv$

---

<sup>10</sup>Especificamente, não existe mais uma quantidade  $\Psi^{\alpha\mu\nu} = -\Psi^{\mu\alpha\nu}$  tal que, quando adicionamos  $\partial_\alpha \Psi^{\alpha\mu\nu}$  à  $\Theta^{\mu\nu}$ , obtemos um tensor energia-momento simétrico [96].

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

$$\frac{1}{2} (\Theta^{\mu\alpha} x^\beta - \Theta^{\mu\beta} x^\alpha),$$

$$\partial_\alpha \mathcal{M}^{\alpha\mu\nu} = -\frac{1}{2} (\Theta^{\mu\nu} - \Theta^{\nu\mu}) = -\frac{1}{2} A_\alpha \left( \eta^\nu \tilde{F}^{\alpha\mu} - \eta^\mu \tilde{F}^{\alpha\nu} \right),$$

o que, pode-se dizer, era esperado, já que o modelo não respeita a simetria de Lorentz, dado o acoplamento dos campos com um vetor de fundo fixo. Por outro lado, a título de informação, o caso especial onde  $\eta_\mu = (\eta_o; \mathbf{0})$  resulta em um tensor (densidade de) momento angular que conduz a um momento angular,  $L^i \equiv \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \int_V d^3x \mathcal{M}^{0jk}$ , que é conservado temporalmente,

$$\frac{d}{dt} L^i = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \frac{d}{dt} \int_V d^3x \mathcal{M}^{0jk} = 0,$$

o que pode ser bem entendido lembrando-se que, como visto na Seção 2.1, é a componente espacial de  $\eta^\mu$  que destrói a invariância da teoria sob rotações espaciais e, portanto, com  $\boldsymbol{\eta} \equiv \mathbf{0}$  recuperamos tal invariância, reestabelendo-se a conservação do momento angular.

Para encerrar esta seção e capítulo, computamos agora a energia total do campo,  $E \equiv \int_V d^3x \Theta^{00}$ ,

$$E = \frac{1}{2} \int_V d^3x \left[ \mathbf{E}^2 + \left( \mathbf{B} + \frac{1}{2} \eta_o \mathbf{A} \right)^2 \right] - \frac{1}{8} \eta_o^2 \int_V d^3x \mathbf{A}^2,$$

que, apesar da aparência, é invariante de calibre. Aqui, notamos que apenas  $\eta_o$  altera a expressão usual para a energia, o que é esperado, pois, vindo esta de uma simetria sob translações temporais, apenas a componente temporal de  $\eta^\mu$  a influencia. Mas o crucial aqui é notar que a existência deste campo de fundo, em específico sua componente temporal  $\eta_o$ , introduz contribuições negativas para a energia total do campo — que permanece conservada, mas não mais positiva definida —, evidenciando possíveis instabilidades na teoria, adicionando às que já havíamos visto ao analisar a relação de dispersão da onda livre para o caso do vetor de fundo tipo-tempo, eq. (2.10), onde obtemos contribuições imaginária para a frequência, e velocidade de grupo arbitrariamente grande, eq. (2.11). Para evitar tais problemas, apesar de não ser completamente

## 2. Setor de Radiação do MPE: Aspectos Gerais

---

satisfatória, uma alternativa é trabalhar apenas em referenciais onde  $\eta_o \equiv 0$ , dado que  $\eta^\mu$  seja puramente tipo-espaço — o problema é que qualquer *boost* reintroduziria as instabilidades.

*Nota: Outra possível e interessante maneira de se resolver este problema da energia total do campo negativa — apesar de fugir completamente do escopo deste trabalho — seria considerar  $\eta^\mu$  como um campo dinâmico (permanecendo não-localizado), como arguido em [20], onde os autores fazem uma análise da quebra das simetrias de Lorentz e CPT via supergravidade, considerando escalares de acoplamentos que variam, em escalas cosmológicas, no espaço-tempo, obtendo, no setor de radiação, um termo de violação idêntico, em forma, ao que consideramos na Ação (2.1), mas com  $(k_{AF})^\mu \equiv (e^2/8\pi^2) \partial^\mu \theta(x)$ . Daí, mesmo  $(k_{AF})^\mu$  sendo tipo-tempo, os autores mostram que, através de graus de liberdade dinâmicos extras do modelo, surgem termos extras em  $\Theta^{\mu\nu}$  tais que estes cancelam as contribuições negativas à energia total do campo, que permaneceriam presentes caso  $(k_{AF})^\mu$  fosse constante. Apesar de não ser algo estudado neste trabalho, os autores sugerem que problemas com a microcausalidade e unitariedade — existentes quando  $k_{AF}$  é constante e tipo-tempo — podem ser evitados neste tipo abordagem, via supergravidade e escalares de acoplamento que variam no espaço-tempo.*

## Capítulo 3

# Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

Ao estudar o setor de radiação da (mínima) QED estendida (1.1), onde temos a presença de termos que violam a simetria de Lorentz (e, possivelmente, CPT), vimos que um efeito novo é a birrefringência do vácuo. Através da não observação deste efeito sobre a polarização da Radiação Cósmica de Fundo, impõem-se os melhores limites sobre os parâmetros que controlam a quebra de simetria. No entanto, como já comentamos anteriormente, existem várias outras maneiras de se testar este modelo e, dentre estas alternativas, existem propostas para testes em laboratórios terrestres que, se por um lado, não têm a sensibilidade das observações astrofísicas, por outro lado têm a vantagem de serem realizados em ambientes controlados e, possivelmente, melhor compreendidos. Além disso, limites obtidos via meios alternativos também servem para checar a consistência dos limites astrofísicos.

Uma proposta experimental, pouco comum na literatura, é o estudo dos efeitos, originários na quebra de simetria, sobre ondas eletromagnéticas confinadas em cavidades ressonantes ou em guias de onda. Nestes ambientes, temos modos de ressonância (para as cavidades ressonantes) com frequências ressonantes características e, analogamente, modos de propagação (para os guias de onda) com frequências de propagação características, sendo estas as quantidades sobre as quais costuma-se buscar os efeitos da violação da simetria de Lorentz. Basicamente, devido à perda da isotropia do

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

espaço-tempo, espera-se [79] que agora a frequência torne-se dependente da orientação espacial, bem como de *boosts*, destes aparatos, de modo tal que o efeito dos campos de fundo seja contribuir para pequenas variações na frequência (e quantidades dependentes desta), possivelmente dentro do alcance experimental da precisão obtida atualmente (ou em futuro próximo).

Considerando, na Ação (1.1), apenas o termo que respeita CPT, associado à  $(k_F)^{\alpha\beta\mu\nu}$ , estes tipos de experimentos também são motivados pela possibilidade de se testar componentes de  $k_F$  que não são sensíveis aos efeitos birrefringentes. Temos trabalhos envolvendo guias de onda [77], com sensibilidade estimada entre  $10^{-11}$  e  $10^{-15}$ , dependendo do coeficiente de  $(k_F)^{\alpha\beta\mu\nu}$ ; já em [79] os autores exploram a interessante possibilidade de ressonadores com geometrias retorcidas para tentar realçar os efeitos dos coeficientes que levam à quebra da Paridade; por fim, dentre outros, o trabalho [78] também lida com cavidades ressonantes, mas, agora, levando em consideração a dependência da frequência ressonante com o material que constitui a cavidade (devido a modificações na Lei de Coulomb causadas pelo termo que conduz à perda da simetria de Lorentz).

Retornando ao caso que nos é de maior interesse, onde consideramos a Ação (1.1) com a contribuição extra apenas do termo que viola Lorentz e CPT, associado a  $\eta^\mu \equiv (k_{AF})^\mu$ , temos, por exemplo, o trabalho [83], onde considera-se a região entre a superfície terrestre e a ionosfera como uma cavidade ressonante, buscando-se correções vindas da quebra de simetria sobre a ressonância Schumann, estipulando-se limites da ordem de  $10^{-20}$  GeV sobre  $k_{AF}$ ; outra possibilidade, em trabalho anterior de nossa autoria [97], estudamos a radiação dentro de guias de onda do tipo cabo coaxial, onde vimos que efeitos novos poderiam ser consideravelmente amplificados se considerássemos cabos com raio da ordem de nanômetros e ondas controladas (como masers) de frequência muito baixa (por exemplo, seriam possíveis correções da ordem  $10^{-10}$  J/s · m<sup>-2</sup> para o vetor de Poynting).

Algo comum a todos estes trabalhos é a abordagem perturbativa que é sempre empregada: como, via dados astrofísicos [73, 82], sabemos que os campos de fundo

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

devem ter valores muito pequenos, estes são tratados como pequenas perturbações sobre as soluções convencionais (não-perturbadas). Por exemplo, uma técnica bastante empregada faz uso das chamadas Relações de Reciprocidade Eletromagnéticas<sup>1</sup>, relacionando os campos perturbados com os não-perturbados (já conhecidos), de modo a obter-se, por exemplo, correções nos campos e frequências usuais.

Este tipo de abordagem é, sem dúvida, bastante adequada e eficaz mas, no entanto, restringe-se apenas a fornecer correções sobre quantidades usuais. A partir da próxima seção, buscaremos uma abordagem alternativa ao tratar a propagação dentro de um guia de onda retangular e, em particular, na qual enfatizamos o interesse em resolver o problema via tratamento analítico exato, sem aproximações em ordens dominantes ou métodos perturbativos, para realçar o fato, pouco explorado, de que as condições de contorno confinantes e geometria envolvida são decisivas no que diz respeito as possíveis *formas* de onda e modos de propagação no interior do guia. Os resultados que apresentamos nas seções a seguir são nossas contribuições originais à literatura, recentemente publicados [6].

#### 3.1 Guias de Onda Retangulares: Soluções Exatas

Como visto na seção anterior, problemas que envolvem a propagação da radiação em meios confinados, nesta eletrodinâmica obedecendo a Ação (2.1), são geralmente tratados via métodos perturbativos: o campo “4-vetorial” de fundo é visto como uma perturbação sobre as soluções da eletrodinâmica de Maxwell usual, de modo que sua presença acaba, por construção, contribuindo apenas como pequenas correções sobre o valor usual de quantidades como a frequência de propagação, por exemplo.

Nesta seção, buscamos estudar o confinamento desta radiação visando resultados exatos, isto é, soluções exatas das equações de Maxwell modificadas (2.2) e (2.5), de

---

<sup>1</sup>Estas são, basicamente, relações derivadas do Teorema de Reciprocidade de Green, relacionando dois campos, por exemplo,  $\phi$  e  $\psi$ , em problemas que compartilham de uma mesma geometria (volume  $V$  e superfície  $S$ ), dado por [98]:

$$\int_V d^3x(\phi\nabla^2\psi - \psi\nabla^2\phi) = \oint_S d\mathbf{A} \cdot (\phi\nabla\psi - \psi\nabla\phi).$$

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

modo a podermos vislumbrar com maior clareza e precisão os efeitos combinados das condições de contorno confinantes e de aspectos geométricos do meio sobre a dinâmica de propagação das ondas neste ambiente com quebra de Lorentz e CPT. Primeiro desenvolveremos o problema para um guia de onda de seção transversal arbitrária constante e, posteriormente, no momento mais conveniente, particularizaremos a forma do guia, especificando sua geometria como retangular.

Consideramos, portanto, um guia de onda de seção transversal constante mas arbitrária e assumimos o caso ideal, onde o guia possui paredes perfeitamente condutoras (metálicas). Portanto, as equações homogêneas (2.5) (não alteradas pela presença do campo de fundo  $\eta^\mu$ ) implicam que os campos (em específico  $\mathbf{E}_\parallel$  e  $\mathbf{B}_\perp$ ) devem satisfazer condições de contorno idênticas às usuais nas bordas internas do guia:

$$\left. \begin{aligned} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E})|_S = \mathbf{0} &\Rightarrow \mathbf{E}_\parallel|_S = 0 \\ (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{B})|_S = 0 &\Rightarrow B_\perp|_S = 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

sendo  $\hat{\mathbf{n}}$  o vetor unitário normal às bordas do guia e os subscritos  $\parallel$  e  $\perp$  indicando as componentes paralelas e normais às bordas, respectivamente. Uma representação esquemática do guia de onda e campos pode ser visto na Figura 3.1. Posteriormente, veremos que estas condições de contorno são equivalentes às condições de Dirichlet e de Neumann sobre a componente axial dos campos elétrico e magnético, respectivamente.

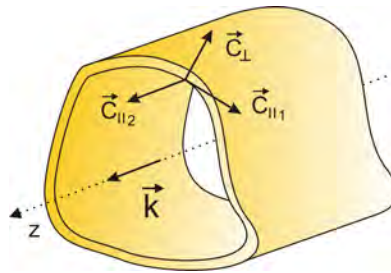


Figura 3.1: Guia de onda de seção transversal constante arbitrária.

Devido a presença de campos no interior do guia, cargas livres e correntes podem ser induzidas nas paredes internas, mas estas devem se redistribuir de modo a reforçar as condições de contorno exibidas e, devido a estas possíveis induções, ainda não somos



### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

capazes de fazer declarações diretas a respeito de  $\mathbf{E}_\perp$  e  $\mathbf{B}_\parallel$  nas bordas — para isto precisamos resolver as equações que nos dão a dinâmica dos campos.

A dinâmica de propagação das ondas eletromagnéticas nesta eletrodinâmica é governada pelas equações de Maxwell modificadas (2.3)-(2.4) e (2.6)-(2.7),

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{B} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (3.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\eta_o \mathbf{B} + \boldsymbol{\eta} \times \mathbf{E}, \quad (3.5)$$

no entanto, como veremos a seguir, estas podem ser escrita de forma apropriada ao problema que estamos tratando.

Como o guia possui seção transversal constante, nos será conveniente decompor os campos (ou vetores arbitrários, genericamente representados por  $\mathbf{C}$ ) em componentes paralelas e componentes transversas *ao eixo do guia* (tomado como sendo o eixo  $z$ ):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{C}_z + \mathbf{C}_\perp, \\ \mathbf{C}_z &= C_z \hat{\mathbf{z}} \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_\perp = \hat{\mathbf{z}} \times (\mathbf{C} \times \hat{\mathbf{z}}). \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Este procedimento mostra-se bastante útil, pois, conhecidos os campos axiais,  $E_z$  e  $B_z$ , podemos determinar completamente os campos transversos ( $E_x, E_y$ ) e ( $B_x, B_y$ ), como veremos em breve. Então, substituindo-se esta decomposição dos campos nas eqs. (3.2)-(3.5), as equações de Maxwell modificadas são reescritas, respectivamente, como:

$$\nabla_\perp \cdot \mathbf{E}_\perp = -\partial_z E_z - (\boldsymbol{\eta}_\perp \cdot \mathbf{B}_\perp + \eta_z B_z) \quad (3.7)$$

$$\nabla_\perp \cdot \mathbf{B}_\perp = -\partial_z B_z \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} (i) \quad \hat{\mathbf{z}} \cdot (\nabla_\perp \times \mathbf{E}_\perp) &= -\partial_t B_z \\ (ii) \quad \partial_z \mathbf{E}_\perp - \hat{\mathbf{z}} \times \partial_t \mathbf{B}_\perp &= \nabla_\perp E_z \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

$$\left. \begin{aligned} (i) \quad \hat{\mathbf{z}} \cdot (\nabla_{\perp} \times \mathbf{B}_{\perp}) &= \partial_t E_z - \eta_o B_z + \hat{\mathbf{z}} \cdot (\boldsymbol{\eta}_{\perp} \times \mathbf{E}_{\perp}) \\ (ii) \quad \partial_z \mathbf{B}_{\perp} + \hat{\mathbf{z}} \times \partial_t \mathbf{E}_{\perp} &= \nabla_{\perp} B_z + \eta_o \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{B}_{\perp} - \boldsymbol{\eta}_{\perp} E_z + \eta_z \mathbf{E}_{\perp}, \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

onde  $\nabla_{\perp} \equiv \nabla - \hat{\mathbf{z}}\partial_z$  é o operador  $\nabla$  transverso.

Para seguir em frente, é praticamente inevitável ter de assumir alguma *forma* específica para as soluções para os campos elétrico e magnético. Portanto, assumiremos a seguinte forma para solução de onda monocromática (frequência  $\omega$ ) propagando-se ao longo do eixo do guia,  $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{z}}$ :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{E}(\mathbf{x}_{\perp}; k^{\mu}) e^{i(kz - \omega t)} \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{B}(\mathbf{x}_{\perp}; k^{\mu}) e^{i(kz - \omega t)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Basicamente, estamos considerando que a propagação livre da onda nas direções axial e temporal é descrita pela forma (oscilante) da exponencial e que efeitos do confinamento aparecem apenas sobre a amplitude da onda,  $\mathbf{E}(\mathbf{x}_{\perp}; k^{\mu})$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{x}_{\perp}; k^{\mu})$ , e sobre sua dinâmica (via relação de dispersão, entre  $\omega$  e  $k$ ) e, conseqüentemente, estamos assumindo que toda informação sobre o efeito da quebra das simetrias de Lorentz e CPT sobre a onda propagante está contida na relação de dispersão, via  $\eta^{\mu}$ , e, possivelmente, nas amplitudes.

No entanto, como vimos no Apêndice, a forma (3.11) não é válida, em geral, como solução exata<sup>2</sup>. Por outro lado, vimos também que esta é exata no caso particular em que a componente temporal do vetor de fundo é nula e, ao mesmo tempo, a onda se propaga em uma direção perpendicular ao plano da anisotropia, isto é, formalmente,

$$\eta_o \equiv 0 \quad \text{e} \quad \hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \hat{\mathbf{k}} \equiv 0, \quad (3.12)$$

---

<sup>2</sup>De fato, ao supormos soluções do tipo (3.11), sem implementar as condições necessárias a sua validade como solução exata, eq. (3.12), encontramos inconsistências internas nas equações de movimento para  $E_z$  e  $B_z$  (maiores detalhes adiante) que nos forçam, de qualquer modo, a impor tais condições. Não implementá-las no conduz a necessidade de considerar ou que existe um vínculo geométrico entre as componentes de  $\eta^{\mu}$  — em específico,  $\eta_o/\eta_z = \omega/k$  (possuindo  $\omega$  e  $k$  um vínculo geométrico) — ou que, sempre,  $\eta_o = \eta_z = 0$ . Devido ao fato de estas condições serem não-físicas, somos obrigado a trabalhar apenas em referenciais onde  $\eta_o = \eta_z \equiv 0$ , Figura 3.2, garantindo a validade do uso das formas de onda (3.11) e removendo a inconsistência.

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

o que é uma condição razoável, pois, em nosso caso, com  $\eta_o = \eta_z \equiv 0$ , eliminamos uma possível interferência do campo de fundo com a propagação livre<sup>3</sup> nos eixos  $z$  e  $t$ , nos garantindo a validade da forma  $\exp[i(kz - \omega t)]$  para a dependência nas coordenadas livres, a axial e a temporal. Podemos, então, dizer que, *satisfeita a condição (3.12), a forma (3.11) pode ser usada como solução exata*. Para o estudo em referenciais arbitrários, com  $\eta^\mu = (\eta_o; \boldsymbol{\eta})$ , somos obrigados a obter soluções de onda mais gerais que (3.11).

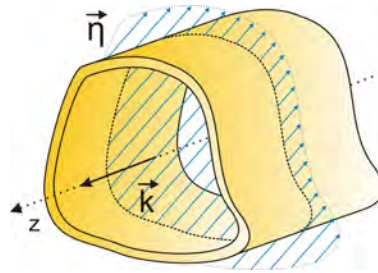


Figura 3.2: Anisotropia no plano perpendicular ao eixo do guia de onda.

Sob outro importante aspecto, o surgimento da condição  $\eta_o \equiv 0$ , em particular, é algo bom, pois, como vimos no capítulo anterior, um vetor de fundo  $\eta^\mu$  com componente temporal não-nula introduz instabilidades na teoria livre (como modos de propagação imaginários, soluções com crescimento exponencial, perda da unitariedade ou microcausalidade do modelo, etc.), de modo que, de fato, o caso em particular em que o vetor de fundo é puramente do tipo-espaço é o mais promissor para se trabalhar (seja em uma abordagem clássica, como a nossa, ou quântica da teoria).

Com base no que foi abordado, se, em um referencial  $\mathcal{S}$ , consideramos que  $\eta^\mu$  é, de fato, do tipo-espaço, a condição (3.12) pode ser implementada, pois sempre é possível encontrar um referencial  $\mathcal{S}'$  em que  $\eta^\mu$  é puramente tipo-espaço ( $\eta_o = 0$ ). Daí, rotacionamos nosso guia de modo tal que  $\eta_z = 0$ , isto é, o vetor de anisotropia está agora totalmente contido no plano transversal ao eixo do guia,  $\eta^\mu = (0; \eta_1, \eta_2, 0)$ , sendo

<sup>3</sup>No caso da propagação no espaço livre, como visto no Apêndice, dada a condição (3.12), a forma  $\exp[i(kz - \omega t)]$  era válida sempre que tivessemos uma relação de dispersão do tipo  $\omega^2 = k^2 + \boldsymbol{\eta}_\perp^2 (1 \pm 1)/2$ . Como veremos aqui, esse tipo de dependência com o vetor de fundo também aparece no caso confinado, na contribuição da propagação livre em  $z$  e  $t$  para a relação de dispersão.

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

os subíndices  $_1$  e  $_2$  caracterizando as duas direções que compõem o plano transversal ao guia.

Agora, com a condição  $\eta_o = 0$  e  $\eta_z = 0$  e substituindo as formas de onda (3.11) nas equações de (3.9.ii) e (3.10.ii), finalmente obtemos as componentes transversas da amplitude dos campos como funções das amplitudes axiais:

$$\mathbf{B}_\perp(\mathbf{x}_\perp; k^\mu) = \frac{i}{\omega^2 - k^2} (k \nabla_\perp B_z + \omega \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_\perp E_z - k \boldsymbol{\eta}_\perp E_z) \quad (3.13)$$

$$\mathbf{E}_\perp(\mathbf{x}_\perp; k^\mu) = \frac{i}{\omega^2 - k^2} (k \nabla_\perp E_z - \omega \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_\perp B_z + \omega \hat{\mathbf{z}} \times \boldsymbol{\eta}_\perp E_z). \quad (3.14)$$

Aqui é interessante notar que o vetor de fundo acopla-se apenas com  $E_z$  explicitamente (e não via dependência implícita de  $k$  e  $\omega$  com  $\boldsymbol{\eta}_\perp$ ), e não com  $B_z$ , refletindo a maneira distinta com que os campos elétrico e magnético sentem a presença da anisotropia do espaço-tempo (de fato, vide (3.2)-(3.5)).

*Questão em aberto: Modos Transversos Eletromagnéticos (TEM,  $E_z = B_z \equiv 0$ ) agora são permitidos em guias ocos? No caso usual ( $\eta^\mu \equiv 0$ ), antes de obtermos (3.13) e (3.14), se tomássemos o modo TEM obteríamos as equações da eletro-magnetostática no plano transversal ao eixo do guia, implicando que a onda obedeceria  $\omega = k$ ,  $\mathbf{B} \propto \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}$  e que o potencial escalar deve satisfazer à equação de Laplace e ser uma superfície equipotencial nas bordas do guia, implicando que ele deve ser constante em todo interior deste, fazendo com que o campo elétrico anule-se em todo o espaço e, então, como consequência, em guias ocos, a solução TEM é apenas a trivial [98]. Agora, com  $\eta^\mu \neq 0$ , não obtemos tal imposição sobre o potencial escalar (pois o que antes era a equação de Laplace agora recebe uma contribuição do termo  $-\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{B}$ ); já a relação de dispersão continua sendo  $\omega = k$ . Então, aparentemente, agora modos TEM são possíveis mesmo dentro de guias ocos.*

De acordo com o que havia sido dito, torna-se evidente que a determinação completa dos campos resume-se à determinação das suas amplitudes axiais. Estas últimas obedecem a um par de equações diferenciais parciais acopladas, provenientes de<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup>Ou, equivalentemente, das equações de (3.10.i) e (3.9.i), respectivamente. No caso da eq. (3.15),

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

(3.7) e (3.8), sendo escritas:

$$(\nabla_{\perp}^2 + \omega^2 - k^2 - \boldsymbol{\eta}_{\perp}^2) E_z = -\boldsymbol{\eta} \cdot \nabla_{\perp} B_z \quad (3.15)$$

$$(\nabla_{\perp}^2 + \omega^2 - k^2) B_z = \boldsymbol{\eta} \cdot \nabla_{\perp} E_z. \quad (3.16)$$

Diferentemente do caso usual (recobrado quando  $\eta^{\mu} \rightarrow 0$ ), obtemos um acoplamento entre as componentes axiais da amplitude dos campos (que, a princípio, pode ser removido se aumentarmos a ordem destas equações, tornando-as de quarta ordem nas derivadas — mais detalhes adiante). Outra nova característica interessante que notamos é que, atentando-se aos termos em parênteses no lado esquerdo destas duas equações, vemos que em (3.15), onde o termo de  $E_z$  domina, temos uma contribuição extra quadrática tipo-massa, enquanto que, em (3.16), onde já é o termo de  $B_z$  o dominante, não temos este tipo de contribuição. Como, aqui, as dimensões axial e temporal são abertas, podemos encarar isto como resquícios da relação de dispersão do *caso de propagação livre*, não-confinada, onde, para  $\eta_o = 0$  e  $\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \hat{\boldsymbol{k}} = 0$ , temos dois modos de propagação, um não-massivo ( $\omega = k$ ) e outro massivo ( $\omega^2 = k^2 + \boldsymbol{\eta}_{\perp}^2$ ) — justamente o que esperavamos, lembrando-se da discussão sobre as formas de onda (3.11) utilizadas.

Antes de estudar as equações (3.15) e (3.16) com maior detalhe e partir para a busca de suas soluções, é interessante, e de maior importância, revisitar as condições de contorno (3.1) à luz do que obtemos até aqui, pois, como veremos, poderemos expressá-las inteiramente em termos das amplitudes axiais  $E_z$  e  $B_z$ . Se utilizamos a decomposição para os campos (3.6), a condição sobre o campo elétrico,  $(\hat{\boldsymbol{n}} \times \boldsymbol{E})|_{\mathcal{S}} = \mathbf{0}$ , torna-se:

$$E_z|_{\mathcal{S}} \equiv 0. \quad (3.17)$$

Por outro lado, utilizando-se a componente transversa do campo magnético (3.13) e a decomposição (3.6) na condição sobre o campo magnético,  $(\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \boldsymbol{B})|_{\mathcal{S}} = 0$ , obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial n} B_z|_{\mathcal{S}} \equiv 0, \quad (3.18)$$

---

essa equivalência é perdida se não adotarmos a condição (3.12), sendo esta a já comentada inconsistência que surge quando utilizamos as formas (3.11) para  $\eta^{\mu}$  geral.

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

sendo  $\partial/\partial n = \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla_{\perp}$  a derivada normal às bordas do guia de onda. Equivalentemente, vale notar que também poderíamos ter usado a forma modificada da lei de Ampère-Maxwell (3.10.ii) para obter a condição sobre  $B_z$ . O interessante aqui é que só obtemos a condição (3.18), que é idêntica à do caso usual, porque já estamos considerando  $\eta^{\mu} = (0; \eta_x, \eta_y, 0)$  e, daí, o único termo extra em (3.10.ii),  $-\boldsymbol{\eta}_{\perp} E_z$ , não contribui, já que  $E_z|_{\mathcal{S}} \equiv 0$ , eq. (3.17). Para o caso em que  $\eta^{\mu}$  é geral, possivelmente não obteríamos uma condição sobre  $B_z$  igual à convencional, mas sim algo com dependência em  $\eta_z$ .

Então, vemos que a determinação de  $E_z$  corresponde a um típico *problema de Dirichlet* no contorno  $\mathcal{C}$  da superfície aberta  $\mathcal{S}$  (pois esta possui seção transversal constante), vide Figura 3.3, enquanto o de  $B_z$  é um *problema de Neumann*.

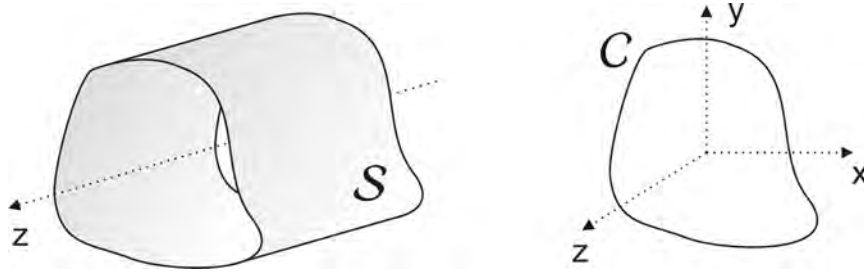


Figura 3.3: Superfície  $\mathcal{S}$  e caminho  $\mathcal{C}$ , onde aplicamos condições de contorno sobre  $E_z$  e  $B_z$ .

Tendo sempre em mente a importante informação sobre as condições de contorno sobre  $E_z$  e  $B_z$ , retornamos às equações que os descrevem, eqs. (3.15) e (3.16). Devido ao acoplamento entre as componentes axiais, não existe um procedimento padrão para resolver estas duas equações, mas podemos elevar a ordem das derivadas destas para desacoplá-las. Fazemos isto multiplicando (3.15) pelo operador do lado esquerdo de (3.16) para desacoplar (3.15), e desacoplamos (3.16) multiplicando-a pelo operador do lado esquerdo de (3.15), obtendo-se equações, de quarta ordem nas derivadas, desacopladas para  $E_z$  e  $B_z$ ,

$$[(\nabla_{\perp}^2 + \omega^2 - k^2)(\nabla_{\perp}^2 + \omega^2 - k^2 + \boldsymbol{\eta}_{\perp}^2) + (\boldsymbol{\eta}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp})^2] \begin{pmatrix} E_z \\ B_z \end{pmatrix} = 0, \quad (3.19)$$

sendo que, naturalmente, todas soluções de (3.15) e (3.16) devem satisfazer esta equa-

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

ção, ou, de outro modo, o conjunto de soluções de (3.19) deve conter as soluções de (3.15) e (3.16).

Por causa do termo  $(\boldsymbol{\eta}_\perp \cdot \boldsymbol{\nabla}_\perp)^2$  no operador entre colchetes em (3.19), não é uma tarefa fácil estabelecer o conjunto completo de soluções para esta equação. Por este motivo, a partir deste momento, torna-se interessante especificar a geometria do guia com a qual trabalharemos, que será a geometria retangular (lados  $a$  e  $b$ , vide Figura 3.4) e, desta forma, temos que  $(\boldsymbol{\eta}_\perp \cdot \boldsymbol{\nabla}_\perp)^2 = (\eta_x \partial_x + \eta_y \partial_y)^2$ . Agora, a análise de (3.19) torna-se muito mais clara se considerarmos o guia girado de modo que  $\eta_x \neq 0$  e  $\eta_y = 0$ , isto é, orientamos o guia de onda de modo que a anisotropia esteja totalmente contida no eixo  $x$ . Com isto<sup>5</sup>, a equação (3.19) transforma-se em uma legítima equação de autovalor (dada uma frequência  $\omega$ , apenas certos valores de número de onda  $k$  são permitidos) e autoestado ( $E_z$  e  $B_z$ ), cujo conjunto completo de soluções envolve produtos de  $\exp(\pm ik_x x)$  e  $\exp(\pm ik_y y)$ , sendo  $k_x$  e  $k_y$  determinados via condições de contorno.

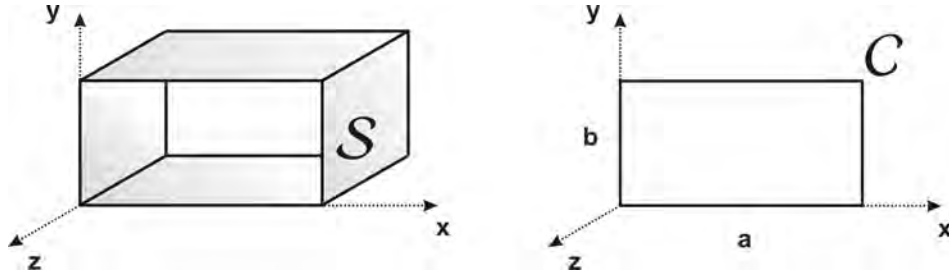


Figura 3.4: Superfície  $\mathcal{S}$  e caminho  $\mathcal{C}$ , para o guia retangular.

No entanto, como  $E_z$  deve satisfazer condições de Dirichlet no retângulo, enquanto que  $B_z$  deve satisfazer as de Neumann, é simples verificar que, do conjunto de soluções exibido para (3.19) quando  $\boldsymbol{\eta}_\perp = (\eta_x, 0)$ , nenhuma satisfaz às eqs. de movimento (3.15) e (3.16) simultaneamente satisfazendo às condições de contorno (3.17) e (3.18) se  $E_z$  e  $B_z$  são não-nulos: conseguimos soluções que satisfazem ou condições de Dirichlet ou de Neumann, mas não ambas ao mesmo tempo<sup>6</sup>. Formalmente: vi-

<sup>5</sup>Naturalmente, a análise para  $\eta_x = 0$  e  $\eta_y \neq 0$  é análoga, chegando às mesmas conclusões.

<sup>6</sup>Em um olhar mais minucioso, vemos que isto acontece por causa do termo  $\eta_x \partial_x$  que *acopla* as equações (3.15) e (3.16). Por ser um operador diferencial, acaba por “trocar” o comportamento das soluções em relação às condições de contorno.

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

mos que as condições de contorno vindas da identidade de Bianchi (3.1) podem ser re-escritas como condições de Dirichlet sobre  $E_z$  e de Neumann sobre  $B_z$ , assim como no caso usual. Como ambos campos axiais satisfazem a mesma equação (3.19), isto faz, neste nosso caso, com que seus espectros de autovalor sejam diferentes, não permitindo soluções simultaneas para  $E_z$  e  $B_z$  — o que é uma possibilidade vista mesmo na eletrodinâmica convencional<sup>7</sup> [98, 99, 100, 101]. Especialmente aqui, vemos o forte efeito advindo da geometria do problema em conjunto às condições de contorno confinantes sobre ondas eletromagnéticas quando na presença da anisotropia  $\eta^\mu$  (naturalmente, até aqui, estes efeitos são eliminados quando  $\eta^\mu \rightarrow 0$ , onde recobramos a eletrodinâmica de Maxwell).

Como conclusão, vemos que, para  $\eta^\mu = (0; \eta_x, 0, 0)$  ou  $\eta^\mu = (0; 0, \eta_y, 0)$ , modos em que  $E_z \neq 0$  e  $B_z \neq 0$  (simultaneamente) *não são permitidos*<sup>8</sup> — o que é um *resultado fortemente distinto do usual*, onde esse modo é permitido, com soluções não-triviais para  $E_z$  e  $B_z$  [98].

Assim como na eletrodinâmica usual, o que acontece, devido ao fato de  $E_z$  e  $B_z$  satisfazerem a mesma equação de autovalor mas à condições de contorno distintas, é a separação natural das ondas em dois modos distintos de propagação:

- **Transverso Elétrico (TE)**: Decidimos que a condição de contorno a ser satisfeita é a de Neumann. Então temos  $\partial B_z / \partial n|_{\mathcal{S}} \equiv 0$  e  $E_z \equiv 0$ , como consequência da necessidade de compatibilizar as condições de contorno entre  $E_z$  e  $B_z$  (como  $E_z$  já satisfaz  $E_z|_{\mathcal{S}} \equiv 0$ , impor  $\partial E_z / \partial n|_{\mathcal{S}} \equiv 0$  automaticamente conduz a  $E_z \equiv 0$  em todo espaço).
- **Transverso Magnético (TM)**: Neste modo temos um problema de Dirichlet. Portanto, temos  $E_z|_{\mathcal{S}} \equiv 0$  e  $B_z \equiv 0$ , para que as condições de contorno entre  $E_z$  e  $B_z$  devem ser concordantes (analogamente ao caso anterior, como  $B_z$  já

---

<sup>7</sup>É importante ressaltar: na eletrodinâmica de Maxwell o guia de onda retangular é um caso onde o modo  $E_z \neq 0$  e  $B_z \neq 0$  é permitido (com exceção de um modo, os autovalores de ambos os campos são coincidentes), ao contrário de, por exemplo, um guia de seção transversal circular, onde este modo já não é permitido [101].

<sup>8</sup>O caso onde  $\eta_x \neq 0$  e  $\eta_y \neq 0$  não possui uma análise simples como a exibida, mas é razoável esperar que nos conduza às mesmas conclusões.



### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

satisfazia  $\partial B_z / \partial n|_S \equiv 0$ , impor que, também,  $B_z|_S \equiv 0$  implica que  $B_z \equiv 0$  em todo espaço).

Com isso, agora podemos retornar às equações (3.15) e (3.16), já considerando a geometria retangular e  $\eta_y = 0$ , para estudarmos os casos TE e TM.

#### 3.1.1 Modo Transverso Elétrico, $E_z \equiv 0$

Para resolver o problema das condições de contorno conflitantes entre  $E_z$  e  $B_z$ , vamos escolher satisfazer condições de contorno de Neumann, daí:

$$E_z \equiv 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial n} B_z|_S \equiv 0. \quad (3.20)$$

Com isso, as equações acopladas para  $E_z$  e  $B_z$ , eqs. (3.15) e (3.16), com  $\eta_y = 0$ , tornam-se um par de equações para  $B_z$  somente:

$$0 = -\eta_x \partial_x B_z \quad (3.21)$$

$$(\nabla_{\perp}^2 + \omega^2 - k^2) B_z = 0. \quad (3.22)$$

Aqui nos deparamos com uma situação interessante: O caso usual é, coincidentemente, descrito por (3.22), mas agora temos uma segunda equação, eq. (3.21), para a descrição de  $B_z$ , e que deve ser satisfeita simultaneamente à (3.22). Olhando primeiro para (3.21), vemos que ela gera duas consequências peculiares:

1. Até aqui, se tomamos  $\eta_x \rightarrow 0$ , recuperamos todos resultados da eletrodinâmica usual. Por outro lado, agora não podemos mais deixar  $\eta_x$  livre, devemos decidir se ele é, definitivamente, nulo ou não. Considerando que  $\eta_x \neq 0$ , não podemos mais verificar o “limite usual”, esperando recobrar os resultados da eletrodinâmica de Maxwell. Neste sentido, os resultados que se seguem não são analíticos em  $\eta^\mu$ : não existe o limite  $\eta^\mu \rightarrow 0$ .
2. Escolhendo  $\eta_x \neq 0$ , a equação (3.21) impõe que  $B_z$  não possua dependência na coordenada  $x$ ,

$$\partial_x B_z = 0,$$

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

isto é, não há mais dinâmica ao longo da direção  $x$ .

Assim, com  $\eta_x \neq 0$  e de (3.22), aplicando-se (3.20), obtemos a amplitude axial para o campo magnético e a relação de dispersão entre  $\omega$  e  $k$ , respectivamente:

$$\left. \begin{aligned} B_z(y) &= B_o \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right), & n &= 1, 2, 3, \dots \\ k^2 &= \omega^2 - \omega_{0n}^2, & \omega_{mn}^2 &\equiv \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

sendo  $B_o$  uma constante de normalização e  $\omega_{mn}$  a definição para a frequência de corte, a frequência abaixo da qual não há ondas viajantes dentro do guia, apenas ondas evanescentes, cuja atenuação é exponencial com a distância percorrida (devido ao fato de o vetor de onda  $k$  tornar-se puramente imaginário). Com este resultado, obtemos as amplitudes transversas:

$$\left. \begin{aligned} B_y &= \frac{k}{\omega} E_x = -\frac{i}{\omega^2 - k^2} k \frac{n\pi}{b} B_o \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ B_x &= E_y = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

Este é um resultado bastante inesperado, pois é idêntico ao resultado usual<sup>9</sup> para uma onda  $\text{TE}_{0n}$  e, além de tudo, é *independente* da magnitude do vetor de fundo (tipo-espço) que caracteriza a anisotropia do espaço-tempo, sendo suportado pela hipótese de que esta anisotropia apenas existe. Portanto, o efeito da anisotropia sobre a onda TE que se propaga dentro do guia é não permitir que os modos de propagação exibam excitações na direção  $x$ , estando estes restritos ao estado fundamental ( $m = 0$ ); por outro lado, a anisotropia não gera qualquer efeito sobre as possíveis excitações na direção  $y$ , exibindo estas um espectro ilimitado ( $n=1,2,\dots$ ).

É interessante notar que só obtemos resultados idênticos em forma aos usuais porque, além de as condições de contorno coincidirem com as usuais, os campos elétrico e magnético experimentam de modos distintos a anisotropia, como podemos ver,

---

<sup>9</sup>Para fins comparativos, exibimos a solução usual de ondas TE para  $B_z$  e relação de dispersão, respectivamente [98]:

$$B_z(x, y) = B_o \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad k^2 = \omega^2 - \omega_{mn}^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

também, através de (3.13) e (3.14), onde notamos que o vetor de fundo se acopla explicitamente apenas com  $E_z$ , mas não com  $B_z$ . Justamente por causa disso, ao fazer  $E_z = 0$  (modo TE), desacoplamos o campo eletromagnético do vetor de fundo (vide que as equações de Maxwell modificadas retornam à *forma* usual ao termos  $E_z = 0$ ,  $\eta^\mu = (0; \eta_x, 0, 0)$  e os campos dados por (3.23) e (3.24)) e, inclusive, estes modos não carregam energia-momento extra associado à anisotropia, isto é,  $\Theta_{\eta^\mu}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\eta^\nu \tilde{F}^{\mu\alpha} A_\alpha \equiv 0$ . Mas, como já havíamos considerado que  $\eta^\mu \neq 0$ , esse desacoplamento tem um preço: os únicos modos TE possíveis são os  $TE_{0n}$  (vide Figura 3.5), isto é, perdemos a dinâmica ao longo de  $x$ , onde a anisotropia está contida.

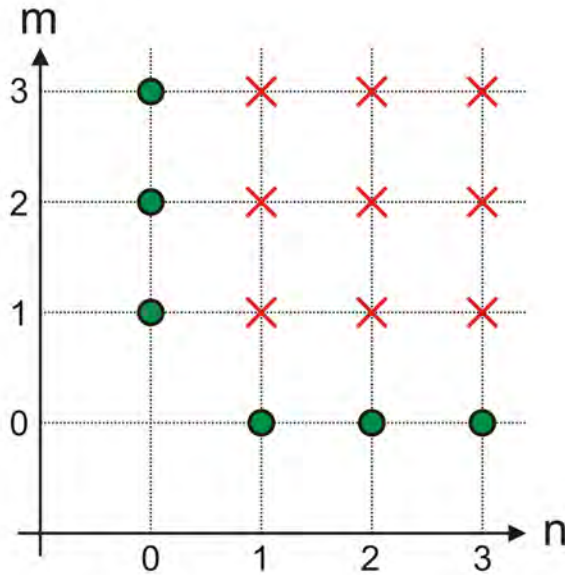


Figura 3.5: Supressão de modos no guia retangular: Apenas modos  $TE_{0n}$  são permitidos quando temos apenas  $\eta_x \neq 0$ ; caso a anisotropia esteja toda ao longo do eixo  $y$ ,  $\eta_y \neq 0$ , os únicos modos possíveis são os  $TE_{m0}$ .

Uma possível maneira experimental de se detectar este efeito seria, por exemplo, medir a velocidade de propagação da radiação neste ambiente, apropriadamente dada pela velocidade de grupo,

$$v_g \equiv \frac{d\omega}{dk} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{0n}}{\omega}\right)^2},$$

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

ou pela velocidade das frentes de onda, dada pela velocidade de fase,

$$v_f \equiv \frac{\omega}{k} = \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{\omega_{0n}}{\omega} \right)^2} \right]^{-1},$$

pois, através destas, poderíamos verificar se a onda de fato não apresenta excitações ao longo do eixo  $x$  ou, analogamente, se a frequência de corte é permanentemente da forma  $\omega_{0n}$  ( $m \equiv 0$ ).

Basicamente, desde que  $\eta^\mu$  seja puramente tipo-espaço e que tenhamos apenas  $\eta_x \neq 0$  dentro do guia de ondas retangular, como os resultados obtidos para ondas TE são idênticos ao modo  $\text{TE}_{0n}$  usual, qualquer experimento rotineiramente realizado com guias retangulares seria capaz de identificar se, como nossos resultados prevêem, apenas modos  $\text{TE}_{0n}$  são de fato possíveis, corroborando, portanto, com a existência deste vetor de fundo que conduz à violação das simetrias de Lorentz e CPT ou, a outra possibilidade, atestando contra a existência deste.

Para concluir esta seção, sobre outras possibilidades de orientação do guia, se temos  $\eta_x = 0$  e  $\eta_y \neq 0$ , vale o comentário de que obteríamos resultados completamente análogos aos exibidos, só que a onda no interior do guia agora seria idêntica ao modo  $\text{TE}_{m0}$  usual (vide Figura 3.5), isto é, confinar a anisotropia ao longo da direção  $y$  tem como consequência a perda da excitação dos modos nesta direção. Já para o caso TE em que  $\eta_x \neq 0$  e  $\eta_y \neq 0$ , seria de se esperar que a consequência seria não termos excitações tanto em  $x$  quanto em  $y$  e, de fato, é isto que obtemos ao resolver as eqs. (3.15) e (3.16) para esta situação.

#### 3.1.2 Modo Transverso Magnético, $B_z \equiv 0$

Como vimos nas seções anteriores, não era possível encontrar soluções não-triviais quando buscávamos  $E_z$  e  $B_z$  não-nulos simultaneamente, isto acontecia devido a um desencontro em soluções e condições de contorno diferentes para os campos. Notamos que, em um olhar mais detalhado, a causa disto era o acoplamento entre as equações (3.15) e (3.16), promovido por um termo que envolve o operador  $\partial_x$ , obrigando  $E_z$  e  $B_z$  a terem conjuntos distintos de autovalores, tornando as únicas soluções

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

possíveis as triviais. Resolvemos o problema deste desencontro abordando a possibilidade de onda TE, e obtemos soluções físicas não-triviais. Agora, considerando a outra possibilidade, ondas TM,

$$E_z|_S \equiv 0 \quad \text{e} \quad B_z \equiv 0, \quad (3.25)$$

e, retornando às equações (3.15) e (3.16), com  $\eta_y = 0$ , encontramos:

$$(\nabla_{\perp}^2 + \omega^2 - k^2 - \eta_x^2) E_z = 0, \quad (3.26)$$

$$0 = \eta_x \partial_x E_z. \quad (3.27)$$

De imediato, vemos que considerando ondas TM eliminamos o desencontro entre condições de contorno e soluções de campo formalmente, mas como consequência a amplitude axial elétrica  $E_z$  deve ser nula em todos pontos do guia, o que pode ser visto de (3.25) e (3.27): Se  $E_z$  deve se anular nas paredes do guia e sua derivada ser nula ao longo de todo  $x$ , então  $E_z$  deve<sup>10</sup> ser nulo em todo espaço. Portanto, apenas soluções triviais são possíveis para o modo TM para o caso  $\eta^\mu = (0; \eta_x, \eta_y, 0)$ <sup>11</sup>.

## 3.2 Comentários Finais

Segundo nosso estudo sobre a propagação de ondas eletromagnéticas, obedecendo à eletrodinâmica baseada em (2.1) em meios confinados, com o campo de fundo satisfazendo  $k_\mu \eta^\mu \equiv 0$ , onde enfatizamos uma abordagem exata na solução do problema, concluimos que, dentro de guias retangulares, as condições de contorno nesta geometria são sensíveis o bastante de modo a rejeitar soluções diferentes das usuais, isto é, apesar da anisotropia  $\eta^\mu$  ser muito pequena ( $\lesssim 10^{-43} \text{GeV}$ ), ela faz com que todas possíveis soluções de onda distorcidas não satisfaçam as condições de contorno, o que pode ser visualizado se notarmos que as únicas soluções não-triviais são os modos que desacoplam o campo eletromagnético do vetor de fundo — no caso, são estes os modos  $\text{TE}_{0n}$  e  $\text{TE}_{m0}$ . Ressaltamos que essencial para a obtenção deste resultado foi o

---

<sup>10</sup>Naturalmente, isso também pode ser concluindo resolvendo formalmente as equações para  $E_z$  (3.26) e (3.27) e impondo-se as condições (3.25).

<sup>11</sup>Esta conclusão para  $\eta_x \equiv 0$  e  $\eta_y \neq 0$ , e também para o caso com ambas componentes transversas não-nulas, segue de maneira análoga à exibida nesta seção.

### 3. Testes com Ondas Eletromagnéticas Confinadas

---

fato de as condições de contorno a serem satisfeitas pelas amplitudes axiais,  $E_z$  e  $B_z$ , serem idênticas às usuais, assim como o fato de as formas gerais de onda, eq. (3.11), também coincidirem com as usuais (fatos que procedem para o nosso caso com  $\eta_o \equiv 0$  e  $\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \hat{\boldsymbol{k}} \equiv 0$ , mas, possivelmente, não quando  $\eta_z \neq 0$ ).

Disto, torna-se evidente que nossos resultados são bastante diferentes daquilo que, *a princípio*, seria esperado (pequenas correções na frequência, campos, etc.) tendo como base a literatura relacionada, mas, por outro lado, ressaltamos que não optamos por uma abordagem perturbativa — o que normalmente é feito. Mais precisamente, obtemos resultados que prevêm diferenças *macroscópicas* desta eletrodinâmica modificada em relação à convencional, algo que, até onde temos conhecimento, é inédito na literatura. Por causa disto, nos deparamos com a seguinte situação: guias de onda são largamente utilizados — estando presentes desde as mais simples tecnologias eletrônicas as mais complexas — mas *jamaiz* observou-se qualquer desvio em relação à descrição provida pela eletrodinâmica de Maxwell para estes sistemas. Frente a isto, da maneira que entendemos, nossos resultados abrem duas possibilidades:

- (i) Nunca foram realizados experimentos envolvendo guias de ondas retangulares em referenciais tais que  $\eta_o \equiv 0$  e  $\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \hat{\boldsymbol{k}} \equiv 0$ , onde desvios macroscópicos, em relação à eletrodinâmica convencional, poderiam ser observados; ou
- (ii) Em algum momento este tipo de experimento já foi realizado em um referencial onde  $\eta_o \equiv 0$  e  $\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \hat{\boldsymbol{k}} \equiv 0$ , e a não observação destes desvios macroscópicos sugere que uma violação da simetria de Lorentz e CPT, parametrizada por  $\eta \equiv k_{AF}$ , conforme descrita pelo setor de radiação da (mínima) QED estendida do MMPE, não procede.

A maneira de resolver a primeira possibilidade e concluir algo sobre a segundo é única: via experimentos realizados em referenciais adequados ( $\eta_o \equiv 0$  e  $\hat{\boldsymbol{\eta}} \cdot \hat{\boldsymbol{k}} \equiv 0$ ), onde teríamos em mãos uma maneira clara, simples e decisiva de se testar as simetrias de Lorentz e CPT neste setor, o que poderia nos dizer muito sobre um caminho a se seguir em direção a uma nova física (caso os efeitos desta violação fossem confirmados) ou estabeleceria bases ainda mais sólidas aos modelos convencionais.

# Conclusões e Perspectivas Futuras

Passados mais de 100 anos desde sua criação, a Relatividade Especial é verificada na Natureza com enorme precisão: até onde se estende o atual alcance experimental, a invariância de Lorentz é vista como uma simetria exata da Natureza. Por outro lado, estudar e buscar experimentalmente desvios desta pode nos ensinar muito a respeito do caminho em direção a teorias unificadoras, que visam uma descrição quântica da gravidade.

Neste trabalho, estudamos a quebra das simetrias de Lorentz e CPT como ditada pelo Modelo Padrão Estendido em uma abordagem clássica. Em particular, consideramos o setor eletromagnético (com violação de CPT) da QED estendida para tratar da propagação da radiação monocromática no interior de guias de onda metálicos de geometria retangular.

Diferentemente do que costuma ser feito na literatura relacionada, optamos por um tratamento exato do problema, sem empregar métodos perturbativos. Esta escolha nos permitiu precisar os efeitos das condições de contorno sobre as possíveis soluções de onda neste ambiente, em específico quando o vetor de fundo  $(k_{AF})^\mu$  é puramente tipo-espaço e temos  $\hat{\mathbf{k}}_{AF} \cdot \hat{\mathbf{k}} \equiv 0$ : independente do quão pequeno possa ser  $k_{AF}$ , desde que não-nulo, este altera profundamente o espectro da radiação, pois faz com que as condições de contorno (que coincidem com as usuais) rejeitem todas soluções que seriam modos distorcidos (por  $k_{AF}$ ), de modo que, de todo espectro padrão de ondas  $TE \oplus TM$ , apenas os modos  $TE_{0n}$  e  $TE_{m0}$  (convencionais) são permitidos dentro do guia (que são justamente os modos que se desacoplam do campo de fundo). Estes são desvios macroscópicos em relação à eletrodinâmica convencional e nunca foram observados (apesar de guias de onda serem amplamente utilizados), o que nos conduz

## Conclusões e Perspectivas Futuras

---

à duas alternativas: (i) a quebra de simetria neste setor, como proposta pelo MPE (*i.e.*, parametrizada por um campo de fundo constante  $k_{AF}$ ), não existe ou; (ii) nunca realizamos experimentos com guias de onda retangulares onde  $(k_{AF})^\mu$  é puramente tipo-espaço e  $\hat{\mathbf{k}}_{AF} \cdot \hat{\mathbf{k}} \equiv 0$ , então devemos buscar esta classe de referenciais privilegiados, onde poderíamos testar esta quebra de simetria de modo simples e decisivo.

Como perspectiva para trabalhos futuros, mencionamos a possibilidade de se re-visitarmos o problema que abordamos neste trabalho, mas agora considerando-se um vetor de fundo  $(k_{AF})^\mu$  arbitrário, apontando em uma direção qualquer. Além de completar nosso trabalho (que seria um caso particular deste), também iluminaria, de modo geral, como se dá a dependência dos modos de propagação com a orientação do campo de fundo e também qual seria o efeito das condições de contorno que agora, possivelmente, seriam distintas das usuais. O primeiro passo, e talvez o mais difícil, seria obter formas de onda as quais pudessem ser tomadas como soluções de onda gerais exatas e daí utilizá-las em guias de onda de modo semelhante ao que fizemos neste trabalho. Outro trabalho interessante seria estudar a propagação em guias de onda, ou mesmo cavidades ressonantes, com diferentes geometrias — geometrias menos usuais, como a toroidal, poderiam ressaltar aspectos topológicos interessantes e, até então, pouco explorados.

Nossos resultados também abrem uma perspectiva de aplicação, inesperada mas bastante interessante: a “filtragem” proposital de modos em guias retangulares através de possíveis (meta)materiais sintéticos, desenvolvidos de modo a simular as propriedades da anisotropia  $(k_{AF})^\mu$ . A motivação desta proposta vem do fato de nos últimos anos termos acompanhado avanços e aplicações cada vez maiores na área de Óptica de Transformação [102] e (meta)materiais sintéticos, com permissividade elétrica e/ou permeabilidade magnética negativas, através dos quais são obtidos efeitos dos mais variados possíveis, desde “capas de invisibilidade” [102] até supressão de modos [103, 104, 105, 106]. Outros tipos de metamateriais, as estruturas planares quirais, também permitem efeitos, ao interagirem com a luz, que violam as simetrias de Paridade e/ou Reversão Temporal [107]. Portanto, caso seja possível, e viável, o desenvolvimento de materiais “simulando” as características da anisotropia associada à quebra



## **Conclusões e Perspectivas Futuras**

---

de Lorentz e CPT no setor eletromagnético, nosso trabalho prevê efeitos não apenas interessantes, mas que podem encontrar importante aplicação tecnológica.

# Apêndice: Soluções de Onda

A respeito do setor de radiação da (mínima) QED estendida (e desconsiderando a contribuição extra que respeita CPT, i.e., com  $k_F \equiv 0$ ), baseada na Ação (2.1),

$$\mathcal{S} = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - j^\mu A_\mu - \frac{1}{2} (k_{AF})_\mu A_\nu \tilde{F}^{\mu\nu} \right\}, \quad (\text{A.1})$$

discutiremos a validade de utilizar-se formas de onda plana monocromática,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{E}_o e^{-i(k_\alpha x^\alpha)} \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{B}_o e^{-i(k_\alpha x^\alpha)}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.2})$$

como soluções gerais, para a propagação no espaço livre, das equações de Maxwell Modificadas (na ausência de fontes,  $j^\mu = 0$ ),

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \eta_\nu \tilde{F}^{\mu\nu},$$

ou, equivalentemente escrita na forma para o 4-potencial,

$$(-k^\alpha k_\alpha \eta^{\mu\nu} - i\eta_\alpha \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_\beta) A_\mu(k) = 0^\nu. \quad (\text{A.3})$$

Mais precisamente, discutiremos quando estas soluções (A.2) podem ser tomadas como formas de solução exatas. Posteriormente, consideraremos o problema análogo para a propagação em meios confinados (em particular, para um guia de onda).

Sabemos que as formas (A.2) são válidas como soluções gerais na eletrodinâmica convencional, onde a relação de dispersão para ondas livres no vácuo é simplesmente  $k_{usual}^\mu k_\mu^{usual} = 0$ . No entanto, como vimos na Seção 2.2 do Capítulo 2, para o modelo

## Apêndice: Soluções de Onda

---

com quebra de Lorenz e CPT (A.1), obtemos uma nova relação de dispersão, que (no calibre de Lorenz,  $\partial_\mu A^\mu$ ) é dada por (2.9):

$$(k_\mu k^\mu)^2 + (k_\mu k^\mu)(\eta_\nu \eta^\nu) - (k_\mu \eta^\mu)^2 = 0, \quad (\text{A.4})$$

que, a princípio, implica em novas soluções de onda, possivelmente distintas de (A.2), “distorcidas” devido a anisotropia espaço-temporal.

Como nosso objetivo é saber quando que as formas (A.2) podem ser tomadas como soluções exatas, vamos analisar, em específico, o termo  $k^\mu \eta_\mu$ , que gera o acoplamento entre o vetor de onda  $k^\mu$  e o campo de fundo  $\eta_\mu$  em (A.4). Em particular, vamos considerar o caso em que temos

$$k_\mu \eta^\mu \equiv 0, \quad (\text{A.5})$$

o que conduz, de (A.4), à

$$(k_\mu k^\mu)(k_\nu k^\nu + \eta_\nu \eta^\nu) = 0. \quad (\text{A.6})$$

Basicamente, queremos saber quais as condições asseguram esta possibilidade e quais são suas consequências.

Primeiramente, podemos encarar (A.5) como um vínculo geométrico sobre a propagação da onda. Em particular, conseguimos satisfazer esta condição sempre que o campo de fundo for puramente tipo-espaço ( $\eta_o \equiv 0$ ) e, simultaneamente, quando a onda se propagar perpendicularmente à este, isto é, quando  $\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\boldsymbol{\eta}} \equiv 0$ .

Agora, através de (A.6), obtemos duas relações de dispersão distintas (isto é, dois modo de propagação distintos):

(i)  $k_\mu k^\mu = 0$ :

Este modo é idêntico ao usual, de modo que temos  $\omega = k$ , o que é equivalente a termos o 4-potencial satisfazendo a equação de onda convencional,  $\square A^\mu(x) = 0$ . Consequentemente, temos soluções de onda usuais, da forma (A.2), mesmo com  $\eta^\mu \neq 0$ . Neste caso, a radiação não “sente” a presença do campo de fundo, ou seja, não há um acoplamento deste com o campo eletromagnético.

(ii)  $k_\mu k^\mu + \eta_\mu \eta^\mu = 0$ :

## Apêndice: Soluções de Onda

---

Desta relação de dispersão, obtemos:

$$\omega^2 = \mathbf{k}^2 - \eta^2,$$

onde  $\eta^2 \equiv \eta_\mu \eta^\mu = \eta_o^2 - \boldsymbol{\eta}^2 < 0$  ( $\eta^\mu$  tipo-espaço). Sendo a quantidade  $\eta^2$  um escalar de Lorentz, esta representa um legítimo de *gap* de massa para a radiação (note que  $\omega \rightarrow \eta$  quando  $k \rightarrow 0$ ). E, de fato  $\eta^2$  é um escalar de Lorentz:

- Pelo fato de  $\eta^\mu = (\eta_o; \boldsymbol{\eta})$  ser um campo constante, este não se transforma covariantemente sob transformações de Lorentz (de partícula), isto é,  $\eta^\mu$  não é um 4-vetor sob Lorentz.
- Por outro lado, como  $\eta^\mu$  se comporta como um conjunto de quatro escalares sob Lorentz, fica claro que  $\eta^2 \equiv \eta_\mu \eta^\mu$  transforma-se como um verdadeiro escalar de Lorentz,  $\eta'^2 = \eta_o'^2 - \boldsymbol{\eta}'^2 = \eta^2$ .

Com base nisso, para o caso em que o campo de fundo  $\eta^\mu$  é puramente tipo-espaço ( $\eta_o \equiv 0$ ), e sempre que  $\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\boldsymbol{\eta}} \equiv 0$ , teremos uma solução que será idêntica à usual ou, no máximo, com um *gap* de massa,

$$\omega_\pm^2 = \mathbf{k}^2 + \boldsymbol{\eta}^2(1 \pm 1)\frac{1}{2},$$

de modo que a equação de movimento para o 4-potencial (A.3) torna-se equivalente à equação:

$$\left[ \square - \boldsymbol{\eta}^2(1 \pm 1)\frac{1}{2} \right] A_\mu(x) = 0.$$

Portanto,  $A^\mu(x) = A_{\text{usual}}^\mu(x)$ , só que com um *gap* de massa para um dos modos de propagação. Isso implica que os campos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  são, em forma, como os usuais (A.2), só que com uma possível dependência tipo-massiva proporcional a  $\boldsymbol{\eta}^2$ , na relação de dispersão.

Deste modo, concluímos que as soluções (A.2) são soluções exatas do problema de propagação no vácuo desde que a condição  $k_\mu \eta^\mu \equiv 0$ , com  $\eta^\mu$  tipo-espaço, seja satisfeita. Como vimos, uma maneira (suficiente para nossas intenções) de se conseguir

## Apêndice: Soluções de Onda

---

isto é impondo que o campo de fundo seja *puramente* tipo-espaço, isto é, que  $\eta_o \equiv 0$ , e que, simultaneamente, a propagação da onda satisfaça  $\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\boldsymbol{\eta}} \equiv 0$ .

No entanto, como visto no Capítulo 3, nosso grande interesse é saber se podemos tomar ondas da forma

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{E}(\mathbf{x}_\perp; k^\mu) e^{i(kz - \omega t)} \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{B}(\mathbf{x}_\perp; k^\mu) e^{i(kz - \omega t)}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.7})$$

como formas gerais de solução para propagação (ao longo do eixo  $z$ ) em meios confinados (guias de onda, como discutidos na Seção 3.1). Para o caso em que  $\eta_o \equiv 0$  e  $\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\boldsymbol{\eta}} \equiv 0$ , a resposta é afirmativa. Uma maneira de se entender isto é notando que os guias de onda considerados possuem duas dimensões abertas (i.e., não-confinadas) — as dimensões axial (eixo  $z$ ) e temporal —, de modo que, nestas direções, a radiação se comporta como uma onda livre (pois não há condições de contorno sobre ela nestas coordenadas) e, como  $\eta_o \equiv 0$  e  $\eta_z \equiv 0$  (consequência de  $\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\boldsymbol{\eta}} \equiv 0$ , pois, aqui,  $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{z}}$ ), não há efeitos da anisotropia sobre a dependência da onda nas coordenadas axial  $z$  e temporal  $t$ , de modo que esta dependência pode ser descrita, exatamente, através da forma exponencial  $\exp[i(kz - \omega t)]$ , pois já provamos que esta é exata para o caso livre, quando  $k_\mu \eta^\mu \equiv 0$ . Por outro lado, nas dimensões transversais ao eixo do guia a onda está confinada e, portanto, sujeita às condições de contorno nas bordas do guia e, por causa disto, deixamos não especificada a dependência com as coordenadas transversais através das amplitudes  $\mathbf{E}(\mathbf{x}_\perp; k^\mu)$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{x}_\perp; k^\mu)$ , a serem determinadas via equações de movimento e condições de contorno (as quais também especificarão a relação entre  $\omega$  e  $k$ ). Portanto, isto justifica as formas (A.7) como formas de solução geral para o problema de propagação em guias de onda, da maneira como abordado na Seção 3.1.

# Referências Bibliográficas

- [1] A. Einstein, H. A. Lorentz, H. Minkowski and H. Weyl, “*The Principle of Relativity: A Collection of Original Memoirs on the Special and General Theory of Relativity*”, Dover, (1952).
- [2] H. Ohanian and R. Ruffini, “*Gravitation and Spacetime*”, 2<sup>a</sup> Ed., W. W. Norton & Company, (1994).
- [3] M. Kaku, “*Quantum Field Theory: A Modern Introduction*”, Oxford University Press, (1993).
- [4] D. Mattingly, “*Modern Tests of Lorentz Invariance*”, Living Rev. Rel. 8, 5 (2005).
- [5] D. Colladay and V. A. Kostelecký, “*CPT violation and the Standard Model*”, Phys. Rev. D **55**, 6760 (1997).
- [6] A. H. Gomes, J. M. Fonseca, W. A. Moura-Melo and A. R. Pereira, “*Testing CPT- and Lorentz-odd electrodynamics with waveguides*”, JHEP **05**, 104 (2010).
- [7] D. Colladay and V. A. Kostelecký, “*Lorentz-violating extension of the standard model*”, Phys. Rev. D **58**, 116002 (1998).
- [8] O. W. Greenberg, “*CPT violation implies violation of Lorentz invariance*”, Phys. Rev. Lett. **89**, 231602 (2002).
- [9] O. W. Greenberg, “*Why is CPT fundamental?*”, arXiv:hep-ph/0309309v1.
- [10] V. A. Kostelecký and S. Samuel, “*Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in String Theory*”, Phys. Rev. D **39**, 683 (1989).

## Referências Bibliográficas

---

- [11] V. A. Kostelecký and R. Potting, “*CPT and strings*”, Nucl. Phys. B **359**, 545 (1991).
- [12] V. A. Kostelecký, “*Gravity, Lorentz violation, and the Standard Model*”, Phys. Rev. D **69**, 105009 (2004).
- [13] V. A. Kostelecký, “*Sensitivity of CPT Tests with Neutral Mesons*”, Phys. Rev. Lett. **80**, 1818 (1998).
- [14] Ralf Lehnert, “*CPT and Lorentz violation as signatures for Planck-scale physics*”, arXiv:hep-ph/0907.1319v1.
- [15] Ralf Lehnert, “*Threshold analysis and Lorentz violation*”, Phys. Rev. D **68**, 085003 (2003).
- [16] M. Chaichian, P. P. Kulishb, K. Nishijima and A. Tureanu, “*On a Lorentz-invariant interpretation of noncommutative space-time and its implications on noncommutative QFT*”, Phys. Lett. B **604**, 98 (2004).
- [17] M. Chaichian, P. Presnajder and A. Tureanu, “*New Concept of Relativistic Invariance in Noncommutative Space-Time: Twisted Poincaré Symmetry and Its Implications*”, Phys. Rev. Lett. **94**, 151602 (2005).
- [18] V. A. Kostelecký and R. Lehnert, “*Stability, causality, and Lorentz and CPT violation*”, Phys. Rev. D **63**, 065008 (2001).
- [19] S. M. Carroll, J. A. Harvey, V. A. Kostelecký, C. D. Lane, and T. Okamoto, “*Noncommutative Field Theory and Lorentz Violation*”, Phys. Rev. Lett. **87**, 141601 (2001).
- [20] V. A. Kostelecký, R. Lehnert and M. J. Perry, “*Spacetime-varying couplings and Lorentz violation*”, Phys. Rev. D **68**, 123511 (2003).
- [21] L. H. Ryder, “*Quantum Field Theory*”, Cambridge Univ. Press, New York, 2nd ed., (1996).

## Referências Bibliográficas

---

- [22] B. F. Hatfield, “*Quantum Field Theory of Point Particles and Strings*”, Addison-Wesley, Frontier in Physics, 1992.
- [23] V. A. Kostelecký and Matthew Mewes, “*Electrodynamics with Lorentz-violating operators of arbitrary dimension*”, Phys. Rev. D **80**, 015020 (2009)
- [24] A. P. Baêta Scarpelli, H. Belich, J. L. Boldo and J. A. Helayël-Neto, “*Aspects of causality and unitarity and comments on vortexlike configurations in an Abelian model with a Lorentz-breaking term*”, Phys. Rev. D **67**, 085021 (2003).
- [25] C. Adam and F. R. Klinkhamer, “*Causality and CPT violation from an Abelian Chern-Simons-like term*”, Nucl. Phys. B **607**, 247 (2001).
- [26] V. A. Kostelecký, C. D. Lane and A. G. M. Pickering, “*One-loop renormalization of Lorentz-violating electrodynamics*”, Phys. Rev. D **65**, 056006 (2002).
- [27] J. M. Fonseca, A. H. Gomes, O. M. Del Cima, D. H. T. Franco and O. Piguet, “*Algebraic Renormalization Of The Extended QED*”, trabalho em progresso.
- [28] O. M. Del Cima, J. M. Fonseca, D. H. T. Franco and O. Piguet, “*Lorentz and CPT violation in QED revisited: A missing analysis*”, Accepted for publication in Phys. Lett. B (2010), arXiv:hep-th/0912.4392.
- [29] R. Jackiw and V.A. Kostelecký, “*Radiatively Induced Lorentz and CPT Violation in Electrodynamics*”, Phys. Rev. Lett. **82**, 3572 (1999).
- [30] G. Berredo-Peixoto and I. L. Shapiro, “*On the renormalization of CPT/Lorentz violating QED in curved space*”, Phys. Lett. B **642**, 153 (2006).
- [31] D. Colladay and P. McDonald, “*One-loop renormalization of pure Yang-Mills theory with Lorentz violation*”, Phys. Rev. D **75**, 105002 (2007).
- [32] A. P. Baêta Scarpelli and J. A. Helayël-Neto, “*Lorentz-violating  $SO(3)$  model: Discussing unitarity, causality, and 't Hooft-Polyakov monopoles*”, Phys. Rev. D **73**, 105020 (2006).



## Referências Bibliográficas

---

- [33] D. Colladay and P. McDonald, “*One-loop renormalization of QCD with Lorentz violation*”, Phys. Rev. D **77**, 085006 (2008).
- [34] D. Colladay and P. McDonald, “*One-loop renormalization of the electroweak sector with Lorentz violation*”, Phys. Rev. D **79**, 125019 (2009).
- [35] S. F. Novaes, “*Standard Model: An Introduction*”, arXiv:hep-ph/0001283v1 (Proceedings of the 10th Jorge Andre Swieca Summer School: Particle and Fields, 1999).
- [36] R. Bluhm and V. A. Kostelecký, “*Spontaneous Lorentz violation, Nambu-Goldstone modes, and gravity*”, Phys. Rev. D **71**, 065008 (2005).
- [37] V. A. Kostelecký and R. Potting, “*Gravity from Local Lorentz Violation*”, Gen. Rel. Grav. **37**, 1675 (2004).
- [38] R. Lehnert, “*CPT- and Lorentz-symmetry breaking: a review*”, arXiv:hep-ph/06-11177.
- [39] J. K. Webb *et al.*, “*Further Evidence for Cosmological Evolution of the Fine Structure Constant*”, Phys. Rev. Lett. **87**, 091301 (2001).
- [40] C. M. Gutiérrez and M. López-Corredoira, “*The value of the fine structure constant over cosmological times*”, arXiv:1002.4777v1 [astro-ph.CO].
- [41] O. Bertolami, R. Lehnert, R. Potting and A. Ribeiro, “*Cosmological acceleration, varying couplings, and Lorentz breaking*”, Phys. Rev. D **69**, 083513 (2004).
- [42] N. Seiberg and E. Witten, “*String theory and noncommutative geometry*”, JHEP **09**, 032 (1999).
- [43] M. R. Douglas and N. A. Nekrasov, “*Noncommutative field theory*”, Rev. Mod. Phys. **73**, 977 (2001).
- [44] K. Morita, “*Lorentz-Invariant Non-Commutative QED*”, arXiv:hep-th/0209234v2.

## Referências Bibliográficas

---

- [45] M. M. Sheikh-Jabbari, “*C, P, and T Invariance of Noncommutative Gauge Theories*”, Phys. Rev. Lett. **84**, 5265 (2000).
- [46] V. A. Kostelecký and R. Potting, “*CPT, strings, and meson factories*”, Phys. Rev. D **51**, 3923 (1995).
- [47] Y. B. Hsiung, “*An Observation of Direct-CP Violation -  $\epsilon'/\epsilon$  Result from KTeV*”, Nucl. Phys. B **B 395**, 178 (2000).
- [48] O. Bertolami, D. Colladay, V. A. Kostelecký and R. Potting, “*CPT violation and baryogenesis*”, Phys. Lett. B **395**, 178 (1997).
- [49] R. Bluhm, V. A. Kostelecký, C. D. Lane and N. Russell, “*Clock-Comparison Tests of Lorentz and CPT Symmetry in Space*”, Phys. Rev. Lett. **88**, 090801 (2002).
- [50] M. A. Humphrey *et al.*, “*Testing CPT and Lorentz symmetry with hydrogen masers*”, Phys. Rev. A **68**, 063807 (2003).
- [51] G. Gabrielse *et al.*, “*Precision Mass Spectroscopy of the Antiproton and Proton Using Simultaneously Trapped Particles*”, Phys. Rev. Lett. **82**, 3198 (1999).
- [52] R. Bluhm, V. A. Kostelecký and C. D. Lane, “*CPT and Lorentz Tests with Muons*”, Phys. Rev. Lett. **84**, 1098 (2000).
- [53] V. W. Hughes *et al.*, “*Test of CPT and Lorentz Invariance from Muonium Spectroscopy*”, Phys. Rev. Lett. **87**, 111804 (2001).
- [54] E. O. Iltan, “*The  $\mu \rightarrow e\gamma$  and  $\tau \rightarrow \mu\gamma$  decays with the inclusion of Lorentz and CPT violating effects*”, JHEP **06**, 016 (2003).
- [55] D. Colladay, “*Scattering Cross Sections and Lorentz Violation*”, arXiv:hep-ph/02-01021v1.
- [56] S. Coleman and S. L. Glashow, “*Cosmic Ray and Neutrino Tests of Special Relativity*”, Phys. Rev. Lett. B **405**, 249 (1997).

## Referências Bibliográficas

---

- [57] S. Coleman and S. L. Glashow, “*High-energy tests of Lorentz invariance*”, Phys. Rev. D **59**, 116008 (1999).
- [58] V. Barger, S. Pakvasa, T. J. Weiler and K. Whisnant, “*CPT-Odd Resonances in Neutrino Oscillations*”, Phys. Rev. Lett. **85**, 5055 (2000).
- [59] V. A. Kostelecký and M. Mewes, “*Lorentz violation and short-baseline neutrino experiments*”, Phys. Rev. D **70**, 076002 (2004).
- [60] D. L. Anderson, M. S., and I. Turan, “*Lorentz and CPT violation in the Higgs sector*”, Phys. Rev. D **70**, 016001 (2004).
- [61] Q. G. Bailey and V. A. Kostelecký, “*Signals for Lorentz violation in post-Newtonian gravity*”, Phys. Rev. D **74**, 045001 (2006).
- [62] T. Jacobson , S. Liberati, D. Mattingly, “*Lorentz violation at high energy: Concepts, phenomena, and astrophysical constraints*”, Ann. Phys. **321**, 150 (2006).
- [63] S. M. Carrol, G. B. Field and R. Jackiw, “*Limits on a Lorentz- and parity-violating modification of electrodynamics*”, Phys. Rev. D **41**, 1231 (1990).
- [64] C. Adam and F. R. Klinkhamer, “*Photon decay in a CPT-violating extension of quantum electrodynamics*”, Nucl. Phys. B **657**, 214 (2003).
- [65] V. A. Kostelecký and A. G. M. Pickering, “*Vacuum Photon Splitting in Lorentz-Violation Quantum Electrodynamics*”, Phys. Rev. Lett. **91**, 031801 (2003).
- [66] R. Casana, M. M. Ferreira Jr. and J. S. Rodrigues, “*Lorentz-violating contributions of the carroll-Field-Jackiw model to the CMB anisotropy*”, Phys. Rev. D **78**, 125013 (2008).
- [67] J. M. Fonseca, A. H. Gomes and W. A. Moura-Melo, “*Emission and absorption of photons and the black-body spectrum in Lorentz-odd electrodynamics*”, Phys. Lett. B **671**, 280 (2009).
- [68] R. Lehnert and R. Potting, “*Cerenkov effect in Lorentz-violating vacua*”, Phys. Rev. D **70**, 125010 (2004).

## Referências Bibliográficas

---

- [69] R. Lehnert and R. Potting, “*Vacuum Cerenkov Radiation*”, Phys. Rev. Lett. **93**, 110402 (2004).
- [70] B. Altschul, “*Cerenkov radiation in a Lorentz-violating and birefringent vacuum*”, Phys. Rev. D **75**, 105003 (2007).
- [71] B. Altschul, “*Vacuum Cerenkov Radiation in Lorentz-Violating Theories Without CPT Violation*”, Phys. Rev. Lett. **98**, 041603 (2007).
- [72] B. Altschul, “*Finite duration and energy effects in Lorentz-violating vacuum Cerenkov radiation*”, Nucl. Phys. B **796**, 262 (2008).
- [73] V. A. Kostelecký and M. Mewes, “*Signals for Lorentz violation in electrodynamics*”, Phys. Rev. D **66**, 056005 (2002).
- [74] H. Müller and P. Wolf, “*Tests of Relativity by Complementary Rotating Michelson-Morley Experiments*”, Phys. Rev. Lett. **99**, 050401 (2007).
- [75] F. R. Klinkhamer and M. Risse, “*Ultrahigh-energy cosmic-ray bounds on nonbirefringent modified Maxwell theory*”, Phys. Rev. D **77**, 016002 (2008).
- [76] S. Reinhardt *et al.*, “*Tests of Relativistic Time Dilation with Fast Optical Atomic Clocks at Different Velocities*”, Nature Phys. **3**, 861 (2007).
- [77] M. E. Tobar, P. Wolf, A. Fowler and J. G. Hartnett, “*New Methods of Testing Lorentz Violation in Electrodynamics*”, Phys. Rev. D **71**, 025004 (2005).
- [78] H. Müller, C. Braxmaier, S. Herrmann and A. Peters, “*Electromagnetic cavities and Lorentz invariance violation*”, Phys. Rev. D **67**, 056006 (2003).
- [79] M. Mewes and A. Petroff, “*Cavity tests of parity-odd Lorentz violations in electrodynamics*”, Phys. Rev. D **75**, 056002 (2007).
- [80] M. E. Tobar, P. Wolf, S. Bize, G. Santarelli and V. Flambaum, “*Testing local Lorentz and position invariance and variation of fundamental constants by searching the derivative of the comparison frequency between a cryogenic sapphire oscillator and hydrogen maser*”, Phys. Rev. D **81**, 022003 (2010).

## Referências Bibliográficas

---

- [81] Ch. Eisele, A. Yu. Nevsky and S. Schiller, *Laboratory Test of the Isotropy of Light Propagation at the  $10^{-17}$  Level*, Phys. Rev. Lett. **103**, 090401 (2009).
- [82] E. Y. S. Wu *et al.*, “*Parity Violation Constraints Using Cosmic Microwave Background Polarization Spectra from 2006 and 2007 Observations by the QUaD Polarimeter*”, Phys. Rev. Lett. **102**, 161302 (2009).
- [83] M. Mewes, “*Bounds on Lorentz and CPT violation from the Earth-ionosphere cavity*”, Phys. Rev. D **78**, 096008 (2008).
- [84] R. Jackiw, “*Chern-Simons Violation of Lorentz and PCT Symmetries in Electrodynamics*”, arXiv:hep-ph/9811322v1.
- [85] W. A. Moura-Melo, “*Aspectos Peculiares das Eletrodinâmicas de Maxwell e Maxwell-Chern-Simons Planares*”, Tese de Doutorado, CBPF (2001).
- [86] P. Ramond, “*Field Theory: A Modern Primer*”, Addison-Wesley, Frontier in Physics, 1981 (4th printing, 1983).
- [87] N. M. Barraz Jr., J. M. Fonseca, W. A. Moura-Melo, and J. A. Helayël-Neto, “*Dirac-Like monopoles in a Lorentz- and CPT-violating electrodynamics*”, Phys. Rev. D **76**, 027701 (2007).
- [88] Q. G. Bailey and V. A. Kostelecký, “*Lorentz-Violating Electrostatics and Magnetostatics*”, Phys. Rev. D **70**, 076006 (2004).
- [89] R. Casana, M. M. Ferreira Jr., A. R. Gomes and P. R. D. Pinheiro, “*Stationary solutions for the parity-even sector of the CPT-even and Lorentz-covariance-violating term of the standard model extension*”, Eur. Phys. J. C **62**, 573 (2009).
- [90] J. M. Fonseca, “*Algumas Peculiaridades da Radiação Associada a uma Eletrodinâmica que Viola a Simetria de Lorentz*”, Tese de Mestrado, UFV (2009).
- [91] A. A. Andrianov, P. Giacconi and R. Soldati, “*Lorentz and CPT violations from Chern-Simons modifications of QED*”, JHEP **02**, 030 (2002).

## Referências Bibliográficas

---

- [92] V. A. Kostelecký and M. Mewes, “*Lorentz-Violating Electrodynamics and the Cosmic Microwave Background*”, Phys. Rev. Lett. **99**, 011601 (2007).
- [93] R. Lehnert, “*Violations of spacetime symmetries*”, arXiv:hep-th/0711.4851v1.
- [94] A. A. Andrianov and R. Soldati, “*Patterns of Lorentz symmetry breaking in QED by CPT-odd interaction*”, Phys. Lett. B **435**, 449 (1998).
- [95] V. A. Kostelecký and M. Mewes, “*Astrophysical Tests of Lorentz and CPT Violation with Photons*”, Astrophys. J. Lett. **689**, L1 (2008).
- [96] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, “*The Classical Theory of Fields, Course of Theoretical Physics: Volume 2*”, 4th Ed., Butterworth-Heinemann, (1980).
- [97] A. H. Gomes, “*Propagação de Ondas Eletromagnéticas em meios confinados obedecendo a uma Eletrodinâmica em (3+1) dimensões que viola a simetria de Lorentz*”, Trabalho de Conclusão de Curso, UFV (2008).
- [98] J. D. Jackson, “*Classical Electrodynamics*”, 3<sup>a</sup> Ed., Wiley, (1999).
- [99] W. Greiner, “*Classical Electrodynamics*”, Springer, New York, (1998).
- [100] H. J. W. Müller-Kirsten, “*Electrodynamics - An Introduction Including Quantum Effects*”, World Scientific, (2004).
- [101] W. C. Elmore and M. A. Heald, “*Physics of Waves*”, McGraw-Hill, (1969).
- [102] H. Chen, C. T. Chan and P. Sheng, “*Transformation optics and metamaterials*”, Nature Materials **9**, 387 (2010).
- [103] I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov and Y. S. Kivshar, “*Guided modes in negative-refractive-index waveguides*”, Phys. Rev. E **67**, 057602 (2003).
- [104] B.-I. Wu, T. M. Grzegorzczuk, Y. Zhang and J. A. Kong, “*Guided modes with imaginary transverse wave number in a slab waveguide with negative permittivity and permeability*”, J. Appl. Phys. **93**, 9386 (2003).

## Referências Bibliográficas

---

- [105] A. Alù and N. Engheta, “*Guided modes in a waveguide filled with a pair of Single-Negative (SNG), Double-Negative (DNG), and/or Double-Positive (DPS) layers*”, IEEE Trans. Microw. Theory Tech. **52**, 199 (2004).
- [106] P. Baccarelli *et al.*, “*Fundamental modal properties of surface waves on metamaterial grounded slabs*”, IEEE Trans. Microw. Theory Tech. **53**, 1431 (2005).
- [107] A. S. Schwanecke *et al.*, “*Broken time reversal of light interaction with planar chiral nanostructures*”, Phys. Rev. Lett. **91**, 247404 (2003).